

行波管放大器中的电子混沌现象

郝建红^{1,2)} 丁 武³⁾

¹⁾ 石家庄师范专科学校, 石家庄 050801)

²⁾ 华北电力大学信息工程系, 北京 102206)

³⁾ 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

(2003 年 4 月 1 日收到, 2003 年 5 月 22 日收到修改稿)

用自洽方程模拟了波-粒相互作用过程中的电子混沌行为. 结果表明, 随着电流的增大, 电子在相空间的运动轨道将变得混沌, 混沌轨道受失谐量的影响. 在时间上, 电子混沌比场的极限环和混沌振荡出现要早. 与场出现极限环振荡的电流阈值相比, 出现电子混沌的电流阈值要小. 在场呈极限环状态的“软”非线性区域, 电子的混沌轨道占据大部分相空间, 而在场混沌的“硬”非线性区域, 混沌轨道则弥漫在整个相空间. 当电流一定时, 电子的混沌运动图样是不变的. 在一定的电流范围内, 场的极限环和混沌振荡特征是确定的, 但它们的输出功率是不确定的.

关键词: 行波管放大器, 电子混沌, 相空间轨道, 非线性相互作用

PACC: 5250, 2921, 5135, 5275

1. 引 言

随着非线性理论的发展和计算技术的进步, 强流相对论器件非线性问题的研究越来越引起人们的兴趣和关注^[1-5]. 电子束产生的相干辐射器件是一种由电磁波和相对论电子束组成的非线性相互作用系统, 一般情况下, 它必然会出现非线性系统所特有的一些现象. 这些非线性现象将直接影响器件的输出特性. 一方面, 混沌行为造成电子束的能散和群聚变差, 限制了器件效率和功率的提高; 另一方面, 利用混沌的固有特性可以得到宽的输出功率谱, 这又为设计和开发宽谱高功率微波 (HPM) 源器件提供了可能. 因此, 从控制混沌改善器件运行特性和利用混沌开发新的 HPM 源器件两个方面而言, 对场混沌和电子混沌进行研究, 无疑既具有良好的理论研究前景, 又具有广泛的应用价值, 因而引起了美国军方实验室的关注^[6]. 在由电子束产生的相干辐射器件中, 开展较早和较多的是自由电子激光器 (FEL), 研究表明^[7-14], 电子混沌和场混沌是 FEL 中普遍存在的现象, 各种非线性效应 (如边带不稳定性、场振幅和相位的慢变化、空间电荷效应和场与电子间的能量交换等) 都将导致电子轨道的紊乱.

我们已对行波管放大器饱和后辐射场的混沌现象进行了数值研究^[15]. 本文分析和数值模拟了波-

束相互作用中的电子混沌现象. 在分析中我们假定: (1) 反射波可以忽略; (2) 电子束是长脉冲; (3) 轴向引导场很强, 以至于只考虑相对论电子束的轴向运动就可以了.

2. 方 程

在文献 [15] 中, 我们给出了下面的场演化方程和电子运动方程:

$$\alpha_j \left(1 - \frac{v_g}{v_{pe}} \right) \frac{\partial a}{\partial \tau} + \frac{\partial a}{\partial \zeta} = - \tilde{I} < \exp(-i\phi_j) > \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial \zeta} = L \Delta k + L \frac{\omega}{c} p_j, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p_j}{\partial \zeta} = a \exp(i\phi_j) + c. c. \quad (3)$$

此处

$$a = L \frac{q}{mc^2} \frac{E_{pe}(r_b)}{\gamma_0^3 \beta_{z0}^3} \left(1 - \frac{4\pi\mu}{\zeta} \right) \epsilon, \quad (4)$$

$$p_j = \frac{\Delta \beta_{pe}}{\beta_{z0}^2}, \quad (5)$$

$$\tilde{I} = \frac{I}{I_A} \frac{|E_{pe}|^2 L^2 d}{u \gamma_0^3 \beta_{z0}^3 \beta_g} \left(1 - \frac{4\pi\mu}{\zeta} \right), \quad (6)$$

式中 a 是归一化的无量纲慢变场振幅, p_j 是电子归一化的无量纲广义动量, ϕ_j 是第 j 个电子的相角, μ 和 ζ 分别为空间电荷波的磁导率和介电常数^[16], \tilde{I}

是无量纲的 universal 电流, I 是通过轴向某点的电流, $I_A = mc^3/q$ 是 Alfvén 电流, L 是相互作用区长度, d 是慢波结构周期, γ_0 是相对论因子, $v_g = c\beta_g$ 是真空中电磁波的群速度, u 是包含在一个慢波结构周期里每 $|\epsilon|^2$ 电磁能, $\zeta = z/L$ 和 $\tau = t_0(L/v_g)$ 是无量纲的坐标和时间, t_0 是 Lagrangian 坐标, $\Delta k = k - \omega/v_{z0}$ 是失谐量, 且

$$\alpha_j^{-1} = 1 + \int_0^z dz' \frac{\partial}{\partial t_0} v_{jz}^{-1}(z', t_0). \quad (7)$$

计算中为满足辐射场慢变振幅与任何一个电子相位无关的条件, 取 $\alpha_j \approx 1, v_{jz} \approx v_{z0}$, 这在场处于定态或电子运动是超相对论的情况下是合理的.

我们将器件的起振电流 I_{st} 作为注入相互作用区电流大小的尺度, 通过数值计算来确定器件中的无量纲起振电流^[17].

