

空间非相干多分量光束构成的 非相干耦合屏蔽孤子对^{*}

陈园园[†] 王 奇 施解龙

(上海大学理学院物理系, 上海 200436)

(2003 年 7 月 24 日收到 2003 年 11 月 18 日收到修改稿)

两束本身具有空间非相干性的非相干多分量光束可以在光折变介质中形成非相干耦合屏蔽孤子对, 利用相干密度法得到了亮-亮、暗-暗型耦合孤子对的解, 并研究了构成非相干孤子对分量光束的相干组分的传播特性.

关键词: 空间非相干多分量光束, 耦合孤子对, 相干密度, 相干组分

PACC: 4255K, 4265P, 4265S

1. 引 言

1996 年, Christodoulides 等人在理论上提出了非相干耦合光折变空间孤子对的概念^[1], 即两束偏振方向和波长都相同的共线传播的互不相干光束可以在有外加电场的非光伏光折变晶体中形成稳定传播的屏蔽空间孤子对, 我们将孤子对中的任一孤子光束称之为孤子对分量光束. 屏蔽孤子^[2-4]是一种稳态孤子, 它存在于有外加电场的非光伏光折变晶体中, 起源于晶体内部光照区空间屏蔽电场对外电场的非均匀屏蔽. 随后 Chen 等人在实验上也观测到了这种非相干耦合屏蔽孤子对^[5-7]. 目前, 孤子对的研究已发展成为光孤子研究领域中的一个新分支. 国内对这一前沿课题也进行了大量的研究, 侯春风等人已提出多种类型的非相干孤子对^[7-10].

然而, 上述研究中的一些非相干孤子对并非完全意义上的非相干孤子, 虽然两光束在空间上彼此不相干, 但每一光束自身仍是相干的. 1996 年, Mitchell 等人利用氩离子激光器发出的光束通过旋转散射器产生的空间非相干光束, 在 SBN 晶体中成功地实现了非相干光束的自陷^[11], 这是更具有一般意义的空间非相干光束, 在光束横截面上各点的相位随机分布, 且不同点上的光波具有不同的空间频率 k . 空间非相干孤子以其低入射功率、稳定传输、

易于实现等特点吸引着越来越多的人的关注^[12-14]. 非相干光束横截面上各点相位的随机分布变化, 会使光束横截面上出现多个明暗斑, 在瞬时响应的介质中光束发散为多道光丝. 因此非相干光束要达到稳定自陷形成光孤子的首要条件是要求介质的响应时间远长于光束相位涨落的特征时间, 实验中一般选用非瞬时响应的光折变介质.

相干密度法是非相干光孤子研究中通常采用的方法^[15-18], 是将一非相干光束看作无穷多个具有不同空间频率 k 的相干组分的叠加, 因此, 一非相干光束的自陷行为可以由无穷多个加权的耦合非线性薛定谔方程来描述, 方程的权函数由光束的非相干角功率谱函数 $G_N(\theta)$ ^[19] 定义, $G_N(\theta)$ 描述了非相干光束的总功率在空间频域中的分布, θ 定义为空间频率 k 与光束传播方向的夹角, 因此, θ 的不同取值代表了取不同方向的空间频率 k 的相干组分. 这样非相干光束的传播就可以看作是各个相干组分沿着与 z 轴夹角为 θ 的方向传播的合成, 但各相干组分的空间分布随时间是随机变化的. 在 θ 较小的情况下, 可近似认为各相干组分都是沿 z 轴方向平行传输的, 当然这种情况不能代表一般情况下的非相干光束, 我们把它称之为空间非相干多分量光束^[20]. 本文将从理论上探讨这种空间非相干多分量光束是否能在光折变介质中形成耦合孤子对.

本文利用相干密度法, 研究一种新型的非相干

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60177020)和上海市教委重点学科基金资助的课题.

[†] E-mail: chenyuanyuan_shu@sohu.com; 电话: 021-66132521.

耦合孤子对在光折变介质中的传播特性. 这种孤子对中的两束孤子分量光束波长相同, 偏振方向相同, 彼此不相干, 且孤子分量光束本身也是空间非相干的, 将其称之为空间非相干多分量光束. 在已有的关于非相干光孤子对的研究中, 虽然两束光束彼此不相干, 但其中任一光束本身仍是相干的. 本文首先得到了这种空间非相干多分量光束所满足的非线性耦合方程组, 然后通过求解方程组, 得到了亮-亮、暗-暗型非相干耦合孤子对的表达式, 从而在理论上证明了这种空间非相干多分量光束构成的非相干耦合孤子对可以存在于光折变介质中.

