

动态外场作用下 Ising 自旋体系的非平衡动态相变^{*}

邵元智 钟伟荣 林光明

(中山大学理工学院物理系 广州 510275)

(2003 年 10 月 13 日收到, 2003 年 12 月 19 日收到修改稿)

系统地考察了 Ising 自旋体系的动力学方程对三种不同性质的驱动外场(正弦波、方波和锯齿波)的动态响应及其相应的非平衡动态相变特征. 在正弦波和方波的驱动场作用下, 体系存在分别对应于低温对称破缺的铁磁有序态和高温对称顺磁无序态的动态非平衡转变, 相应的动态转变相界上存在区分连续转变和非连续转变的三临界点, 而锯齿波驱动场情形下体系始终维持对称性破缺的有序态. 体系动态转变表现出的上述差异与作用外场的驱动特征有关. 确定了表征相应动态相变相界的临界驱动外场振幅 h_{0c} 和频率 ω_c 、体系的温度 t_c , 并给予了分析讨论.

关键词: Ising 自旋体系, 非平衡动态相变, 对称性, 平均场

PACC: 7510H, 7530K, 7540G

1. 引言

关于相互作用自旋体系在驱动外场作用下的动态响应研究是近年来凝聚态物理中的一个重要的研究方向, 具有理论和实用价值^[1-12], 所研究内容包括滞后标度和非平衡动态相变两个方面. 其中采用 Monte Carlo 方法对非线性或线性驱动场下的 Ising 自旋体系^[8-12]、XY 自旋体系^[13-16]和 Heisenberg 自旋体系^[17-20]的滞后标度进行了较为系统的研究. 相对而言有关非平衡动态相变的研究则主要针对连续变化的驱动外场展开的, 对于其他类型的驱动场(如非连续场、随机场等)的研究还不多见, 也缺乏系统性. Tome 等人于上世纪 90 年代初通过对基于平均场 Ising 模型在连续类变化驱动外场作用下的动力学演化过程的求解, 确定了这一模型的非平衡动态相变性质、动态相变的相界及其相界上区分连续转变和非连续转变的三临界点(TCP)的存在^[21]. 然而由于平均场内在于非涨落性, 准静态平均场动力学方程的处理将导致体系在低于矫顽力场驱动下呈现出周期性的非对称响应. 尽管如此, 解平均场动力学方程仍不失为一种研究复杂自旋体系动态相变的方便途径之一. 在 Tome 等人工作之后, Lo 等人^[22]、

Acharyya 等人^[8-10, 23, 24]、Sides 等人^[12, 25-27]和 Liu^[28]等人分别采用 Monte Carlo 方法和解平均场动力学方程方法对受连续外场驱动的 1D—4D Ising 模型的非平衡动态相变进行了广泛和深入的研究. 他们的工作不仅揭示了连续驱动外场作用下的 Ising 模型的非平衡动态相变的对称性破缺特征, 也更为准确地给出了动态相界和 TCP 与连续驱动外场的强度、频率和体系温度的变化关系. 他们的结果同时也显示了两种方法在某些参数空间中存在较好的一致性. 为了模拟自然界中突发灾变的自组织行为和分析说明随机共振现象, Chakrabarti^[1]和 Acharyya 等人^[8]随后考察了单个脉冲场或随机外场作用下的 Ising 自旋体系的动态响应. 然而仅仅考虑连续驱动外场下或者单个脉冲场作用下的动态相变是不够的. 连续变化类驱动外场(如正弦波场)已无法适应数字磁记录技术的要求. 特别是近年来借助外磁场诱发巨磁熵变^[29]、通过驱动外场用来控制选择软物质分子的自组织自组装形貌等研究^[30]都对驱动外场的多样化提出了新要求. 基于这一考虑, 我们选择了四种不同特征的驱动外场: 1) 非线性连续变化类(正弦波)、2) 非连续突变类(方波)、3) 线性连续变化 + 非连续变化类(锯齿波)、4) 随机性噪声场. 其中第 1) 和第 2) 分别为模拟和数字驱动场. 通过选取多种振幅强

^{*} 广东省自然科学基金(批准号: 021693)资助的课题.