方程(1)–(3)是数值计算的基本方程, 综合考虑波-束相互作用和辐射场的传播, 计算中选取: 真空中电磁波群速度 $\beta_g = 0.24$, 电子的注入速度 $\beta_{z0} = 0.86$, 相互作用长度 $L = 30.5 \text{ cm}$, 归一化量 $L\omega/c = 32$. 这样, 方程的分析被限制在两个参数上: 归一化

电流 \tilde{I} 和失谐量 Δk . \tilde{I} 作为场振幅演化方程的“源”项, 是影响电子运动和场发展的主要因素. 失谐量 Δk 表示电子与波共振的偏离, 它直接影响着电子的运动和场的演化.

3. 电子运动轨道

下面我们研究电子的运动轨道.

3.1. 单个电子的空间轨道

图 1 是 $\Delta k = 0$ 时不同电流的 p_j 空间变化. 当电流较小时, 电子的空间轨道是周期性的, 能量变化几乎呈正弦规律. 电流增大后, 电子的空间轨道变成非周期性, 并且有的电子动量减小, 有的电子动量增加. 动量下降的电子占大多数时, 电子的能量转化为电磁波能量, 辐射场被放大. 以动量减小的电子为例, 图 2 给出了 $\chi = 66.5$ 时不同失谐量的电子 p_j 空间变化. 由于失谐量不为零, 单个电子的空间轨道变成随机的.

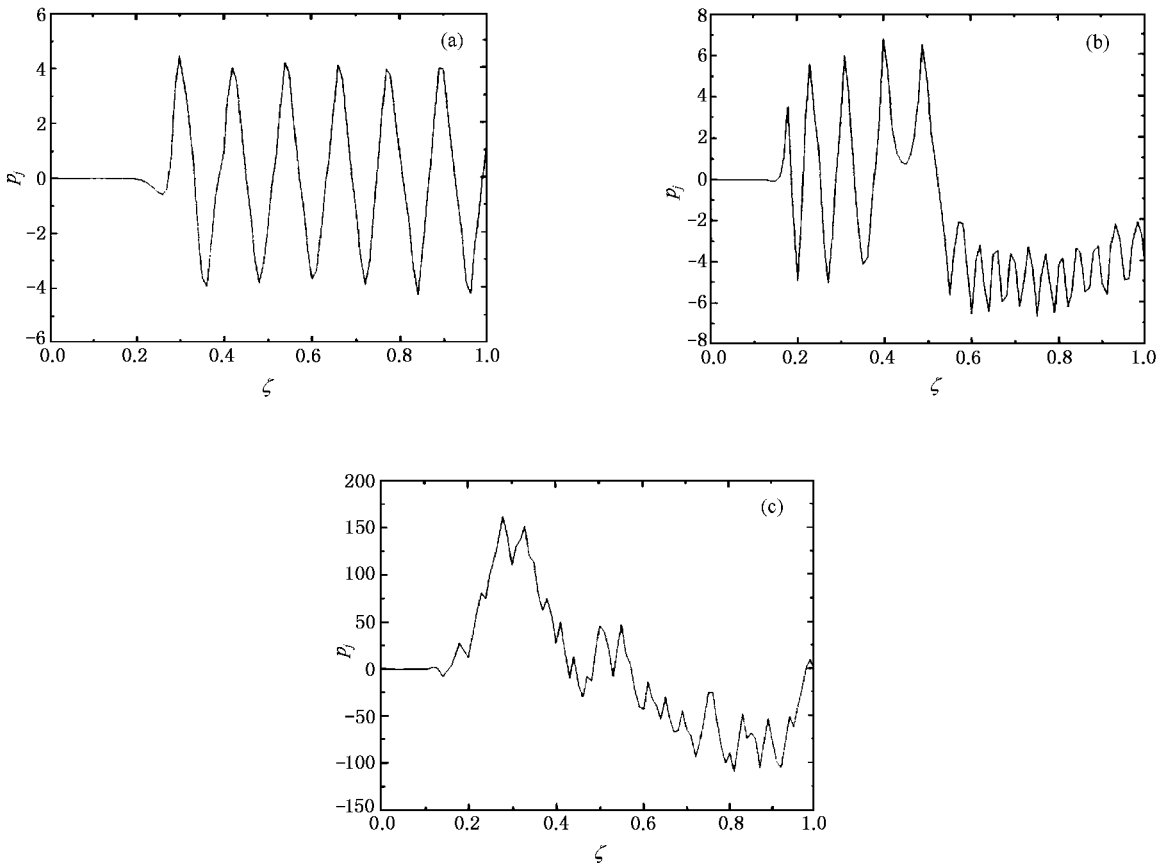


图 1 不同电流时的电子空间轨道($\Delta k = 0$) (a) $\chi = 24$ (b) $\chi = 86.5$ (c) $\chi = 276$



