

行波管放大器中辐射场的极限环振荡和混沌

郝建红^{1,2)} 丁 武³⁾

¹⁾ 中国工程物理研究院研究生部, 北京 100088)

²⁾ 石家庄师范专科学校物理系, 石家庄 050801)

³⁾ 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

(2002 年 5 月 22 日收到, 2002 年 8 月 14 日收到修改稿)

以行波管放大器中辐射场的非线性不稳定阈值分析为基础, 对辐射场从频率分叉到混沌的演化过程和不同区域这些非线性不稳定态的时间特性和频率特性进行了研究. 在“软”非线性区域, 辐射场表现为极限环振荡和频率分岔, 频谱是离散的且相对于载波频率是不对称的. 这种不稳定是阵发性的, 适当的调节控制参量, 可使器件工作在所需的定态或极限环振荡态上. 在“硬”非线性区域, 辐射场表现为非周期的随机振荡和频率混沌, 频谱连续且频带很宽, 场幅值较大的成分集中在接近于零频的低频范围里. 这种不稳定是连续性的, 不能通过调节参量来消除.

关键词: 行波管, 辐射场, 分岔, 极限环, 混沌

PACC: 5250, 2921, 5235, 5275

1. 引言

对于由电子束产生的相干辐射器件, 在场强足够大辐射场达到饱和后或者电子束自身产生的空间电荷场的影响不可忽略等情况下, 非线性效应将起重要作用. 这些非线性现象直接影响器件的输出特性和效率. 所以, 对器件中辐射场非线性现象的研究具有重要的实际意义. 在这方面, 人们对自由电子激光(FEL)已作了较多的工作, 一组自洽的非线性方程已成为研究自由电子激光各种问题的基本模式^[1-6]. 文献[7]利用混沌理论研究中的一些典型方法, 如作 Poincaré 截面, 画电子的相空间运动轨道, 计算 Liapunov 指数, 作功率谱等, 证实了 FEL 在光场演化过程中存在着各种不稳定性和混沌. 在电子与电磁波相互作用图像上, 行波管放大器是一种与 FEL 类似的传统微波器件. 多少年来, 对行波管的研究主要集中在提高增益和效率、拓宽频带提高工作频率等方面^[8-12], 而对其辐射场的非线性则涉及较少. 本文以非线性振荡态阈值分析为基础, 借用文献[7]中混沌场的有关结果和概念对行波管放大器中辐射场演化过程中出现的各种非线性行为进行分析和数值计算. 结果发现在输出功率谱中出现边带成分, 这种边带效应完全是一种非线性行为. 在辐射场由频率分岔到混沌的演化过程中, 极限环振荡态是

间断的, 混沌态是连续的. 适当的优化调节参量, 可使器件工作在稳定的饱和态或者不稳定的振荡态, 这为利用或者避免不稳定态提供了一种可能.

2. 基本方程和参量

在一个行波管放大器中, 辐射场的演化和电子运动可以用如下一组相互耦合的方程来描述:

$$\left(1 - \frac{v_g}{v_{z0}}\right) \frac{\partial a}{\partial \tau} + \frac{\partial a}{\partial \zeta} = -\chi \tilde{I}_{st} \exp(-i\phi_j) \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial \zeta} = L\Delta k + L \frac{\omega}{c} p_j, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial p_j}{\partial \zeta} = a \exp(i\phi_j) + \text{c.c.}, \quad (1c)$$

式中 ... 表示对 N 个电子求平均.

$$a = L \frac{q}{mc^2} \frac{E_{pe}}{\gamma_0^3 \beta_{z0}^3} \left(1 - \frac{4\pi\mu}{\zeta}\right) \epsilon, \quad (2)$$

$$\chi = \frac{I}{I_{st}} = \frac{I}{I_{st} I_A} \frac{|E_{pe}|^2 L^2 d}{u \gamma_0^3 \beta_{z0}^3 \beta_g} \left(1 - \frac{4\pi\mu}{\zeta}\right) \quad (3)$$

分别为归一化场振幅和注入相互作用区的电流与起振电流之比; ϵ 为辐射场的慢变复振幅; $p_j = \frac{\Delta \beta_{je}}{\beta_{z0}^2}$ 为

电子的无量纲广义动量; $\zeta = \frac{z}{L}$ 和 $\tau = t_0(L/v_g)$ 为归一化的坐标和时间; ϕ_j 和 q 分别为电子相角和电荷; u 为一个慢波周期里每 $|\epsilon|^2$ 电磁能; Δk 为失谐

量 μ 和 ζ 为空间电荷的磁导率和介电常量; I_A 为Aflve电流; L 为相互作用长度; d 为慢波结构周期;
 $\tilde{I}_{st}$ 为无量纲的“universal”起振电流.

