

# 飞秒光参量振荡器中非线性晶体的 空间啁啾与角色散<sup>\*</sup>

马 晶 章若冰 赵华军 张伟力 王清月

(天津大学精密仪器与光电子工程学院, 光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300072)

(2003 年 7 月 18 日收到, 2003 年 10 月 14 日收到修改稿)

对飞秒光参量振荡器的空间啁啾和角色散进行了理论计算和分析, 给出了在非线性晶体中的空间啁啾表达式, 以及在 BBO 晶体 I 类非共线相位匹配情况下, 在角度调谐过程中非线性晶体包括角色散在内的二阶、三阶色散的解析表达式, 并精确计算了角色散对其二阶、三阶色散的影响。

关键词: 飞秒光参量振荡器, 空间啁啾, 角色散, 二阶、三阶色散

PACC: 4265K, 4280, 4280W

## 1. 引 言

飞秒光参量振荡(OPO)能产生窄脉宽和宽调谐的飞秒光脉冲, 它在很多领域获得广泛应用. 近年来, 飞秒光参量激光脉冲压缩进展迅速, 现已在某些特定波长范围实现了窄脉宽运转. 1995 年 Gale 等人利用倍频的克尔透镜锁模钛宝石激光器同步抽运 BBO 晶体 OPO, 得到了 590—666nm 的可见光输出, 在腔内用熔凝石英棱镜对进行色散补偿, 获得了 13fs 的光脉冲<sup>[1]</sup>. 之后, 又有利用飞秒光参量放大(OPA)产生小于 10fs 光脉冲的报道<sup>[2-5]</sup>. 迄今为止, 利用光参量放大获得的最窄脉宽可达 4fs<sup>[6]</sup>. 随着飞秒 OPO 脉宽的缩短和频谱的加宽, 群速色散成为影响飞秒光参量激光脉冲宽度的重要因素. 但是, 在飞秒光参量振荡器中, 现有的文献在考虑色散时, 都只考虑非线性晶体的材料色散, 角色散被忽略. 因为非线性晶体在调谐过程中, 入射角在不断变化. 由文献[7, 8]可知, 当光斜入射到晶体表面, 在晶体内部不同频率的光将有不同的光学通道, 即有空间啁啾存在. 此时光经过非线性晶体不光存在材料色散, 还具有角色散. 本文将对飞秒光参量振荡器的空间啁啾和角色散进行理论计算和分析, 给出在非线性晶体空间啁啾及包括角色散在内的二阶、三阶色散的解析表示式, 并精确计算在角度调谐时角色散对二阶、三

阶色散的影响.

目前常用的飞秒光参量振荡器主要有钛宝石飞秒激光的二次谐波抽运的 BBO I 类相位匹配( $e \rightarrow o + o$ )光参量振荡器和钛宝石飞秒激光器抽运的 KTP II 类相位匹配( $o \rightarrow e + o$ )光参量振荡器. 前者的信号光在可见光波段, 后者在近红外波段. 因 KTP II 类相位匹配飞秒光参量振荡器信号光为  $e$  光, 在晶体内部的折射率与相位匹配角  $\theta$  有关, 情况更为复杂. 本文主要分析 BBO I 类相位匹配的飞秒光参量振荡器的空间啁啾与角色散, 但该分析方法及所得结果对同类型飞秒光参量振荡器同样有效.

## 2. 非线性晶体中的空间啁啾

图 1 为飞秒光参量振荡器装置示意图. 图 1 中抽运源为二次谐波克尔透镜锁模(KLM)钛宝石激光器. 泵光经球面镜  $M_3$  反射, 以一非共线角聚焦到 BBO 晶体内,  $M_1, M_2$  为曲率半径相等的球面折叠镜, HR 为平面全反镜, OC 为输出耦合镜. BBO 晶体放置在两球面折叠镜的中心附近,  $M_1, M_2$  接近共焦放置. 腔内用棱镜对  $P_1, P_2$  进行色散补偿. 当选取合适的非共线角时, 可以实现时间和空间的走离补偿, 增加参量激光的转换效率, 也使脉冲的光谱宽度增宽. Gale 等人在图 1 所示的腔结构 BBO I 类相位匹配情况下( $e \rightarrow o + o$ ), 利用非共线角为  $3.7^\circ$  时参量

\* 国家重点基础研究项目(批准号: G1999075201), 高等学校优秀青年教师教学和研究奖励基金和霍英东教育基金资助的课题.

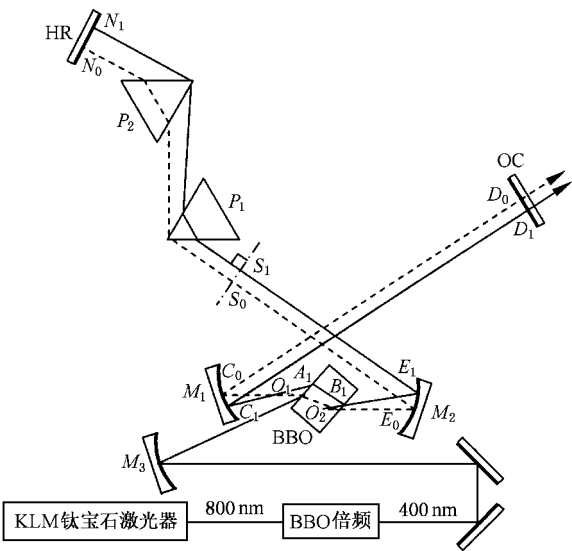


图 1 飞秒光参量振荡器装置示意图

光的谱宽最宽 ,同时 ,此非共线角与抽运光的走离角近似相等 ,因此又能够补偿空间走离效应这一特性 ,在可见光区获得脉宽为  $13f_s$  的光脉冲<sup>[1]</sup> .