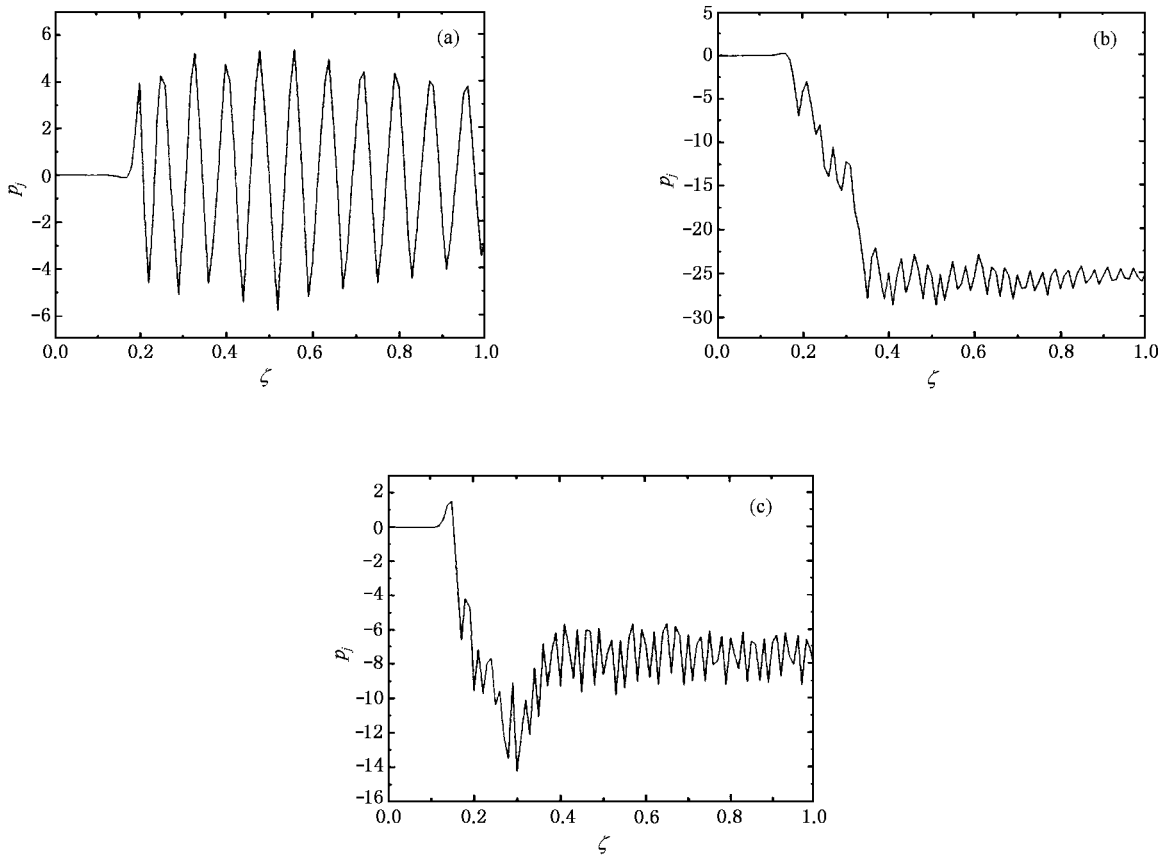


图 2 不同失谐量时的电子空间轨道 ($\chi = 66.5$) (a) $\Delta k = 0$ (b) $\Delta k = 0.01 \text{ cm}^{-1}$ (c) $\Delta k = 0.10 \text{ cm}^{-1}$

3.2. 电子的相空间轨道

通过数值积分方程(1)–(3),可以得到场振幅 a 、电子相角 ϕ_j 和广义动量 p_j . 为了更详尽地描述电子的混沌运动,我们进一步分析电子运动的整体效应,也就是电子运动的相空间分布. 需要强调的是,在数值求解电子相空间分布时,考虑波-粒相互作用,场振幅是自洽的,其值由耦合方程确定. 图 3 给出了电子运动的相空间(ϕ_j, p_j)分布. 在 χ 很小(如 $\chi < 3$)时,波场和空间电荷场都很小,辐射场和电子间的非线性相互作用很弱,电子在相空间是均匀分布的,如图 3(a)所示. χ 不大($\chi < 17$)时,电子的轨道基本是有序的(见图 3(b));随着 χ 的增大,空间电荷场和电磁波场逐渐增大,波场和粒子间的非线性耦合逐渐增强,电子的部分运动轨道开始出现混沌. 电子运动混沌轨道的出现,是以相空间结构图上出现一些封闭的“岛屿”,在“岛屿”之外是一些离散的混沌运动相点为特征的. 当 χ 较大时,规则轨道和紊乱轨道共存,如图 3(c)所示. 当 χ 很大($\chi > 180$)时,混沌轨道遍布整个相空间,如图 3(d)所示.

3.3. 失谐量对电子混沌轨道的影响

从方程(1)–(3)不难看出,失谐量是方程(2)的线性项,但经过耦合,失谐量对电子动量和场振幅的影响是非线性的. 失谐量可以改变电子的相位分布和波-粒间的能量交换,进而影响电子运动和场的行为. 图 4 给出了 $\chi = 18.5$ 时,不同失谐量情况下电子运动的相空间分布. 从图 4 可以看出,失谐量不同,相空间结构图上“岛屿”的形状和分布也不同,调节失谐量可改变混沌运动的电子数,但这种调节作用不是很明显.