度、频率的外场来驱动不同温度下的 Ising 自旋体系,系统地考察它们的动力学相变特征.本文给出对前述 1) 2) 3 类外场的研究结果,关于随机驱动场作用下体系的随机共振现象研究结果我们将另文报道.类似的系统研究工作尚未见报道.

2. 模型和动态相变

对于由 N 个相互作用自旋组成的动力学 Ising 体系,其 Hamiltonian 可表述为

$$\hat{H} = - \frac{J}{N} \sum_{\langle i,j \rangle} S_i \cdot S_j - H \sum_i S_i. \quad (1)$$

J 为铁磁性自旋交换耦合常数, $S_i = \pm 1$, $\sum_{\langle i,j \rangle}$ 和 $\sum_i$ 分别代表对近邻自旋偶和整个自旋点阵的求和. H 为驱动外场,本文分别选取正弦波 $H(\omega\tau) = h_0 \sin(\omega\tau)$ 标准方波 $H(\omega\tau) = h_0 \text{square}(\omega\tau)$ 和标准锯齿波 $H(\omega\tau) = h_0 \text{sawtooth}(\omega\tau)$, h_0, ω 和 τ 分别表示驱动场的振幅强度、频率和体系在驱动外场作用下的演化时间.采用平均场方法处理 Hamiltonian 中第一项,降低体系自旋自由度并获得符合 Glauber 动力学准则的动力学方程^[1]

$$\frac{\partial m}{\partial \tau} = C \left(\tanh \left[\frac{m + H(\omega\tau)}{t} \right] - m \right). \quad (2)$$

静态序参量 $m(\tau) = \langle S_i \rangle$ 为整个点阵自旋的系综平均, t 为体系约化温度, C 为一常数,驱动外场 $H(\omega\tau)$ 选择为上述三种形式之一.为了简化起见 (2) 式中的 $m(\tau), t$ 和 h_0 均采用无量纲的约化量.为了定量描述动态相变过程,动态序参量 Q 的定义为

$$Q = \frac{\omega}{2\pi} \oint m(\tau) d\tau. \quad (3)$$

Q 参量为常规序参量 $m(\tau)$ 对演化时间的周期平均值, $Q = 0$ 和 $Q \neq 0$ 分别对应对称性的顺磁相 (P) 和对称性破缺的铁磁相 (F). 选取随机初始化 $m(0) = 0$ 和有序初始化 $m(0) = 1$ 作为模拟计算的初始条件.我们在文献 [31] 的图 1 给出了选取上述两种初始条件时 $\sin$ 驱动场作用下 Ising 体系的一种动态相变相界示意图.由动态相变的两个驱动因素外场振幅 h_0 和温度 t 组成的 h - t 相图清楚反映了动态相变相界的变化趋势.位于动态相界之上 $Q = 0$ 的 P 区为对称性的动态顺磁相区,而动态相界之下 $Q \neq 0$ 的 F 区为对称性破缺的动态铁磁相区.图中相界上的黑点为区分连续和非连续相变的 TCP 位置,在其左的相界为非连续一级相变而在其右为连

续二级相变.相图中的内插图是两个区域典型的静态序参量 $m(\tau)$ 和外场 $H(\omega\tau)$ 随时间 τ 的演化过程.在 $Q = 0$ 的 P 区,静态序参量 $m(\tau)$ 能以一定的相位差跟随驱动外场 $H(\omega\tau)$ 作对称性的变化,这导致 $Q = 0$ 的动态对称态的获得;而在 $Q \neq 0$ 的 F 区,静态序参量 $m(\tau)$ 不能跟随驱动外场 $H(\omega\tau)$ 作对称性的变化而处于完全 $m(\tau) > 0$ 的状态,这直接导致 $Q \neq 0$ 的动态对称性破缺态的出现而形成动态有序.需要指出的是非连续相变区域的 F + P 双相区依赖于驱动外场频率 ω 的大小,在一般较小的频率下通常退化成不太明显的单线,但从动态序参量 Q 的非连续变化模式来判断,相界的非连续变化性质仍然未变.当振幅 $h_0 \rightarrow 0$ 和频率 $\omega \rightarrow 0$ 的静态极限下,动态相界将终止于 h_0 - t 相图中的静态温度轴,而 TCP 则趋近常规静态临界点 $t = 1$.