由方程(1a)和(1c)可分别得到

$$\left(1 - \frac{v_g}{v_{z0}}\right) \frac{\partial |a|^2}{\partial \tau} + \frac{\partial |a|^2}{\partial \zeta} = -\chi \tilde{I}_{st} [a \exp(i\phi_j) + a^* \exp(-i\phi_j)] \quad (4)$$

$$\frac{\partial p_j}{\partial \zeta} = a \exp(i\phi_j) + a^* \exp(-i\phi_j) \quad (5)$$

两式联立得到守恒方程

$$\left(1 - \frac{v_g}{v_{z0}}\right) \frac{\partial |a|^2}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \zeta} [|a|^2 + \chi \tilde{I}_{st} p_j] = 0 \quad (6)$$

我们对参变量的各种取值作了计算,在计算中假定1)电子的注入速度 β_{z0} 和电磁波群速度 β_g 是给定的: $\beta_{z0}=0.86$, $\beta_g=0.24$;2)注入的电子束脉冲与模拟时间相比长得多.起振电流由数值计算确定.相互作用长度为 $L=30.5\text{cm}$.这样我们的研究被局限在三个参变量上:归一化注入电流与起振电流之比 $\chi=I/I_{st}$,失谐量 Δk 和归一化相互作用长度 $L\omega/c$.

3. 稳态饱和、极限环振荡、场混沌

归一化注入电流 χ 对辐射场的状态起着决定性的作用.对于较小的 χ ,系统解趋向于一个稳定焦点,输出功率增长并达到饱和,此时器件工作在稳态,如图1(a)所示;当 $\chi \geq \chi_{cr1}$ 时,系统可以出现周期解,辐射场会在定态上叠加周期振荡,说明原来的稳定焦点已经失稳并分岔出极限环.随着电流的增大,一周解变为多周期解,辐射场单频振荡被多频振荡取而代之,如图1(b)(c)所示.图2为图1(b),(c)对应的极限环振荡态的辐射场频率分布;当 $\chi \geq \chi_{cr2}$ 时,输出功率的时间演化变得无周期地随机性,如图1(d)所示.我们把前者称作“软”非线性区,将后者称作“硬”非线性区.

图3给出了谐振($\Delta k=0$)时,辐射场的极限环振荡态及所对应的场振幅频谱图.在 $\chi \geq \chi_{cr1}$ 的“软”非线性区域,并非每一个控制参量对应的都是不稳定的振荡态,辐射场表现为时而稳定饱和,时而极限环振荡.这种阵发性的孪生现象是倍周期分岔,频率分岔破坏了单频周期性振荡的平衡.这种不稳定是电子在较大幅度场作用下形成的过群聚(overbunching instability)造成的,其标志是在输出功率谱中载