飞秒光参量振荡器在角度调谐时 ,在非线性晶体处光线的入射角不断变化 .当光线斜入射到晶体表面时 ,在晶体内不同频率的光将有不同的光学通道 .图 1 中虚线表示中心波长的光线 ,为参考光线 ;实线表示波长为  $\lambda$  的某一偏离中心波长的光线 .因为折叠镜反射到两长臂的光线必须是平行的 ,因此  $O_1$  和  $O_2$  分别为折叠镜  $M_1$  和  $M_2$  的焦点 .在非线性晶体中不同波长信号光的光学通路如图 2 所示 .由于两折叠镜之间的间隔和晶体位置不同 ,在晶体内的光学通道有 4 种( 见图 2( a) —( d) ) .图 2 中  $A_0B_0$  为晶体长度  $L$  , $\phi_0$  为中心波长光线的入射角 , $\phi$  为波长为  $\lambda$  光线的入射角 , $\gamma$  为波长为  $\lambda$  光线相对于中心波长光线的偏离角 . $\gamma$  可以是正 ,也可以是负 ,在  $A_1B'_0$  以上为正 ,在  $A_1B'_0$  以下为负 .从图 2 可以看到在非线性晶体内 ,不同波长的光线具有不同的光学通道 ,这意味着具有空间啁啾存在 .并且 ,若腔参数给定 ,只要  $\phi$  和  $\gamma$  已知 ,便可确定波长为  $\lambda$  光线的光学通道 .

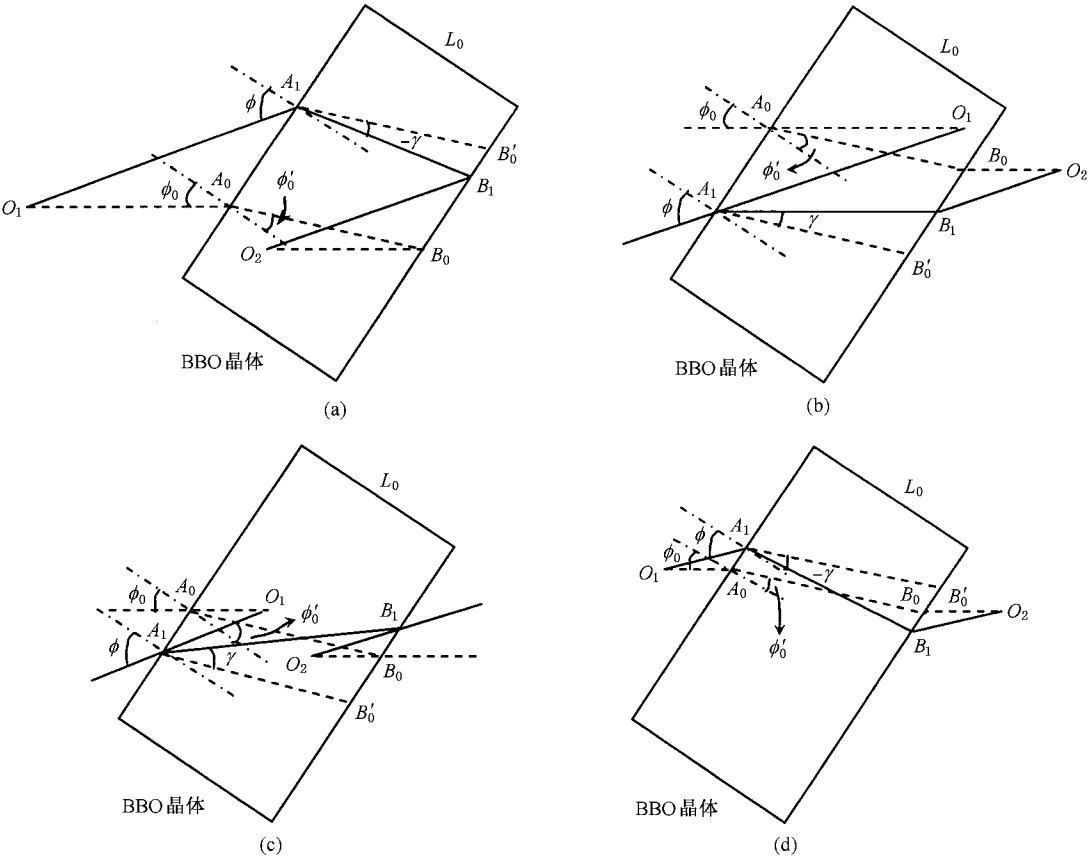


图 2 信号光在非线性晶体中的光路图

由图 2 可知,因为  $A_1 A_0 \parallel B_1 B_0, A_1 O_1 \parallel B_1 O_2, A_0 O_1 \parallel B_0 O_2, \triangle O_1 A_1 A_0 \sim \triangle O_2 B_1 B_0$ , 利用三角形的相似性及折射定律  $\sin \phi = n \sin(\gamma + \phi'_0)$ , 可得

$$\frac{L_0}{\cos \phi'_0} \sin \gamma \sqrt{1 - n^2 \sin^2(\gamma + \phi'_0)} = \Delta y \cos(\gamma + \phi'_0) [n \sin(\gamma + \phi'_0) \cos \phi_0 - \sqrt{1 - n^2 \sin^2(\gamma + \phi'_0)} \sin \phi_0], \quad (1)$$