3. 模拟计算结果

图 1(a) 显示了不同温度区域内采用正弦波和方波两类驱动场时典型的约化动态序参量 $Q/Q_{\max}$ 与驱动场振幅 h_0 的变化趋势.较低温度下 $Q/Q_{\max}$ 的非连续突变与较高温度的 $Q/Q_{\max}$ 连续渐变成鲜明的对比,表明两类动态相变的存在.注意到正

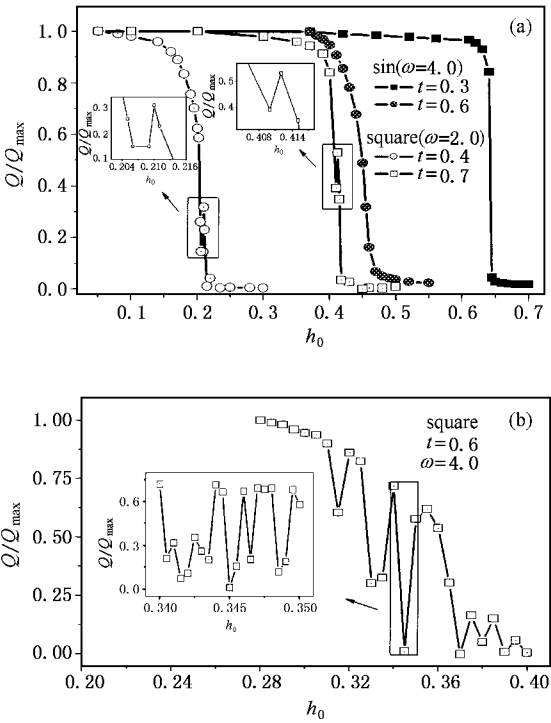


图 1 (a) 正弦场方波场驱动下动态序参量 $Q/Q_{\max}$ 与驱动场振幅 h_0 (b) 方波场驱动时转变区域的涨落

弦波情形下转变区域为光滑,约化动态序参量 $Q/Q_{\max}$ 随驱动场振幅 h_0 呈单调变化.但方波驱动场时,无论是连续还是非连续转变区域, $Q/Q_{\max}$ 都明显出现涨落这一特征,而且随驱动场频率的提高涨落更加显著.更为精细的计算表明如果细化外场振幅间隔尺度,原来不存在涨落的“光滑”区域在外场振幅小尺度范围内仍存在明显的涨落(图 1(b)),这与分形特征的小波非常相似.在广泛的温度 t 和频率 ω 范围内对锯齿波驱动场模拟计算表明,此类驱动场下不会产生类似正弦波方波驱动下产生的那种动态相变,结果如图 2 所示.由图可见即使在很大振幅的锯齿波驱动外场下,约化动态序参量 $Q/Q_{\max}$ 仍然维持非零的对称性破缺态.图 3 给出了正弦波和方波驱动场下动态相变相界及相应的 TCP 位置.整体来看 Ising 体系在正弦波和方波这二种驱动场作用下的动态相界比较相似,低温阶段对应较高的临界场 h_{0c} ,但高温阶段则对应较低的临界场 h_{0c} .随驱动外场频率的降低,动态相界朝坐标原点靠近,而 TCP 则移向静态临界温度 $t = 1$.图 4 进一步给出 TCP 对应温度 t_{TCP} 随频率 ω 变化的定量关系曲线.两种驱动外场下 TCP 具有类似的变化趋势,但当频率 $\omega \rightarrow 0$ 时它们逼近静态临界点 $t = 1$ 的快慢程度有差别.动态相界上的每一个点都是发生动态相变的临界点 (t_c, h_{0c}) ,这些临界值对驱动外场频率的依赖关系如图 5 所示.频率的增加使得临界值明显增加,特别是小频率的线性阶段,但当频率超过某一特定值,临界值几乎不再受频率变化的影响.值得注意的是当频率趋近于零的准静态下 h_{0c} 并不为零,而且随温度的降低非零值越大.这一变化趋势表明在缺乏涨落的平均场处理中,要推动体系自旋从自由能双阱态的一个能阱翻转到另一能阱态的矫顽力场的增加.