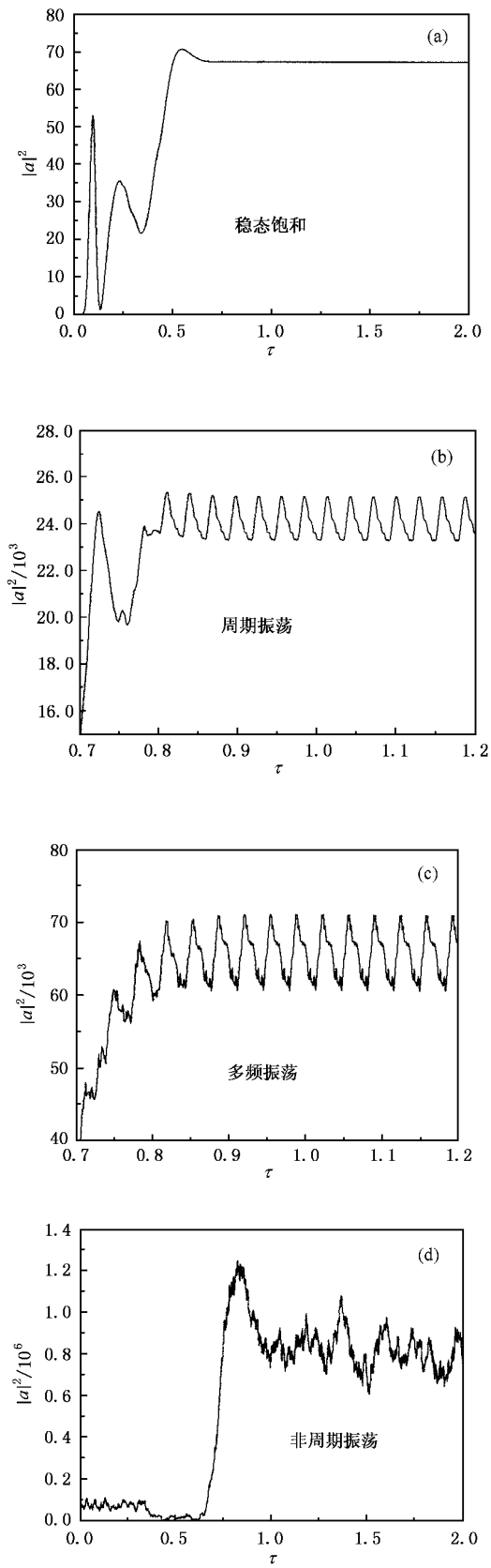


图1 输出功率从稳态饱和到混沌态的时间演化($\Delta k=0$, $L\omega/c=32$) (a)为 $\chi=1$ (b)为 $\chi=43.375$ (c)为 $\chi=58.6$; (d) $\chi=276.25$

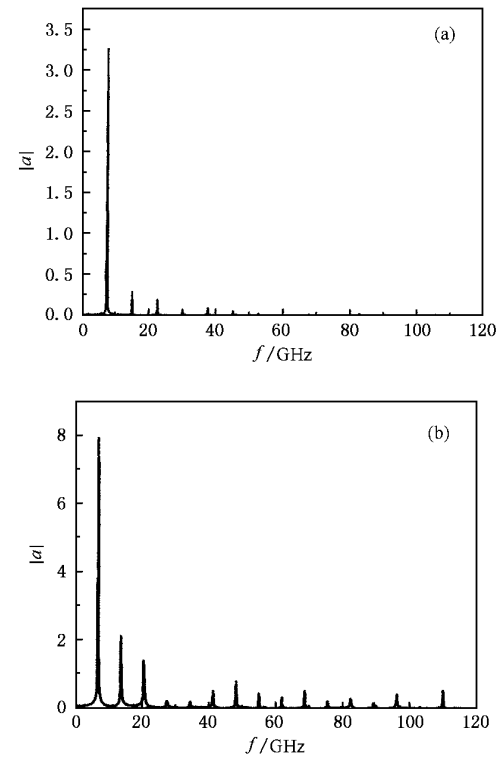


图2 图 1(b)和(c)两种情况场的频谱分布 (a)为 $\chi = 43.375$ (b) $\chi = 58.6$

波频率两旁出现一些其他的边带成分.在 χ 的很大范围里对应的都是这种阵发性的不稳定.电流越大,这种不稳定出现得越稠密.由图 3 可以看出,当器件工作在“软”非线性区域时,辐射场频谱离散且(相对于载频)高频成分多于低频成分.在 $\chi \geq \chi_{c2}$ 的“硬”非线性区域,混沌场代替了在饱和基础上的极限环振荡,这种不稳定可归类为自调制不稳定,在自由电子激光中又称作边带不稳定(sideband instability)^[13],其标志是辐射场无时间周期性且在输出功率谱中出现更多的频率成分,如图 4 所示.并且这种不稳定是连续的且频带很宽.由图 4 可以看出,当器件工作在“硬”非线性区域时,辐射场几乎包含了各种频率成分,且具有较大幅值的频率分量都在零频附近的低频范围里.

为了考察失谐量对辐射场非线性不稳定性和各种现象的影响,图 5 给出了 $\chi = 81.75$ 和 $L\omega/c = 1600$ 时几种失谐量值所对应的输出功率时间演化及相应的频谱图.可以看出,在非线性不稳定区域,辐射场的频谱特性与失谐量并非是一种单调关系.当相互作用区较长时,对于某一范围的失谐量值,即便电流不是很大,辐射场也可表现为混沌态,所以可以通过适当地调节失谐量来实现或者避免这种混沌态.