4. 电子混沌和场混沌

文献[15]指出,在场达到饱和以后的非线性区域,当 $\chi \geq 43.375$ 时,辐射场表现为极限环态;当 $\chi \geq 276.3$ 时,辐射场表现为混沌振荡态,如图 5 所示. 我们的数值计算表明,当 χ 增大到 17 左右时,在相空间电子的规则轨道外开始出现紊乱离散点,表明已有部分电子的运动轨道变成混沌. 表 1 列出

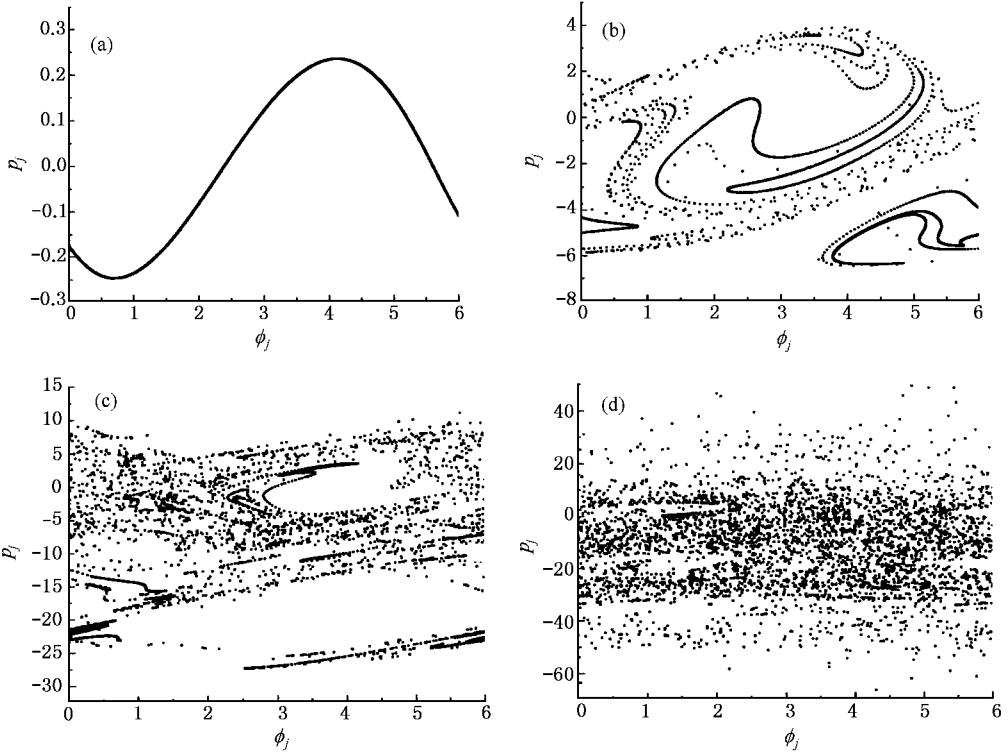


图 3 χ 变化时电子运动在相平面 (ϕ_j, p_j) 的分布 $\Delta k = 0$. (a) $\chi = 2.2$ (b) $\chi = 16.5$ (c) $\chi = 43.375$ (d) $\chi = 213$

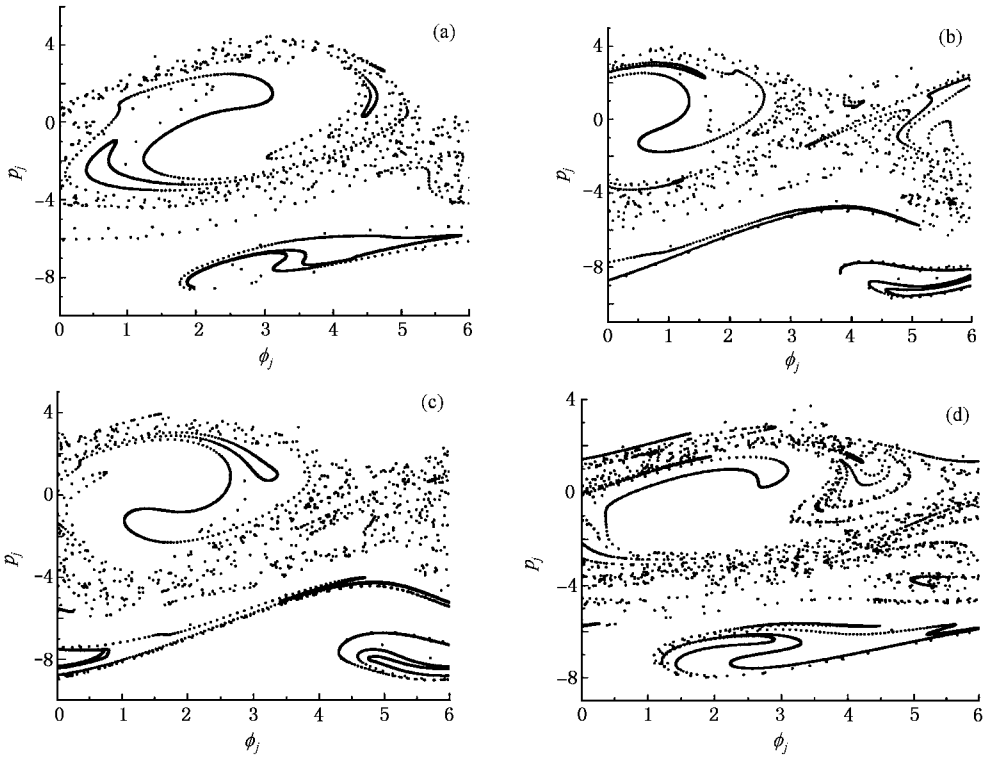


图 4 失谐量变化时电子运动在相空间 (ϕ_j, p_j) 的分布 $\chi = 18.5$. (a) $\Delta k = 0$ (b) $\Delta k = 0.05 \text{ cm}^{-1}$ (c) $\Delta k = 0.10 \text{ cm}^{-1}$ (d) $\Delta k = 0.80 \text{ cm}^{-1}$