式中  $L_0$  为晶体厚度,  $\phi'_0$  为信号光中心波长光线的折射角. 图 2(a)(b)(c)(d) 的  $\Delta y$  分别为  $\Delta y = O_2 B_0 - O_1 A_0, \Delta y = -O_2 B_0 + O_1 A_0, \Delta y = O_2 B_0 + O_1 A_0, \Delta y = -O_2 B_0 - O_1 A_0$ . (1) 式为联系  $\gamma$  和腔参数的一个重要方程. 由 (1) 式可知, 如果腔参数  $L_0, \phi_0, \Delta y$  给定,  $\gamma, \phi$  即可获得. 便可确定波长为  $\lambda$  的信号光在非线性晶体中的光学通道.

在非线性晶体中不同波长的光具有不同光学通道导致飞秒光参量振荡谱的空间结构. 这种光谱的空间结构随腔参数及腔的调整而变化.

### 3. 角度调谐时飞秒光参量振荡器的调谐曲线

飞秒光参量振荡器在角度调谐过程中, 信号光的中心波长随调谐角  $\phi_0$  的变化而变化.

设  $k_p, k_s, k_i$  分别为抽运光、信号光和闲频光波矢,  $\lambda_p, \lambda_s, \lambda_i$  分别为抽运光、信号光和闲频光波长,  $\theta$  为抽运光波矢与非线性晶体光轴的夹角, 即相位匹配角,  $\theta_{nc}$  为信号光波矢与抽运光波矢的夹角, 即晶体内的非共线角,  $\theta_{ip}$  为闲频光波矢与抽运光波矢的夹角, 在 BBO I 类非共线相位匹配情况下 ( $e \rightarrow o + o$ ), 信号光与闲频光均为寻常光, 抽运光为非常光. 由相位匹配条件  $\Delta k = k_p - k_s - k_i = 0$ , 得

$$\begin{cases} \frac{n_p}{\lambda_p} = \frac{n_s}{\lambda_s} \cos \theta_{nc} + \frac{n_i}{\lambda_i} \cos \theta_{ip}, \\ \frac{n_s}{\lambda_s} \sin \theta_{nc} = \frac{n_i}{\lambda_i} \sin \theta_{ip}, \end{cases} \quad (2)$$

式中

$$n_p = \frac{n_o(\lambda_p) n_e(\lambda_p)}{\sqrt{n_o^2(\lambda_p) \sin^2 \theta + n_e^2(\lambda_p) \cos^2 \theta}},$$

$n_s = n_o(\lambda_s), n_i = n_o(\lambda_i)$  分别为抽运光、信号光和闲频光在非线性晶体内的折射率.

在角度调谐时, 顺时针转动 BBO 晶体, 如图 3 所示,  $\phi_0$  为旋转角度(亦为信号光中心波长光线的

入射角).

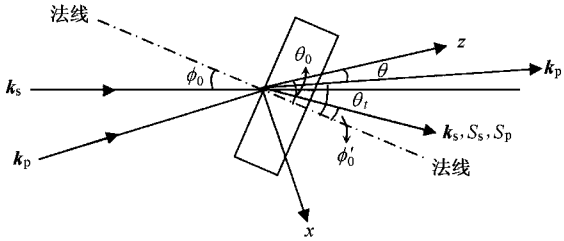


图 3 顺时针转动 BBO 晶体时的光线图

只考虑晶体前表面的折射, 且完全补偿抽运光的走离效应(即在晶体内抽运光与信号光能流方向一致), 有

$$\begin{cases} \theta = \theta_0 - \theta_i, \\ \theta_{nc} = \theta_i - \phi'_0, \\ \rho = -\theta_{nc} = \phi'_0 - \theta_i, \end{cases} \quad (3)$$

式中  $\theta_0$  为晶体切割角,  $\theta_i$  为抽运光的出射角,  $\phi'_0$  为信号光中心波长光线的出射角,  $\theta_{nc}$  为晶体内的非共线角,  $\rho$  为抽运光在晶体中的走离角. 由折射定律, 有

$$\sin \phi_0 = n_s \sin \phi'_0. \quad (4)$$

由抽运光走离角公式, 有

$$\tan \rho = \frac{1}{2} \frac{n_e^2(\lambda_p) - n_o^2(\lambda_p)}{n_o^2(\lambda_p) \sin^2 \theta + n_e^2(\lambda_p) \cos^2 \theta} \sin 2\theta. \quad (5)$$

若  $\lambda_p, \theta_0, \phi_0$  均为已知, 由 (2)~(5) 式, 可得顺时针转动 BBO 晶体时,  $\phi_0$  与  $\lambda_s$  的关系, 即在角度调谐时, 飞秒光参量振荡器的调谐曲线. 与顺时针同理, 可得逆时针转动 BBO 晶体的情况. 图 4 为在完全补偿抽运光的走离效应时, BBO 晶体的角度调谐曲线, 其中抽运光波长  $\lambda_p = 400\text{nm}$ , BBO 晶体切割角  $\theta_0 = 30^\circ$ .