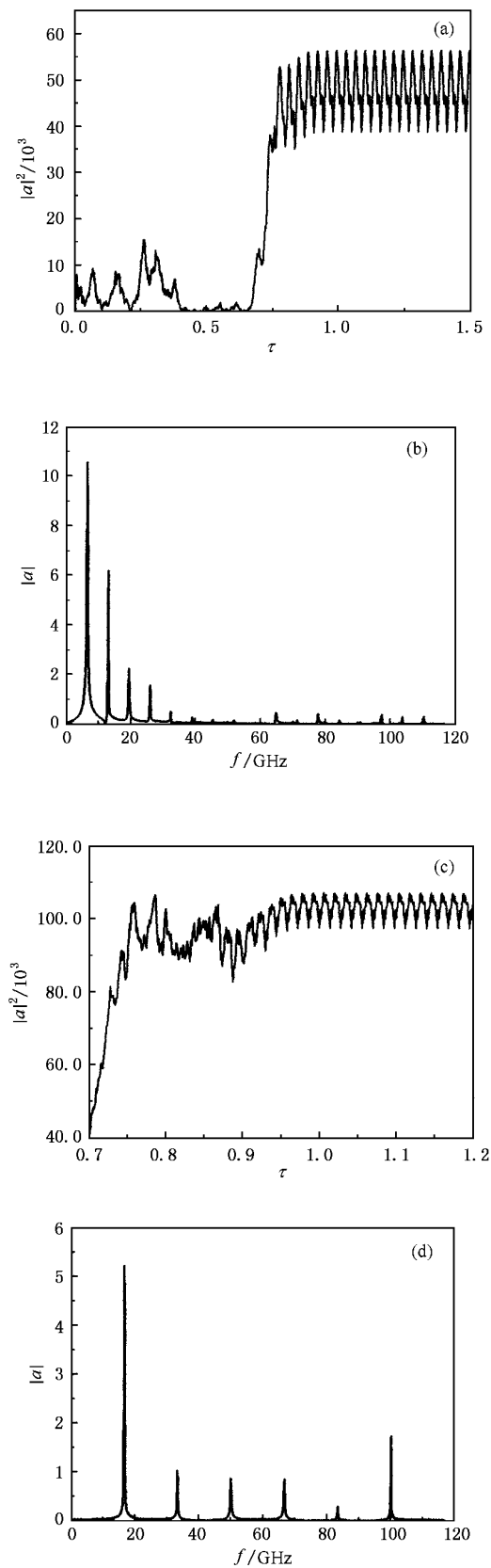


图3 两种极限环振荡态的输出功率时间演化及相应的频谱图($\Delta k = 0, L\omega/c = 32$) (a)为 $\chi = 70.875$ (c)为 $\chi = 107.85$

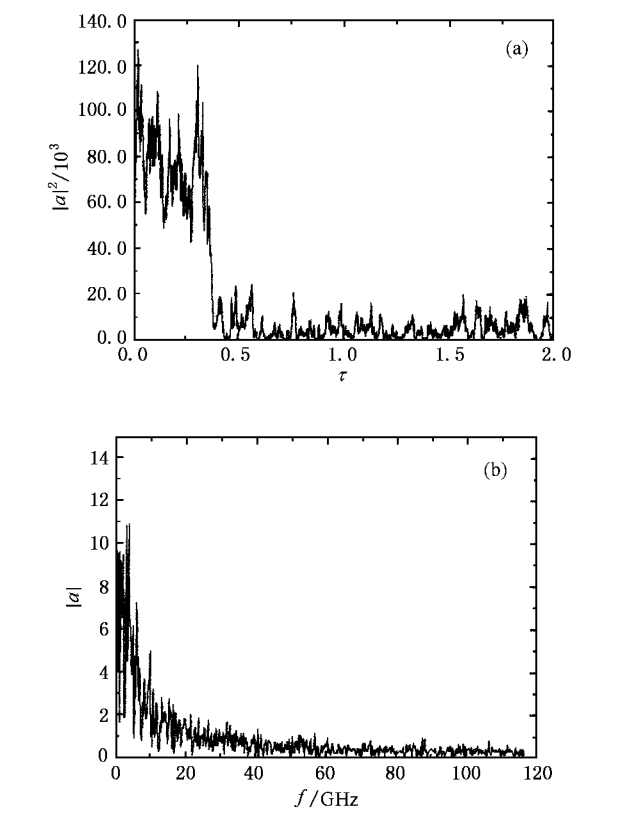


图4 在“硬”非线性区域($\Delta k=0, L\omega/c=32$) (a)为输出功率与时间的关系, $\chi=290.5$ (b)为场频谱图

表1 对图3—5中的各种非线性态的性质和频率特性作了归纳.