了辐射场极限环振荡和混沌振荡以及电子混沌运动出现的电流阈值.通过比较可以看到:电子混沌的电流阈值比场的极限环振荡的电流阈值要小,这是由于电流变化具有影响电子运动和场行为的双重作用.但不难想象,电子的相空间分布与束电流直接相关.束电流对场的作用是通过电子相互作用区域的群聚来实现的,群聚电子仅是总电子束的一小部分,所以电子束流对场的作用被削弱,亦即电流增大对电子运动的非线性作用比对场的非线性作用要大.在电流达到场出现极限环振荡的阈值之前,电子运动轨道已是部分混沌,在场表现为极限环振荡的“软”非线性区域里,混沌轨道占据了大部分相空间.随着电流的增大,混沌运动的电子数越来越多,当 χ 增长到180左右时,相空间全是杂乱的离散点,表明几乎所有的电子轨道都变成混沌的了.在辐射场表现为混沌振荡的“硬”非线性区域,电子运动是整体混沌的,混沌轨道弥漫在整个相空间.

为了进一步认识电子混沌和场混沌的关系,图6和图7分别给出了场极限环和混沌振荡时相空间电子运动轨道的时间演化.当时间很短(如 $\tau = 0.01$)时,电子运动的相空间轨道是规则有序的,如图6(a)所示.这表明最初时刻波-束间的非线性作用非常弱.随着时间的增长,波-粒间的非线性相互作用逐渐变强,电子运动的相空间轨道出现混沌,且混沌轨道逐渐增多,如图6(b)–(e)所示(对应于 $\tau = 0.05$ – 0.68).由图5知,辐射场在经过大约0.7个归一化时间单位后达到饱和,随后将出现极限环或

混沌振荡,所以图6描绘的是辐射场饱和前电子运动的相空间轨道.由此我们得到,在时间上电子混沌出现在场的极限环和混沌振荡之前.这说明在行波管放大器中,即使没有边带不稳定性,电子混沌也能出现.因为场振幅和电子相位的慢变化、空间电荷效应^[18]、电子和场之间的能量交换^[19–21]及轴向引导场^[22,23]等不稳定因素都能导致电子在相空间的混沌运动.

我们还研究了电子混沌运动及场的极限环和混沌振荡的变化关系.当电流增大到 $\chi = 17$ 时,随着电流的增大,电子在相空间的混沌轨道逐渐增多,如图3所示.但对一定的电流,电子在相空间的混沌图样基本上是不变的,如图3(c)和图4(d)–(e)及图7(b)–(d)所示.当电流在 $\chi = 43.375$ – 276.3 时,场极限环振荡的图样特征是不变的,如图5(a)和图8(a)所示.在 $\chi \geq 276.3$ 时,场混沌振荡的图样特征是不变的,如图3(b)和图8(c)所示.但在不同电流情况下,场极限环和混沌振荡的输出功率可能很大,也可能很小,如图5和图8所示.这个结果与文献[24]的结果是相对应的:当电流增大到 $\chi = 17$ 左右时,输出功率和电流的关系不是单调的,如图9所示.由此我们得到结论:在一定的电流下,电子混沌运动的图样随时间是确定不变的;在一定的电流范围内,场极限环或混沌振荡的图样特性是确定不变的;但是场极限环和混沌振荡的输出功率是变化的、不确定的.对这种不确定性的理解和控制尚待进一步研究.