### 4. 非线性晶体二阶、三阶色散的解析表达式

由于两折叠镜之间的间隔和晶体位置不同, 在晶体内光学通道有 (a)(b)(c)(d) 4 种. 下面以图 2(a) 为例, 给出非线性晶体包括角色散在内的二阶、三阶色散的解析表达式. 计算表明对图 2 中其他三种情况, 只要  $\Delta y$  的表达式作第二节所给出的相应变化, 其结果完全相同. 由图 1 和图 2(a) 可知, 若我们认为  $O_1 C_1 + C_1 D_1$  与  $O_1 C_0 + C_0 D_0, O_2 E_1 + E_1 S_1$  与  $O_2 E_0 + E_0 S_0$  光程近似相等, 忽略掉这部分光程

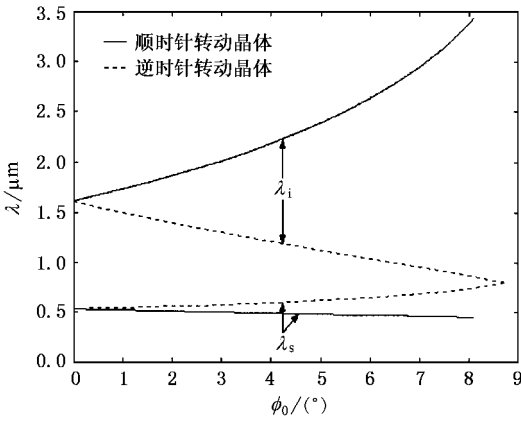


图 4 飞秒光参量振荡器的调谐曲线

差的影响,则光线在腔内往返一次非线性晶体部分对色散有贡献的光程为

$$P = \mathfrak{I} [O_1 A_1 + n A_1 B_1 - O_2 B_1] . \quad (6)$$

因为  $\Delta O_1 A_1 A_0 \sim \Delta O_2 B_1 B_0$ , 有

$$\frac{O_1 A_1}{O_1 A_0} = \frac{O_2 B_1}{O_2 B_0} , \quad (7)$$

若用  $\Delta y = O_2 B_0 - O_1 A_0$  表示 (7) 式, 有

$$O_1 A_1 - O_2 B_1 = - \frac{O_1 A_1}{O_1 A_0} \Delta y . \quad (8)$$

由 (8) 式可知, 如果  $\Delta y = 0$ ,  $O_1 A_1 = O_2 B_1$ , 在非线性晶体内部不同波长的光线相互平行,  $P = 2 n A_0 B_0$ , 这时色散仅由晶体的材料色散决定. 由  $\Delta O_1 A_1 A_0$  可得

$$\frac{O_1 A_1}{O_1 A_0} = \cos \phi_0 / \cos \phi . \quad (9)$$

由  $\Delta A_1 B_0 B_1$  可得

$$A_1 B_1 = L_0 / \cos (\gamma + \phi_0) , \quad (10)$$

将 (8) — (10) 式代入 (6) 式, 可得

$$P = \mathfrak{I} [- \Delta y \cos \phi_0 / \cos \phi + n L_0 / \cos (\gamma + \phi_0)] \quad (11)$$

对 (11) 式求  $P$  对  $\lambda$  的一、二、三阶导数, 可得中心波长  $\lambda_0$  处的  $\frac{dP}{d\lambda}$ ,  $\frac{d^2 P}{d\lambda^2}$  和  $\frac{d^3 P}{d\lambda^3}$  分别为

$$\begin{aligned} \frac{dP}{d\lambda} &= - 2 \Delta y \tan \phi_0 \frac{d\phi}{d\lambda} + 2 \frac{L_0}{\cos^2 \phi_0} \frac{dn}{d\lambda} \\ &+ 2 \frac{L_0}{\cos^2 \phi_0} n \sin \phi_0' \frac{d\gamma}{d\lambda} , \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 P}{d\lambda^2} &= - 2 \Delta y \left[ (2 \tan^2 \phi_0 + 1) \left( \frac{d\phi}{d\lambda} \right)^2 + \tan \phi_0 \frac{d^2 \phi}{d\lambda^2} \right] \\ &+ 2 \frac{L_0}{\cos \phi_0} \left[ 2 \tan \phi_0' \frac{dn}{d\lambda} \frac{d\gamma}{d\lambda} + \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \right. \\ &\left. + (2 n \tan^2 \phi_0' + n) \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^2 + n \tan \phi_0' \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \right] , \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 P}{d\lambda^3} &= - 2 \Delta y \left[ (6 \tan^3 \phi_0 + 5 \tan \phi_0) \left( \frac{d\phi}{d\lambda} \right)^3 \right. \\ &+ (6 \tan^2 \phi_0 + 3) \frac{d\phi}{d\lambda} \frac{d^2 \phi}{d\lambda^2} + \tan \phi_0 \frac{d^3 \phi}{d\lambda^3} \Big] \\ &+ 2 \frac{L_0}{\cos \phi_0} \left[ (6 \tan^2 \phi_0' + 3) \frac{dn}{d\lambda} \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^2 \right. \\ &+ 3 \tan \phi_0' \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \frac{dn}{d\lambda} \right) + \frac{d^3 n}{d\lambda^3} \\ &+ (6 n \tan^3 \phi_0' + 5 n \tan \phi_0') \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^3 \\ &\left. + (6 n \tan^2 \phi_0' + 3 n) \frac{d\gamma}{d\lambda} \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} + n \tan \phi_0' \frac{d^3 \gamma}{d\lambda^3} \right] . \end{aligned} \quad (14)$$

由 (13) 和 (14) 式可知, 在晶体厚度  $L_0$ 、入射角  $\phi_0$  和  $\Delta y$  已知时, 要求出晶体的二阶、三阶色散, 必须给出  $\gamma, \phi$  对  $\lambda$  的一、二、三阶导数.  $\gamma, \phi$  对  $\lambda$  的一、二、三阶导数见附录 A.