2. 空间非相干多分量光束耦合方程

为简化计算, 仅考虑一维平面光束的传播行为. 令平板型光折变晶体的光轴沿 x 方向, 两束同频率的空间非相干多分量光束 1、2 在晶体中沿 z 轴共线传输, 光束只沿 x 方向衍射, 且空间非相干性相同, 外电场沿 x 方向施加. 前面我们提到每一光束自身是空间非相干的, 可以看作是无穷多个具有不同空间频率 k 的相干组分的叠加, 根据相干密度法, 在旁轴近似条件下, 两空间非相干多分量光束满足非线性耦合方程组^[8,15]:

$$i\left(\frac{\partial f_1}{\partial z} + \theta \frac{\partial f_1}{\partial x}\right) + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} - \frac{k_0(n_e^3 r_{33} E_{sc})}{2} f_1 = 0, \tag{1}$$

$$i\left(\frac{\partial f_2}{\partial z} + \theta \frac{\partial f_2}{\partial x}\right) + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 f_2}{\partial x^2} - \frac{k_0(n_e^3 r_{33} E_{sc})}{2} f_2 = 0, \tag{2}$$

其中 f_1, f_2 分别为两非相干多分量光束 1、2 中某一相干组分为 θ 的场强分布, 即相干密度, 可令

$$f_1(x, \theta, z) = r_1^{1/2} I_d^{1/2} G_N^{1/2}(\theta) \psi_1(x, \theta, z), \tag{3}$$

$$f_2(x, \theta, z) = r_2^{1/2} I_d^{1/2} G_N^{1/2}(\theta) \psi_2(x, \theta, z), \tag{4}$$

其中 r_1, r_2 是归一化系数, 分别表示光束 1、2 的最大光强与晶体暗辐射强度的比值, 即 $r_1 = I_{1\max}/I_d$, $r_2 = I_{2\max}/I_d$; I_d 是晶体暗辐射强度, $G_N(\theta)$ 是非相干多分量光束的归一化角功率谱函数^[19], 描述光束的空间非相干性, 前面我们已假设两光束的非相干性相同, 可共同设为高斯型, $G_N(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\theta_0} \exp(-\theta^2/\theta_0^2)$, θ_0 是光源的非相干角功率谱的宽度; $\psi_1(x, \theta, z), \psi_2(x, \theta, z)$ 分别是构成两空间非相干多分量光束的相干组分归一化场强的复振幅. n_e 是晶体的非

常光折射率, r_{33} 是晶体的电光系数, E_{sc} 是晶体内的空间电荷场, 可表示为

$$E_{sc}(x, z) = E_0 \frac{I_d + I_\infty}{I_d + K(x, z)}, \tag{5}$$

这里 E_0 是外加电场, $K(x, z)$ 是两光束叠加后的总光强, 可表示为

$$K(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} |f_1(x, \theta, z)|^2 d\theta + \int_{-\infty}^{\infty} |f_2(x, \theta, z)|^2 d\theta \\ = I_d(r_1 |\psi_1(x, z)|^2 + r_2 |\psi_2(x, z)|^2), \tag{6}$$
$$I_\infty = K(x \rightarrow \pm \infty, z).$$

对 (1) (2) 式进行归一化, 令 $\xi = z/kx_0^2, s = x/x_0, \alpha = kx_0\theta, \rho = I_\infty/I_d, \beta = (kx_0)^2 n_e^4 r_{33} E_0/2$, 可得构成两空间非相干多分量光束的相干组分满足的归一化非线性耦合方程组:

$$i\left(\frac{\partial \psi_1}{\partial \xi} + \alpha \frac{\partial \psi_1}{\partial s}\right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial s^2} - \beta(1 + \rho) \\ \times \frac{\psi_1}{1 + (r_1 |\psi_1|^2 + r_2 |\psi_2|^2)} = 0, \tag{7}$$

$$i\left(\frac{\partial \psi_2}{\partial \xi} + \alpha \frac{\partial \psi_2}{\partial s}\right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial s^2} - \beta(1 + \rho) \\ \times \frac{\psi_2}{1 + (r_1 |\psi_1|^2 + r_2 |\psi_2|^2)} = 0. \tag{8}$$