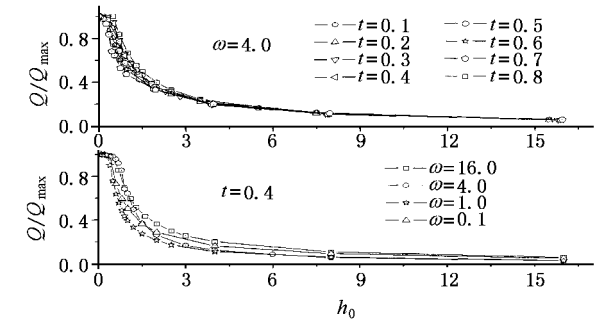


图 2 锯齿波驱动场时不同频率和温度下的动态序参量与驱动场振幅的关系

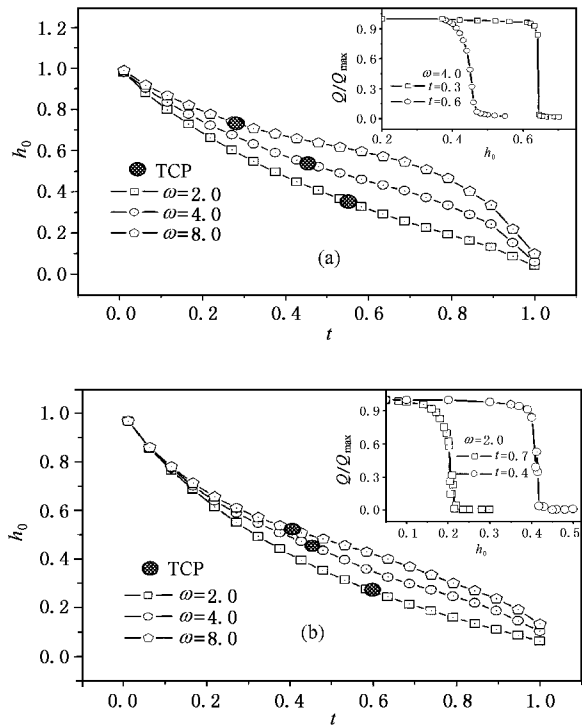


图 3 不同频率的正弦波(a)和方波(b)驱动场作用下的动态相界及 TCP

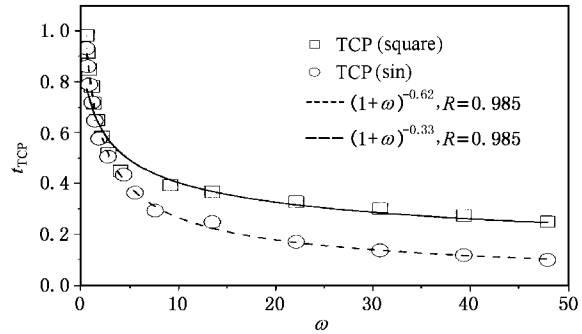


图 4 正弦波和方波驱动场下的 TCP 对应温度 t_{TCP} 随频率 ω 变化的关系

4. 分析与讨论

上述结果清楚地表明不同性质的驱动场下 Ising 自旋体系的动态响应存在一定的差异,动态相变也各有不同特征.关于正弦驱动场下 Ising 自旋体系的动态响应及动态相变特征以往的工作已有较为详细的报道和分析^[19-25],在此不再重复.本文仅就其他两类驱动场下的动态相变特征作出分析讨论.图 7 显示了几种典型驱动场对时间的波形图.首先考虑锯齿波驱动场情形(图 6(a)).在锯齿波驱动场