### 5. 结果分析

由图 4 和上面的解析表达式可得飞秒光参量振荡器非线性晶体二阶、三阶色散随信号光入射角  $\phi_0$  的变化曲线, 分别如图 5 和图 6 所示. 其中抽运光波长  $\lambda_p = 400 \text{ nm}$ , BBO 晶体厚度  $L_0 = 2 \text{ mm}$ , 晶体切割角  $\theta_0 = 30^\circ$ .  $\Delta y$  取值如图 5 所示, 其中  $\Delta y = 0$  表示材料色散.

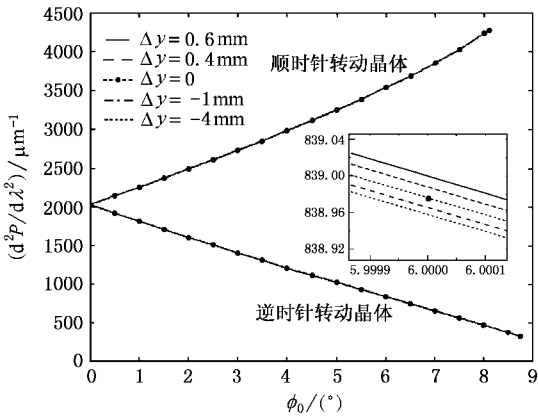


图 5 在信号光下晶体的二阶色散随其入射角的变化

由图 5 和图 6 可以看出, 当顺时针转动晶体时, 二阶色散的值和三阶色散的绝对值均随信号光入射角的增大而增大; 当逆时针转动晶体时, 二阶色散的值和三阶色散的绝对值均随信号光入射角的增大而减小. 内插图为逆时针转动晶体时的部分放大曲线.

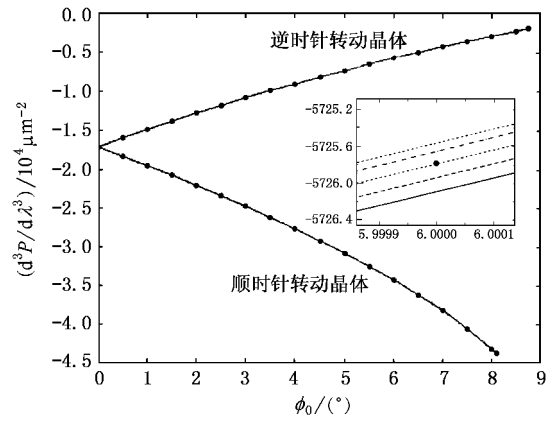


图 6 在信号光下晶体的三阶色散随其入射角的变化

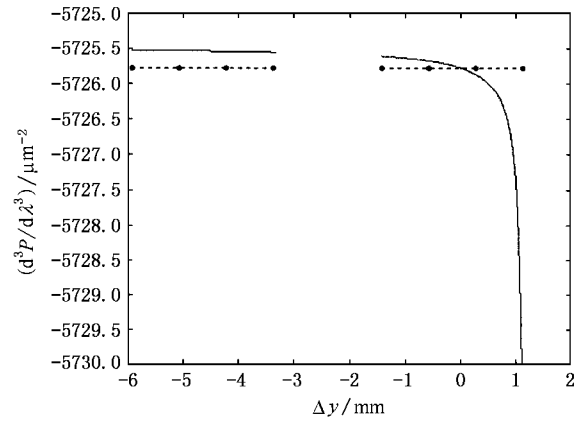


图 8 晶体的三阶色散随  $\Delta y$  的变化

由内插图可知,当  $\Delta y > 0$  时,二阶色散的值和三阶色散的绝对值较只有材料色散时的值要大.当  $\Delta y < 0$  时,情况正好相反.顺时针转动晶体时与逆时针相同.

图 7 和图 8 为 BBO 晶体的二阶、三阶色散随  $\Delta y$  的变化曲线.其中信号光入射角为  $6^\circ$ ,逆时针转动晶体时对应的信号光波长为 650nm.两折叠镜的曲率半径均为 100mm,为获得像散补偿,折叠角为  $5^\circ$ .在两长臂长度  $d_1, d_2$  分别为 100 和 60cm 时,由附录 B 可得,在稳区范围内  $\Delta y$  的变化范围为  $-1.4167\text{mm} < \Delta y < 1.1942\text{mm}$  和  $-5.9257\text{mm} < \Delta y < -3.3149\text{mm}$ .