3. 空间非相干多分量光束耦合的亮-亮型孤子对

两非相干多分量光束在介质中传播, 可以形成耦合孤子对, 我们首先来考虑亮-亮型孤子对的情况. 对于亮-亮型孤子对, 光束中心处的光强最大, 无限远处光强趋于零, 即 $I_\infty = \rho = 0$. 假设有一对满足耦合方程组 (7) (8) 式的稳态空间非相干亮-亮型孤子对存在, 即两非相干多分量光束中各相干组分场强振幅的初始横向分布相同, 在传输中保持不变, 这个条件在 θ 较小, 各相干组分近似沿 z 轴方向平行传输的假设下是成立的^[16], 且令 $r_1 = r_2 = r$, 因此可定义其试解为

$$\psi_1(s, \theta, \xi) = y^{1/2}(s) \cos \eta \exp[i\phi(s, \theta, \xi)], \tag{9}$$

$$\psi_2(s, \theta, \xi) = y^{1/2}(s) \sin \eta \exp[i\phi(s, \theta, \xi)], \tag{10}$$

其中 η 是一辅助参数, 用以表示两光束的峰值光强占光束总强度峰值的百分比; ϕ 是各相干组分在传播过程中相位的变化; $y(s)$ 是相干组分归一化光强振幅的横向分布, $0 \leq y(s) \leq 1$, 且满足边界条件:

$y(0)=1, y'(0)=0, y(s \rightarrow \pm \infty)=0, y^{(n)}(s \rightarrow \pm \infty)=0$. 将(9)(10)式分别代入(7)(8)式, 经计算, 实部、虚部分开, 可得

$$-\frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \alpha \frac{\partial \phi}{\partial s} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 - \frac{1}{8y^2} \left(\frac{\partial y}{\partial s} \right)^2 + \frac{1}{4y} \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} - \beta \frac{1}{1+ry} = 0, \quad (11)$$

$$\alpha \frac{1}{y} \frac{\partial y}{\partial s} + \frac{1}{y} \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial \phi}{\partial s} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} = 0. \quad (12)$$

由(12)式, 得

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(y \frac{\partial \phi}{\partial s} + \alpha y \right) = 0, \quad (13)$$

ρ 是 s 的函数, 若要(13)式成立, 必须有 $\frac{\partial \phi}{\partial s} + \alpha = 0$, 这样就可以得到

$$\phi(s, \theta, \xi) = -\alpha s + \gamma \xi + \phi_0. \quad (14)$$

将(14)式代入(11)式, 经计算, 可得

$$\left(\frac{dy}{ds} \right)^2 = (8\gamma - 4\alpha^2)y^2 + \frac{8\beta\gamma}{r} l_n(1+ry). \quad (15)$$

根据亮孤子边界条件, $y(0)=1, y'(0)=0$, 得

$$\gamma = \frac{1}{2}\alpha^2 - \frac{\beta}{r} l_n(1+r). \quad (16)$$

当 $\alpha=0$ 时, 光束中只有 $\theta=0$ 一个相干组分存在, 此时光束相干, $\gamma = -\frac{\beta}{r} l_n(1+r)$, 这与

Christodoulides 对由相干光构成的非相干亮-亮型孤子对的研究结果一致^[1]. 将(16)式代回到(15)式中, 开方后积分得

$$s = \pm \int_1^y \frac{dy}{y \sqrt{-\frac{8\beta}{r} l_n(1+r) + \frac{8\beta}{ry} l_n(1+ry)}}. \quad (17)$$

由(17)式可以看出, 只有当 $\beta > 0$ 时(17)式才有意义, 即要求外加电场的偏置方向与光轴方向相同时, 才可以产生亮-亮型屏蔽孤子对. 根据(17)式, 通过数值积分可以得到 $y(s)$, 再由(6)式, 可以得到非相干亮-亮型耦合屏蔽孤子对的两个非相干孤子分量的光强分布:

$$I_1(s) = rI_d y(s) \cos^2 \eta, \quad (18)$$

$$I_2(s) = rI_d y(s) \sin^2 \eta. \quad (19)$$

图1给出了当 $r=10, \beta=200, \eta=30^\circ, x_0=40\mu\text{m}$ 时, 空间非相干多分量光束耦合的亮-亮型孤子对中两个孤子分量的光强分布. 孤子对光束的总光强等于两非相干孤子分量强度的叠加, 其分布与分量光束类似. 且由(17)式, 可以看出空间非相干多分量光束

的非相干性不影响耦合孤子对的形成, 稳态孤子对的强度分布只由光束的初始条件决定.