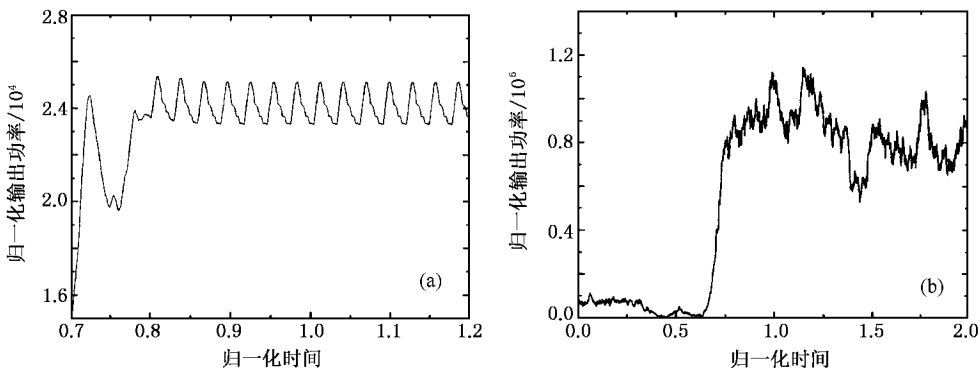


图5 $\Delta k = 0$ 时辐射场的极限环和混沌振荡 (a) $\chi = 43.375$ (b) $\chi = 276.25$

表 1 辐射场混沌和电子运动混沌等情况的电流阈值

各种状态 电流阈值 χ	辐射场		电子运动轨道	
	极限环	场混沌	部分混沌	全部混沌
	43.375	276.3	~ 17	~ 180

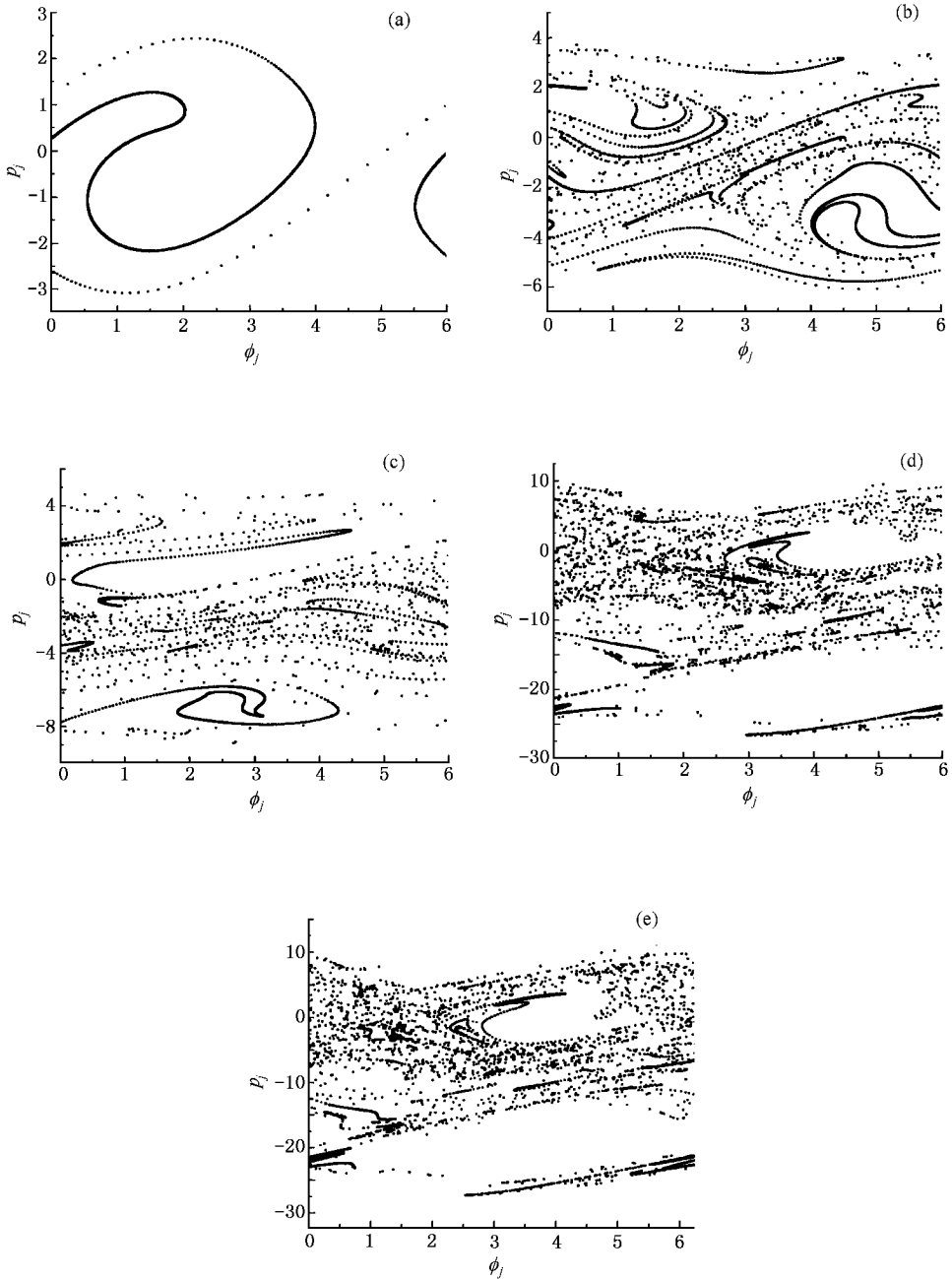


图 6 场极限环振荡时电子相空间分布随时间的演化 ($\chi = 43.375, \Delta k = 0$) (a) $\tau = 0.01$ (b) $\tau = 0.05$ (c) $\tau = 0.10$ (d) $\tau = 0.30$ (e) $\tau = 0.68$