表1 图3—5中特征状态参数(载波频率为5.1GHz, 边带傅里叶振幅最大的频率为 f_m)					
	$\Delta k=0, L\omega/c=32$			$L\omega/c=1600, \chi=81.75$	
$\chi/\Delta k$	70.875	107.85	290.5	0.0986	0.454
性质	频率分岔	频率分岔	频率混沌	频率混沌	频率分岔
f_m/GHz	6.389	16.66	0.23	1.37	6.16
频宽/GHz	低频成分 幅值较大	边带成分 少幅值小	116	116	低频成分 幅值大

4. 结 论

在三个控制参量中,电流对辐射场的演化起着决定性的作用.随着电流的逐渐增大,辐射场由稳定饱和转为极限环振荡,最后演化为混沌态.开始出现这些非线性不稳定态的电流阈值是失谐量和归一化相互作用长度的函数.当相互作用区较长时,即使电流不是很大,失谐量也能够使辐射场出现混沌态.在软和硬非线性区域,输出功率可以变得很低.极限环

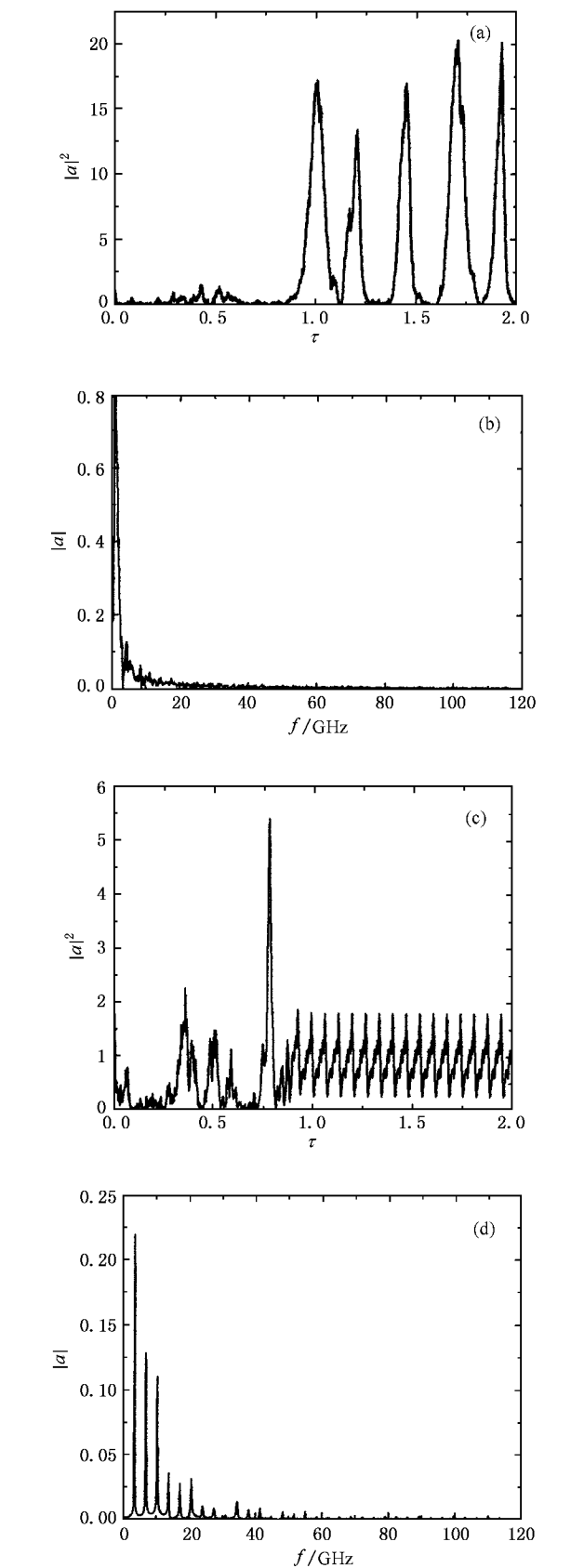


图5 对于不同的失谐量输出功率的时间演化及相应场的频谱图($\chi=81.75, L\omega/c=1600$) (a)为 $\Delta k=0.0986$ (c)为 $\Delta k=0.454$