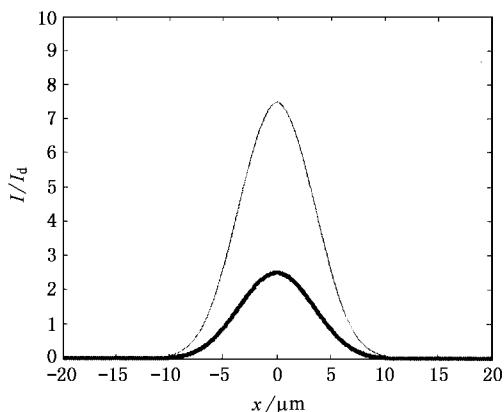


图1 空间非相干多分量光束耦合的亮-亮型孤子对中两个孤子分量的光强分布, 细线代表 I_1/I_d , 粗线代表 I_2/I_d .

前面定义了非相干多分量光束是大量彼此无关的相干组分的叠加, 构成耦合孤子对的任一非相干孤子分量可以在介质中传播, 那么其中每一个相干组分光束是如何传输的呢? 由(3)(4)式可以得到

$$|f_1(x, \theta, z)|^2 = \frac{rI_d}{\sqrt{\pi}\theta_0} \exp(-\theta^2/\theta_0^2) y(s) \cos^2 \eta, \quad (20)$$

$$|f_2(x, \theta, z)|^2 = \frac{rI_d}{\sqrt{\pi}\theta_0} \exp(-\theta^2/\theta_0^2) y(s) \sin^2 \eta. \quad (21)$$

这就是构成孤子对中非相干孤子分量的任一相干组分光束的光强分布. 可以看出, 相干组分的强度分布不仅与非相干多分量光束的相干度 θ_0 有关, 相干性越差, 即 θ_0 越大, 强度峰值越小, 还与相干组分的位置 θ 有关, 相干分量距离中心轴越远, 即 θ 越大, 强度峰值越小. 且两非相干孤子分量中由同一 θ 决定的两相干组分也可以构成耦合相干组分对. 如图2所示, 是 $\theta_0=3\text{mrad}$ 时, 两非相干孤子分量光束中 $\theta=1\text{mrad}$ 的相干组分的光强分布示意图, 其他参数同图1.

4. 空间非相干多分量光束耦合的暗-暗型孤子对

暗-暗型空间非相干孤子对也可以用类似的方法进行处理. 暗孤子的电场分布关于 x 轴具有反对称的特点, 因此其光强分布相当于在均匀背景光中

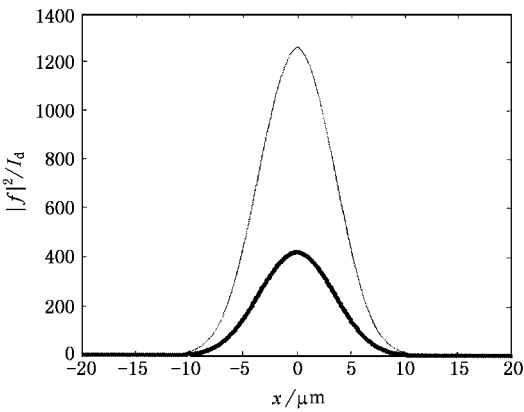


图 2 细线代表光束 I_1 中 $\theta = 1\text{mrad}$ 的相干组分的光强分布 ,粗线代表光束 I_2 中 $\theta = 1\text{mrad}$ 的相干组分