的作用下,体系即使在很大的驱动场下也不能获得动态对称态与该类驱动场半周期处的突变及随后的外场变化特征紧密相关.无论是前半周期还是后半周期该类驱动场都维持连续的增加趋势,从其变化的这一趋势来说它应该具有非对称场的性质.由于相互作用(合作)自旋体系对驱动场动态响应所具有内禀延迟性^[1],体系的序参量并不能对半周期处的突变立即响应.因此在随后外场由最大反向处(振幅为负)增加时,体系的绝大多数点阵自旋仍然处于能量双阱函数中的正向阱的破缺态,由此而始终维持动态对称性破缺态.而对于方波驱动场(图 6(b)),半周期处突变后的在最大反向处(振幅为负)的稳定阶段使得体系自旋有充分的时间对外场响应而发生翻转.取决于所选取驱动场的振幅和频率大小以及体系温度的高低,自旋有可能完全过渡到反向的负阱的破缺态.需要指出的是图 6(d)所示的另一类连续型线性驱动场,虽然其滞后标度方面较非线性正弦场驱动时具有一定的独特性^[6,7],但在动态相变特征方面则是完全类似的.

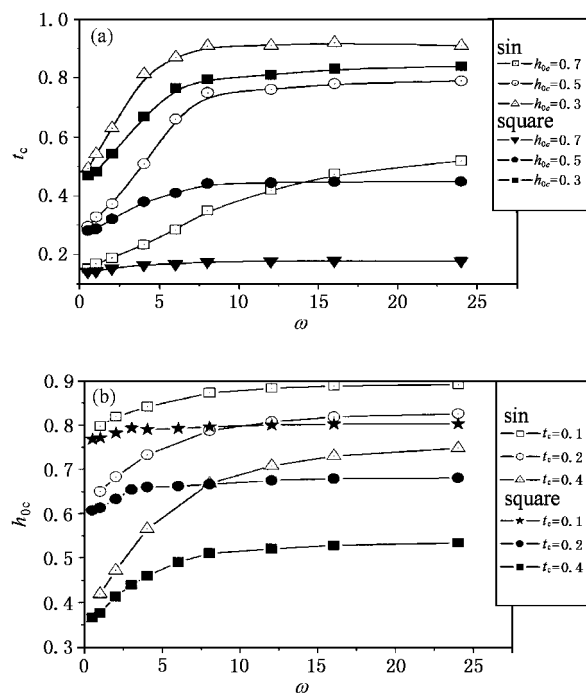


图 5 动态临界量 t_c (a) 和 h_{0c} (b) 随频率的变化关系(空心和实心符号分别对应正弦波和方波)

关于图 4 和图 5 分别显示的临界量 t_{TCP} 、 t_c 及 h_{0c} 在较大驱动场频率 ω 下逐渐表现出的不再随频率变化的“饱和”特征,应该与较高外场频率下体系自旋对外场的响应变得越发困难有关.事实上当驱

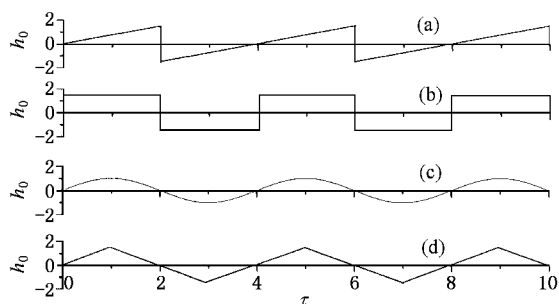


图 6 非连续变化类的锯齿波(a)方波(b)和连续变化类的正弦波(c)三角波(d)驱动场对时间的波形图

动场频率很大的状态下,体系自旋已不能对外场的驱动作出响应. Rao 等^[32]把 Ising 自旋体系磁滞回线在高频驱动场下的非对称性破缺就归因于体系自旋对驱动外场响应的困难.至于图 5 中显示出当频率趋近于零时准静态下 h_{0c} 非零的矫顽力场,应该与平均场理论本身忽略自旋相互作用的涨落有直接关系,但从随体系温度的增加矫顽力场越小这一事实上来看仍然可以感受到温度升高引起的动态序参量涨落.