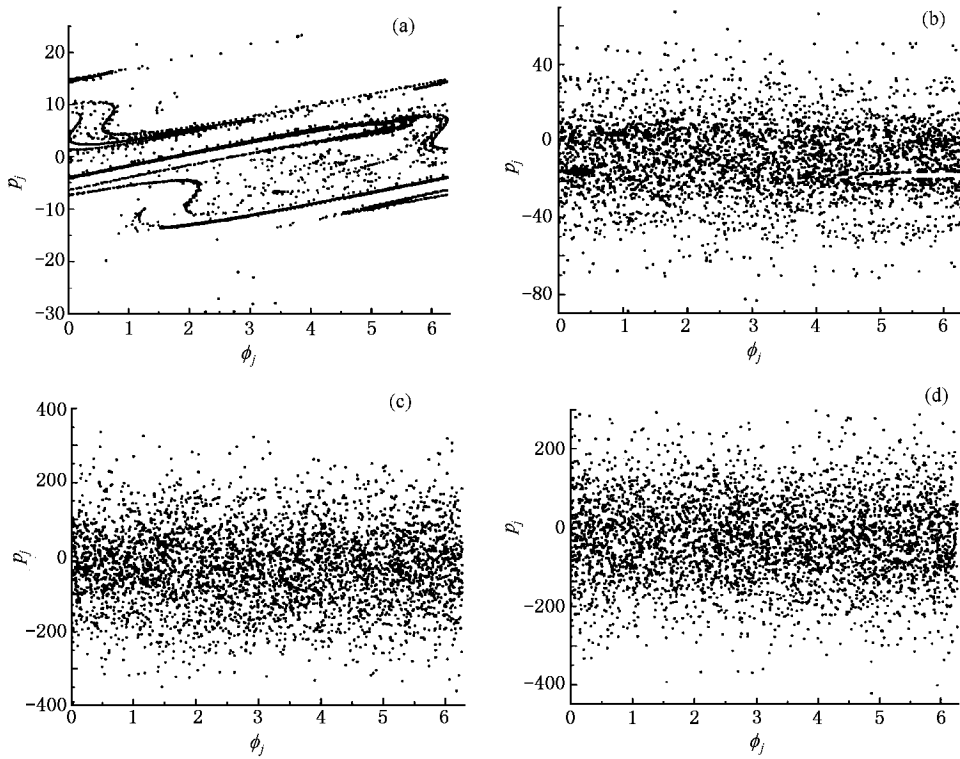


图7 场混沌振荡时电子相空间分布随时间的演化($\chi = 276.25, \Delta k = 0$) (a) $\tau = 0.01$ (b) $\tau = 0.10$ (c) $\tau = 0.60$ (d) $\tau = 2.00$

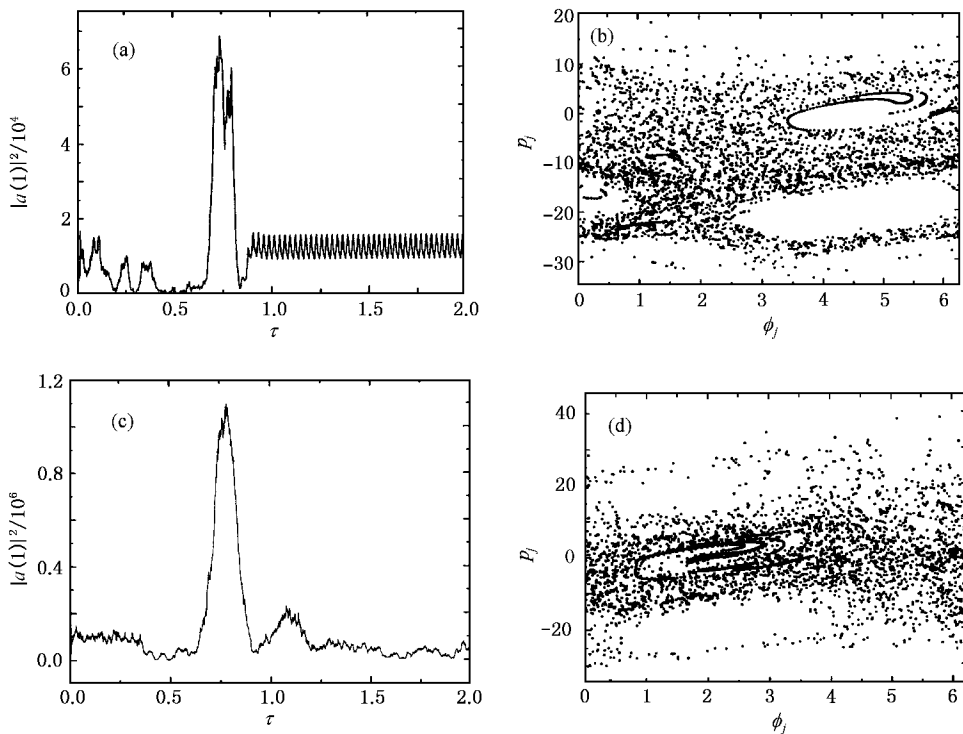


图8 谐振情况($\Delta k = 0$)下,不同电流时输出辐射功率的时间演化和对应的电子相空间轨道 (a)(b) $\chi = 84.6$ (c)(d) $\chi = 321.0$

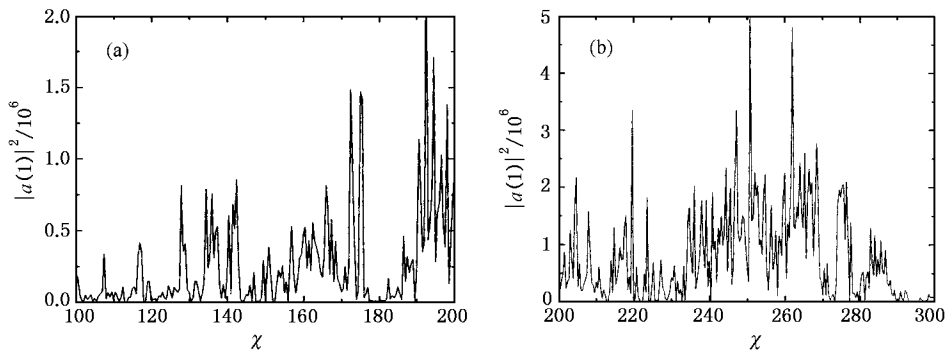


图9 输出功率与电流的关系($\Delta k = 0, L_0/c = 32$) (a) $\chi = 100-200$ (b) $\chi = 200-300$

5. 结 论

在行波管放大器中,辐射场与电子束之间呈现复杂的非线性相互作用,它体现了系统内在的物理机制.电流越大,波-束之间的非线性耦合越强烈,这种耦合作用将影响电子和辐射场的行为.电子混沌可以出现在场饱和前,也可以出现在场饱和后.电流是决定电子混沌运动和场混沌行为的主要因素,调节失谐量可以控制电子的混沌轨道.结果可归纳如下:

(1)在辐射场饱和前和饱和后,随着电流的增大电子运动轨道都将出现混沌.所以在时间上,电子混沌比场的极限环和混沌振荡出现要早.这表明在行波管放大器中,导致电子混沌的不一定是边带不稳定性,也可以是空间电荷效应等其他不稳定性.