嵌入一暗缺 ,背景光强度即为暗孤子位于无限远处的光强 I_∞ ,且 $I_\infty = I_{\max}$,可令 $r_1 = r_2 = \rho$,已知 $\rho = I_\infty/I_d$,这样定义两非相干多分量光束中相干组分场强复振幅的试解为

$$\psi_1(s,\xi)=\pm y^{1/2}(s)\cos\eta\exp[i\phi(s,\theta,\xi)],\tag{22}$$

$$\psi_2(s,\xi)=\pm y^{1/2}(s)\sin\eta\exp[i\phi(s,\theta,\xi)].\tag{23}$$

当 $s>0$ 时 , $\psi_{1,2}$ 取正号 ;反之 , $\psi_{1,2}$ 取负号 .这里 $y(s)$ 满足边界条件 $0\leq y(s)\leq 1$, $y(0)=0$, $y(s\rightarrow\pm\infty)=1$, $y^{(n)}(s\rightarrow\pm\infty)=0$.将暗孤子试解代入方程 (7) , (8) 式中 , $\psi_{1,2}$ 的正负号可同时被约掉 ,分离实部、虚部 ,经计算得

$$\frac{2}{y}\frac{\partial^2 y}{\partial s^2}-\frac{1}{y^2}\left(\frac{\partial y}{\partial s}\right)^2+4\alpha^2-8\gamma-8\beta(1+\rho)\frac{1}{1+\rho y}=0.\tag{24}$$

根据暗孤子强度分布的边界条件 ,可得到

$$\gamma=\frac{1}{2}\alpha^2-\beta.\tag{25}$$

由 (25) 式也可以得到相干光构成的非相干暗-暗型孤子对的结果 ,既 $\alpha=0$ 时 , $\gamma=-\beta^{1/2}$.将 (25) 式代入 (24) 式 ,并对 y 积分一次 ,得

$$s=\pm\int_0^y\frac{\mathrm{d}y}{\sqrt{-8\beta(y^2-y)+\frac{8\beta(1+\rho)}{\rho}y\ln\left(\frac{1+\rho y}{1+\rho}\right)}}.\tag{26}$$

这里要求 $\beta<0$ (26) 式才有意义 ,即暗-暗型孤子对的产生要求外加电场的偏置方向与光轴方向相反 .很明显 ,暗-暗型耦合孤子对的强度分布与非相干多分量光束的非相干性也没有关系 .图 3 给出了当 ρ

$=10$, $\beta=-200$, $\eta=30^\circ$, $x_0=40\mu\text{m}$ 时 ,非相干多分量光束耦合暗-暗型屏蔽孤子对的两个孤子分量的光强分布 .

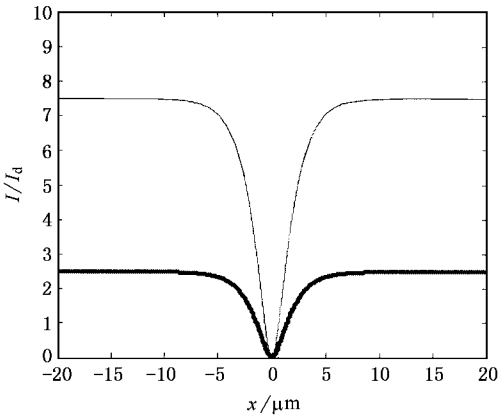


图 3 非相干多分量光束耦合的暗-暗型屏蔽孤子对的两个孤子分量的光强分布 ,细线代表 I_1/I_d ,粗线代表 I_2/I_d

同样 ,也可以得到构成非相干多分量光束暗-暗型孤子对的两孤子分量中每一个相干组分光束的光强分布

$$|f_1(x,\theta,z)|^2=\frac{\rho I_d}{\sqrt{\pi}\theta_0}\exp(-\theta^2/\theta_0^2)y(s)\cos^2\eta,\tag{27}$$

$$|f_2(x,\theta,z)|^2=\frac{\rho I_d}{\sqrt{\pi}\theta_0}\exp(-\theta^2/\theta_0^2)y(s)\sin^2\eta,\tag{28}$$

如图 4 所示 ,是 $\theta_0=3\text{mrad}$ 时 , $\theta=1\text{mrad}$ 的两相干组分光束的光强分布示意图 ,其他参数同图 3 .可以看出 ,由同一 θ 决定的两非相干孤子分量中的相干组分也可以构成暗-暗型耦合相干组分对 .