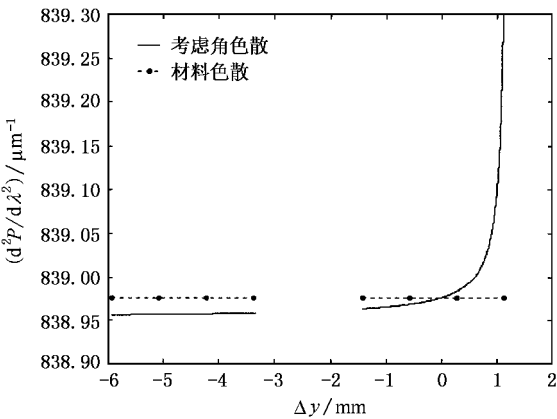


图 7 晶体的二阶色散随  $\Delta y$  的变化

由图 5 至图 8 可以看出,在通常情况下,即  $\Delta y$  离正的稳区边界  $L_0 n^2 \cos^2 \phi_0 / (n^2 - \sin^2 \phi_0)^{3/2}$  (见附录 B) 较远时,在角度调谐过程中带来角色散后的二阶、三阶色散与仅考虑材料色散时的偏差很小,即这种变化几乎可忽略.这是因为在 (6) 式中由  $2(O_1 A_1$

$-O_2 B_1$  引起的色散与  $2nA_1 B_1$  引起的色散减去材料色散  $\left(2 \frac{L_0}{\cos \phi_0} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}\right)$  的差几乎相互抵消.因此,在这种情况下,只考虑材料色散是正确的.但当  $\Delta y$  趋近于  $L_0 n^2 \cos^2 \phi_0 / (n^2 - \sin^2 \phi_0)^{3/2}$  时,情况产生突然变化.从图 7 和图 8 可以清楚地看出,随  $\Delta y$  趋近于  $L_0 n^2 \cos^2 \phi_0 / (n^2 - \sin^2 \phi_0)^{3/2}$ ,二阶色散的值和三阶色散的绝对值迅速增加.由附录 A 可知,这是因为此时  $\gamma$  对  $\lambda$  的一、二、三阶导数的表达式中分母趋近于零,而导致  $\frac{d\gamma}{d\lambda}, \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2}, \frac{d^3 \gamma}{d\lambda^3}$  的迅速变化所致.由附录 B 可知,当  $\Delta y \rightarrow L_0 n^2 \cos^2 \phi_0 / (n^2 - \sin^2 \phi_0)^{3/2}$  意味着  $\delta_y$  趋于零,换言之,当两折叠镜的间距趋近于稳区边缘  $\delta_y = 0$  时,角色散将迅速增加.因此,两折叠镜间距和晶体位置的变化引起的色散迅速变化将影响信号光的脉冲宽度,此时,角色散不能忽略.

## 6. 结 论

本文对飞秒光参量振荡器的空间啁啾和角色散进行了理论计算和分析,给出了在非线性晶体中的空间啁啾表达式,以及在 BBO I 类非共线相位匹配情况下,在角度调谐过程中非线性晶体二阶、三阶色散的解析表达式,并精确计算了角色散对其二阶、三阶色散的影响.计算结果表明,在通常情况下,即  $\Delta y$  离正的稳区边界较远时,角度调谐带来角色散后的二阶、三阶色散与仅考虑材料色散时的偏差很小,即这种变化几乎可忽略.但当  $\Delta y$  趋近于这一稳区边缘时,二阶色散的值和三阶色散的绝对值迅速增加.

换言之,当两折叠镜的间距趋近于稳区边缘  $\delta_y = 0$  时,角色散将迅速增加.因此,两折叠镜间距和晶体位置的变化引起的色散迅速变化将影响信号光的脉冲宽度.此时,角色散不能忽略.此外在非线性晶体中不同波长的光具有不同的光学通道导致飞秒光参量振荡谱的空间结构.这种光谱的空间结构随腔参数及腔的调整而变化.

## 附录 A $\gamma$ 和 $\phi$ 对 $\lambda$ 的一、二、三阶导数

将(1)式和  $\sin\phi = n\sin(\gamma + \phi_0)$  对  $\lambda$  求导,可得  $\gamma$  和  $\phi$  对  $\lambda$  的一、二、三阶导数.若令

$$A = L_0 \cos\gamma / \cos\phi_0' - \Delta y \sin\phi_0 \sin(\gamma + \phi_0'),$$

$$A_1 = L_0 \sin\gamma / \cos\phi_0' + \Delta y \sin\phi_0 \cos(\gamma + \phi_0'),$$

$$B = 1 - n^2 \sin^2(\gamma + \phi_0'),$$

$$B_1 = n \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{dn}{d\lambda} + \frac{1}{2} n^2 \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{d\gamma}{d\lambda},$$

$$C = \sin^2(\gamma + \phi_0') \left( \frac{dn}{d\lambda} \right)^2 + 2n \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{d\gamma}{d\lambda} \frac{dn}{d\lambda} + n \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + n^2 \cos^2(\gamma + \phi_0') \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^2,$$

$$D = 2\cos^2(\gamma + \phi_0') \frac{d\gamma}{d\lambda} \frac{dn}{d\lambda} + \frac{1}{2} \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{d^2 n}{d\lambda^2} - 2n \sin^2(\gamma + \phi_0') \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^2,$$

$$B_1' = C + \frac{1}{2} n^2 \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2},$$

$$C' = 3\sin^2(\gamma + \phi_0') \left( \frac{dn}{d\lambda} \right)^2 \frac{d\gamma}{d\lambda} + 3\sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{dn}{d\lambda} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + 6n \cos^2(\gamma + \phi_0') \frac{dn}{d\lambda} \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^2 + 2n \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \frac{dn}{d\lambda} + 3n \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{d\gamma}{d\lambda} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + n \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{d^3 n}{d\lambda^3} - 2n^2 \sin^2(\gamma + \phi_0') \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^3 + 2n^2 \cos^2(\gamma + \phi_0') \frac{d\gamma}{d\lambda} \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2},$$

$$D' = -6\sin^2(\gamma + \phi_0') \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^2 \frac{dn}{d\lambda} + 2\cos^2(\gamma + \phi_0') \frac{dn}{d\lambda} \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} + 3\cos^2(\gamma + \phi_0') \frac{d\gamma}{d\lambda} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + \frac{1}{2} \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{d^3 n}{d\lambda^3} - 4n \cos^2(\gamma + \phi_0') \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^3 - 4n \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{d\gamma}{d\lambda} \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2},$$