(2)出现电子混沌的电流阈值比场出现极限环的电流阈值要小.在辐射场极限环振荡的非线性区域,随着电流的增大,电子混沌区域越来越大,并最终占据了大部分相空间.在辐射场混沌振荡的非线性区域,电子混沌是整体的,混沌轨道弥漫在整个相空间.换言之,场的极限环振荡常常伴随着大部分电子的混沌运动,而场的混沌则伴随着所有电子的混沌运动.

(3)当电流一定时,电子的混沌运动受失谐量的影响.失谐量可以使单个电子的空间运动变得无规则,并改变电子运动相空间的混沌轨道.

(4)在一定的电流下,电子在相空间的混沌运动图样基本不随时间变化.在一定的电流范围内,场极限环或混沌振荡的图样特征是确定不变的,但电流变化时,它们的输出功率的大小是不确定.

- [1] Chirikov B V 1979 *Phys. Rep.* **52** 263
- [2] Levush B, Antonsen T M, Bromborsky A et al 1992 *IEEE Trans. Plas. Sci.* **20** 263
- [3] Piovella N, Chaix P, Shvets G et al 1995 *Phys. Rev. E* **52** 5470
- [4] Klochkov D N, Pekar M Y, Rukhadze A A 2000 *Phys. Plas.* **7** 4707
- [5] Riyopoulos S 1992 *IEEE Trans. Plas. Sci.* **20** 360
- [6] Agee F J, Gaudet A 2000 *Proc. SPIE: Intense Microwave Pulses (VII)* 2
- [7] Ho Y P 1982 *Acta Phys. Sin.* **31** 1337 [in Chinese] [霍裕平 1982 物理学报 **31** 1337]
- [8] Sprangle P, Ting A, Tang C M 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 202
- [9] Riyopoulos S, Tang C M 1988 *Phys. Fluids* **31** 3387
- [10] Chen C, Davidson R C 1991 *Phys. Rev. A* **43** 5541
- [11] Oscar G C, Takuji K, Smith T I 2001 *Phys. Rev. E* **65** 6504
- [12] Scharlemann E T 1985 *J. Appl. Phys.* **58** 2154
- [13] Davidson R C, Wurtele J S 1987 *Phys. Fluids* **30** 557
- [14] Billardon M 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 713
- [15] Hao J H, Ding W 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 144 [in Chinese] [郝建红、丁武 2003 物理学报 **52** 144]
- [16] Petelin M I 1985 *Radiofizika.* **28** 354
- [17] Vlasov A N, Nusinovich G S, Levush B 1997 *Phys. Plas.* **4** 1402
- [18] Chen C, Davidson R C 1991 *Phys. Rev. A* **43** 5541
- [19] Bonifacio R, Casagrande F, Castai G 1982 *Evolution of Order and Chaos* Haken H ed (Berlin, Heidelberg Springer-Verlag) p248
- [20] Onifacio R B, Casagrande F, de Salvo S I 1986 *Phys. Rev. A* **33** 2836
- [21] Zhang S C, Hu Z X, Wang W Y 1990 *Acta Phys. Sin.* **39** 1745 [in Chinese] [张世昌、胡忠秀、王文耀 1990 物理学报 **39** 1745]
- [22] Freund H P, Ganguly A K 1986 *Phys. Rev. A* **34** 1242
- [23] Michel L, Bourdier A, Buzzi J M 1992 *Nucl. Instr. Meth. A* **318** 568
- [24] Hao J H, Ding W 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1979 [in Chinese] [郝建红、丁武 2003 物理学报 **52** 1979]

Chaotic electron motion in a traveling-wave tube amplifier

Hao Jian-Hong^{1,2)} Ding Wu³⁾

¹⁾ *Department of Physics, Shijiazhuang Teacher's College, Shijiazhuang 050801, China*

²⁾ *Department of Information Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China*

³⁾ *Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China*

(Received 1 April 2003 ; revised manuscript received 22 May 2003)

Abstract

On the basis of the self-consistency equations, the chaotic behavior of electron orbits is studied numerically in a traveling-wave tube amplifier. The results show that motion orbits of electrons in phase space can become chaotic as the current increases, and the chaotic orbits are affected by the detuning. In temporal scale, appearance of chaotic motion of electrons is earlier than one of limit cycle and chaotic oscillation of the field. In comparison with the limit cycle oscillation of the field, the threshold current for the onset of chaotic orbits of electrons is low. In the soft nonlinear regime at which the field exhibits limit cycle oscillation, the chaotic region increases and gradually engulfs the whole phase space as the current increases. In the hard nonlinear regime at which the field exhibits chaotic behavior, the chaotic orbits of electrons occupy almost everywhere in the phase space. The pattern of chaotic motion of electrons is unchanged for a certain current; the characteristic of the limit cycle and chaotic oscillation of the field is certain, but their output power is uncertain in a certain current range.

Keywords : traveling-wave tube amplifier, chaotic orbit, phase space, nonlinear interaction

PACC : 5250, 2921, 5135, 5275