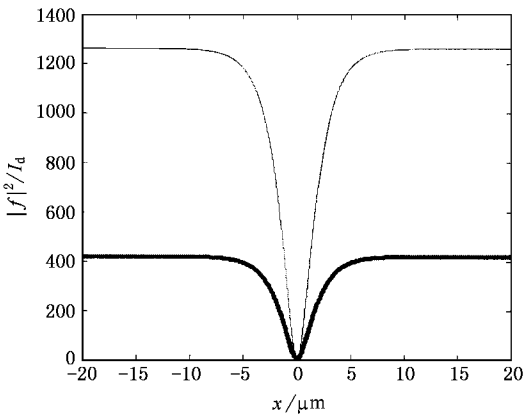


图 4 细线代表光束 I_1 中 $\theta = 1\text{mrad}$ 的相干组分的光强分布 ,粗线代表光束 I_2 中 $\theta = 1\text{mrad}$ 的相干组分

5. 结 论

本文利用相干密度法证明了一种新型非相干多分量光束的耦合亮-亮、暗-暗型孤子对在光折变介质中的存在,孤子对中的各孤子分量本身也具有空间非相干性.我们得到了亮-亮、暗-暗型耦合孤子

对中非相干孤子分量光束的强度分布,并发现空间非相干多分量光束的非相干性不影响耦合孤子对的形成.稳态孤子对的强度分布只由光束的初始条件决定.最后,研究了构成非相干孤子分量的各相干组分的传播演化,发现两非相干孤子分量中同一 θ 决定的两相干组分也可以形成耦合组分对,在介质中传播.

-
- [1] Christodoulides D N , Singh S R and Carvalho M I 1996 *Appl. Phys. Lett.* **68** 1763
 - [2] Segev M *et al* 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 3211
 - [3] Christodoulides D N and Carvalho M I 1995 *J. Opt. Soc. Am. B* **12** 1628
 - [4] Segev M , Shih M and Valley G C 1996 *J. Opt. Soc. Am. B* **13** 706
 - [5] Chen Z , Segev M , Coskun T H and Christodoulides D N 1996 *Opt. Lett.* **21** 1436
 - [6] Chen Z *et al* 1996 *Opt. Lett.* **21** 1821
 - [7] Chen Z *et al* 1997 *J. Opt. Soc. Am. B* **14** 3066
 - [8] Hou C F *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1969 (in Chinese) [侯春风等 2000 物理学报 **49** 1969]
 - [9] Hou C F *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1709 (in Chinese) [侯春风等 2001 物理学报 **50** 1709]
 - [10] Hou C F *et al* 2002 *Opt. Mat.* **19** 377
 - [11] Mitchell M , Chen Z G and Shin M F 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 490
 - [12] Wang X S *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 496 (in Chinese) [王晓生等 2001 物理学报 **50** 496]
 - [13] Wang X S and She W L 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 573 (in Chinese) [王晓生、余卫龙 2002 物理学报 **51** 573]
 - [14] Lu Y *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 3074 (in Chinese) [陆 猗等 2003 物理学报 **52** 3074]
 - [15] Christodoulides D N , Coskun T H and Joseph R I 1997 *Opt. Lett.* **22** 1080
 - [16] Christodoulides D N *et al* 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 646
 - [17] Coskun T H *et al* 1998 *Opt. Lett.* **23** 418
 - [18] Chen Y Y *et al* 2003 *Acta Phot. Sin.* **32** 693 (in Chinese) [陈园园等 2003 光子学报 **32** 693]
 - [19] Mandel L and Wolf E 1995 *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press , Cambridge)
 - [20] Trillo S and Torrealas W 1995 *Spatial Solitons* (Springer Press) 96

Incoherently coupled screening soliton pairs composed of spatially incoherent multimode beams^{*}

Chen Yuan-Yuan Wang Qi Shi Jie-Long

(*School of Sciences , Shanghai University , Shanghai 200436 , China*)

(Received 24 July 2003 ; revised manuscript received 18 November 2003)

Abstract

Incoherently coupled screening soliton pairs composed of spatially incoherent multimode beams can be established in biased photorefractive media under steady-state conditions , every soliton constituent of which is not only spatially incoherent with respect to each other , but also to itself . We study that the property of these incoherently coupled soliton pairs in bright-bright , dark-dark configurations by the coherent density approach and get the intensity expression of these soliton pairs . The propagation characteristics of coherent components that compose each soliton constituent of the coupled soliton pairs are discussed in detail .

Keywords : spatially incoherent multimode beams , coupled solitons , coherent density , coherent components

PACC : 4255K , 4265P , 4265S

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No.60177020) , the Leading Discipline Program Foundation from Shanghai Education Committee , China .