利用  $\frac{dA}{d\lambda} = -A_1 \frac{d\gamma}{d\lambda}$ ,  $\frac{dA_1}{d\lambda} = A \frac{d\gamma}{d\lambda} \frac{dB}{d\lambda} = -2B_1 \frac{dB_1}{d\lambda} = B_1' \frac{dC}{d\lambda} = C' \frac{dD}{d\lambda} = D'$ , 可得

$$\frac{d\gamma}{d\lambda} = \left[ \frac{1}{2} \Delta y \cos\phi_0 \sin^2(\gamma + \phi_0') + A_1 B^{-\frac{1}{2}} n \sin^2(\gamma + \phi_0') \right] \frac{dn}{d\lambda} \left/ \left[ AB^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} A_1 B^{-\frac{1}{2}} n^2 \sin^2(\gamma + \phi_0') \right] \right.,$$

$$- \Delta y \cos\phi_0 n \cos^2(\gamma + \phi_0') \right] , \quad (A1)$$

$$\frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} = \left[ \Delta y \cos\phi_0 D + A_1 B^{\frac{1}{2}} \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^2 + 2AB^{-\frac{1}{2}} B_1 \frac{d\gamma}{d\lambda} + A_1 B^{-\frac{1}{2}} (B_1^2 B^{-1} + C) \right] \left/ \left[ AB^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} A_1 B^{-\frac{1}{2}} n^2 \sin^2(\gamma + \phi_0') \right] \right. - \Delta y \cos\phi_0 n \cos^2(\gamma + \phi_0') \right] , \quad (A2)$$

$$\frac{d^3 \gamma}{d\lambda^3} = \left\{ \Delta y \cos\phi_0 D' + AB^{\frac{1}{2}} \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^3 - 3A_1 B^{-\frac{1}{2}} B_1 \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^2 + 3A_1 B^{\frac{1}{2}} \frac{d\gamma}{d\lambda} \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} + 3AB^{-\frac{3}{2}} B_1^2 \frac{d\gamma}{d\lambda} + 2AB^{-\frac{1}{2}} B_1' \frac{d\gamma}{d\lambda} + 3AB^{-\frac{1}{2}} B_1 \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} + \left( AB^{-\frac{1}{2}} \frac{d\gamma}{d\lambda} + A_1 B^{-\frac{3}{2}} B_1 \right) C + A_1 B^{-\frac{1}{2}} (2B_1 B^{-1} B_1' + 3B_1^3 B^{-2} + C') + \frac{1}{2} n^2 \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \times \left( AB^{-\frac{1}{2}} \frac{d\gamma}{d\lambda} + A_1 B^{-\frac{3}{2}} B_1 \right) + A_1 B^{-\frac{1}{2}} \left[ n \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{dn}{d\lambda} n^2 \cos^2(\gamma + \phi_0') \frac{d\gamma}{d\lambda} \right] \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} + \Delta y \cos\phi_0 \left[ \cos^2(\gamma + \phi_0') \frac{dn}{d\lambda} - 2n \sin^2(\gamma + \phi_0') \frac{d\gamma}{d\lambda} \right] \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \right\} \left/ \left[ AB^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} A_1 B^{-\frac{1}{2}} n^2 \sin^2(\gamma + \phi_0') \right] \right. - \Delta y \cos\phi_0 n \cos^2(\gamma + \phi_0') \right] . \quad (A3)$$

在中心波长  $\lambda_0$  处以上各式中的  $\gamma$  为零,故  $\Delta y = L_0 n^2 \cos^2\phi_0 (n^2 - \sin^2\phi_0)^{\frac{3}{2}}$  时,  $\gamma$  对  $\lambda$  的一、二、三阶导数的分母为零,且有

$$\frac{d\phi}{d\lambda} = \left( \sin\phi_0' \frac{dn}{d\lambda} + n \cos\phi_0' \frac{d\gamma}{d\lambda} \right) \left/ \cos\phi_0 \right., \quad (A4)$$

$$\frac{d^2 \phi}{d\lambda^2} = \left[ \sin\phi_0' \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + 2\cos\phi_0' \frac{dn}{d\lambda} \frac{d\gamma}{d\lambda} - n \sin\phi_0' \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^2 + n \cos\phi_0' \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} + \sin\phi_0' \left( \frac{d\phi}{d\lambda} \right)^2 \right] \left/ \cos\phi_0 \right., \quad (A5)$$

$$\frac{d^3 \phi}{d\lambda^3} = \left[ \sin\phi_0' \frac{d^3 n}{d\lambda^3} + 3\cos\phi_0' \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + \frac{dn}{d\lambda} \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \right) - 3\sin\phi_0' \frac{dn}{d\lambda} \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^2 - n \cos\phi_0' \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^3 - 3n \sin\phi_0' \frac{d\gamma}{d\lambda} \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} + n \cos\phi_0' \frac{d^3 \gamma}{d\lambda^3} \right]$$

$$+ \cos\phi_0 \left( \frac{d\phi}{d\lambda} \right)^3 + 3\sin\phi_0 \frac{d\phi}{d\lambda} \frac{d^2\phi}{d\lambda^2} \left] \right/ \cos\phi_0. \quad (\text{A6})$$