振荡的特征是输出场频率出现分岔,边带为离散谱,边带频率相对于载频是不对称的,高频成分多于低频成分.由于极限环振荡态是阵发性的,它只出现在输出功率随三个参量变化曲线的极值点上.所以在“软”非线性区域,可以通过细致调节参量来控制器件工作在所需要的稳定饱和态或者极限环振荡态

上.混沌场的特征是辐射场不具有时间周期性,边带为连续谱,输出功率中几乎包含了各种频率成分,但幅值较大的分量集中在零频附近的低频范围里.由于混沌态是连续的,所以在“硬”非线性区域,不能通过细致调节参量来消除这种不稳定态.

- [1] Piovella N , Chaix P , Shvets G and Jaroszynski D A 1995 *Phys. Rev. E* **52** 5470
- [2] Jaroszynski D A , Bakker R J , van der Meer A F G *et al* 1993 *Phys. Rev. Lett.* , **70** 3412
- [3] Jaroszynski D A , Oepfs D , van der Meer A F G *et al* 1998 *Nucl. Instr. Meth. A* **407** 407
- [4] Ponifacio R and Meneil B W J 1988 *Nucl. Instr. Meth. A* **272** 280
- [5] Calderòn O G , Takuji Kimura and Todd I. Smith 2001 *Phys. Rev. E* **65** 6504
- [6] Chen B G 2001 *Chin. Phys.* **10** 44
- [7] Wang W J , Wang G R , Chen S G *et al* 1995 *Progress in Physics* **15**

19 (in Chinese) [王文杰、王光瑞、陈式刚、杜祥琬 1995 物理学进展 **15** 19]

- [8] Shffler D , Nation J A and Kerslick G S 1990 *IEEE Trans. Plas. Sci.* **18** 546
- [9] Shffler D , Nation J A , Ivers J D *et al* 1990 *Proc. SPIE* **1226** 23
- [10] Schächter L , Nation J A 1991 *J. Appl. Phys.* **70** 5186
- [11] Schächter L and Nation J A 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8820
- [12] Yang Y Y and Ding W 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 277 (in Chinese) [扬蕴渊、丁 武 2000 物理学报 **49** 277]
- [13] Levush B , Antonsen T M , Bromborsky A *et al* 1992 *IEEE Trans. Plas. Sci.* **20** 263

Limit cycle oscillating and chaos of the radiation field in a traveling wave tube amplifier

Hao Jian-Hong^{1,2)} Ding Wu³⁾

¹⁾ *Gradute School , China Academy of Engineering Physics , Beijing 100088 , China)*

²⁾ *Department of Physics , Shijiazhuang Teachers College , Shijiazhuang 050801 , China)*

³⁾ *Institute of Applied Physics and Computational Mathematics , Beijing 100088 , China)*

(Received 22 May 2002 ; revised manuscript received 14 August 2002)

Abstract

In this paper the evolution of the radiation field from frequency bifurcation to chaos and the temporal and frequency characteristics of the nonlinear unsteady states are investigated , based on the threshold analysis of nonlinear instability for the radiation field in a traveling wave tube amplifier. In the soft nonlinear regime , the nonlinear radiation field is characterized by limit cycle oscillations with frequency bifurcated , and the output power spectrum is discrete and asymmetric around the carrier frequency. This instability is intermittent so that the device can operate in expected steady states or limit cycle oscillation states by slightly adjusting the parameter. In the hard nonlinear regime in which the radiation field is characterized by randomly non-periodic oscillations with frequency chaos , the output power spectrum is continuous and wide , the components with a larger amplitude are restricted in the low-frequency range near zero. This instability is continuous so that it cannot be avoided by slightly adjusting the parameter.

Keywords : traveling wave tube , radiation field , bifurcation , limit cycle , chaos

PACC : 5250 , 2921 , 5235 , 5275