## 附录 B $\Delta_y$ 允许的取值范围

若定义两折叠镜的间距为  $2f_y + \delta_y$ , 对于子午面, 由图 1 和图 2 (a) 可得

$$f_y + O_1 A_0 + X + f_y - O_2 B_0 = 2f_y + \delta_y, \quad (\text{B1})$$

式中  $f_y = f \cos\theta$ ,  $X = L_0 n^2 \cos^2\phi_0 (\frac{n^2 - \sin^2\phi_0}{2})^{\frac{3}{2}}$ ,  $f$  为两折叠镜的焦距,  $\theta$  为折叠角,  $\phi_0$  为入射角. 由四镜折叠腔的稳定条件可知, 如果  $d_1 > d_2$ , 即  $|R_{1y}| < |R_{2y}|$ , 则  $\delta_y$  的取值范围为

$$0 < \delta_y < |R_{1y}| \quad \text{或} \quad |R_{2y}| < \delta_y < |R_{1y}| + |R_{2y}| \quad (\text{B2})$$

式中  $R_{1y} = \frac{f_y^2}{d_1 - f_y}$ ,  $R_{2y} = \frac{f_y^2}{d_2 - f_y}$ ,  $d_1$  和  $d_2$  分别为两臂的长度. 因为图 3(a) 中有  $O_2 B_0 - O_1 A_0 = \Delta_y$ , 由 (B1) 式可知

$$X - \Delta_y = \delta_y. \quad (\text{B3})$$

将 (B3) 式代入 (B2) 式, 有

$$X - |R_{1y}| < \Delta_y < X$$

或

$$X - (|R_{1y}| + |R_{2y}|) < \Delta_y < X - |R_{2y}|. \quad (\text{B4})$$

对于图 3(b) (c) (d) (B1) 式将分别表示为  $f_y - O_1 A_0 + X + f_y + O_2 B_0 = 2f_y + \delta_y$ ,  $f_y - O_1 A_0 + X + f_y - O_2 B_0 = 2f_y + \delta_y$ ,  $f_y + O_1 A_0 + X + f_y + O_2 B_0 = 2f_y + \delta_y$ , 倘若  $\Delta_y$  分别定义为  $-O_2 B_0 + O_1 A_0 = \Delta_y$ ,  $O_2 B_0 + O_1 A_0 = \Delta_y$ ,  $-O_2 B_0 - O_1 A_0 = \Delta_y$  结果相同.

- [1] Gale G M, Cavallari M, Driscoll T J and Hache F 1995 *Opt. Lett.* **20** 1562
- [2] Cerullo G, Nisoli M, Stagire S and De Silvestri S 1998 *Opt. Lett.* **23** 1283
- [3] Shirakawa A, Sakane I and Kobayashi T 1998 *Opt. Lett.* **23** 1292
- [4] Shirakawa A, Sakane I, Takasaka M and Kobayashi T 1999 *Appl. Phys. Lett.* **74** 2268

- [5] Kobayashi T and Shirakawa A 2000 *Appl. Phys. B* **70** 239
- [6] Baltuska A, Fuji T and Kobayashi T 2002 *Opt. Lett.* **27** 306
- [7] Ramaswamy-Paye M and Fujimoto J G 1994 *Opt. Lett.* **19** 1756
- [8] Zhang R B, Sun J H, Pang D Q, Chai L and Wang Q Y 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 897 [in Chinese] 章若冰、孙敬华、庞冬青、柴路、王清月 2001 物理学报 **50** 897]

# Spatial chirp and angular dispersion of the nonlinear crystal for a femtosecond optical parametric oscillation<sup>\*</sup>

Ma Jing Zhang Ruo-Bing Zhao Hua-Jun Zhang Wei-Li Wang Qing-Yue

(College of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering, Key Laboratory of Opto-Electronics Information and Technical Science, Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 30072, China)

(Received 18 July 2003; revised manuscript received 14 October 2003)

## Abstract

In this paper the spatial chirp and the angular dispersion for femtosecond optical parametric oscillation (OPO) are calculated theoretically and analysed. The analytical expression of the spatial chirp in the nonlinear crystal (BBO) is presented. And the analytical expressions of second- and third-order dispersions including angular dispersion of the nonlinear crystal for the noncollinearly phase-matched femtosecond BBO OPO in type-I configuration with angle tuning. Moreover, variations of second- and third-order dispersions with the angular dispersion are calculated exactly.

**Keywords:** femtosecond OPO, spatial chirp, angular dispersion, second-order dispersion, third-order dispersion

**PACC:** 4265K, 4280, 4280W

<sup>\*</sup> Project supported by the State Key Program of Basic Research of China (Grant No. G1999075201), the Doctoral Program Foundation of Institution of Higher Education of China, and the Fok Ying-Tong Education Foundation, China.