我们得到的计算结果尚不能对方波驱动场下动态序参量 Q/Q_{max} 对驱动场振幅 h_0 在转变区域出现类似分形小波的涨落作出定量的分析,但可以肯定的是这一涨落在动态相界的连续和非连续转变区域均存在,而且随驱动场的频率增加而加剧.至于 Q/Q_{max} 的上述涨落是否具有真实的分形性的严格证实还有待进一步的工作.

5. 结 论

温度和驱动外场是促使自旋体系发生动态相变的两个关键因素.本文通过解平均场性质的 Ising 自旋体系的动力学方程的时间演化问题,考察了在正弦波、方波和锯齿波这三类不同性质的驱动场作用下 Ising 自旋体系在不同温度下的动态相变特征.主要结论如下:

1. Ising 自旋体系对正弦波、方波和锯齿波这三类不同性质驱动场作用下的动态响应及动态相变特征存在明显的差异.其中锯齿波场作用下体系不具有正弦波和方波两类驱动场下所产生的非平衡动态相变.

2. 在正弦波和方波两类驱动场下, Ising 自旋体系存在高对称的顺磁无序和低对称铁磁有序这两类

动态相,体系具有明确的非平衡动态相变.相应的动态相变相界上存在三临界相变点 TCP,其中在低于三临界温度区域为非连续一级相变,高于三临界温度区域为连续二级相变.动态相变相界和三临界点 TCP 位置随驱动场频率变化都表现出规律性的变化.其中,随频率的减小动态相界和三临界点 TCP

分别趋向于 h_0-t 相图中静态温度轴和常规静态相变临界点 $t = 1$.

3. 方波驱动场下, Ising 自旋体系的动态序参量 $Q/Q_{\max}$ 对驱动场振幅 h_0 在连续和非连续两类动态转变区域都会出现类似分形小波的涨落,而且随驱动场频率的增加涨落越发显著.

-
- [1] Chakrabarti B K and Acharyya M 1999 *Review of Modern Physics* **71** 847
- [2] He Y L and Wang G C 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 2336
- [3] Jiang Q, Yang H N and Wang G C 1995 *Phys. Rev. B* **52** 14911
- [4] Suen J S and Erskine J L 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3567
- [5] Wu M Y, Ye A J, Li Z B and Zeng W G 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1168 [in Chinese] 吴木营、叶爱军、李志兵、曾文光 2000 物理学报 **49** 1168]
- [6] Zhong F, Liu X and Zhang J X 1995 *Phys. Rev. E* **52** 1399
- [7] Zheng GP and Zhang J X 1999 *Physica A* **264** 515
- [8] Acharyya M and Chakrabarti B K 1995 *Phys. Rev. B* **52** 6550
- [9] Acharyya M 1997 *Phys. Rev. E* **56** 2407
- [10] Acharyya M 1998 *Phys. Rev. E* **58** 179
- [11] Sides S W, Rikvold P A and Novotny M A 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 834
- [12] Shao Y Z, Lan T and Lin G M 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 942 [in Chinese] [邵元智、蓝图、林光明 2001 物理学报 **50** 942]
- [13] Hasenbusch M and Meyer S 1990 *Phys. Lett. B* **241** 238
- [14] Gottlob AP and Hasenbusch M 1993 *Physica A* **201** 593
- [15] Luo H J, Schuelke L and Zheng B 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 180
- [16] Ying H P, Luo H J, Schuelke L and Zheng B 1998 *Mod. Phys. Lett. B* **12** 1237
- [17] Shao Y Z, Lan T and Lin G M 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 948 [in Chinese] [邵元智、蓝图、林光明 2001 物理学报 **50** 948]
- [18] Shao Y Z, Lai J K L, Shek C H, Lin G M and Lan T 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 1344
- [19] Shao Y Z, Lai J K L, Shek C H, Lin G M and Lan T 2002 *Phys. Stat. Sol. B* **232** 330
- [20] Shao Y Z, Shek C H and Lai J K L. 1999 *Phys. Stat. Sol. B* **214** R11
- [21] Tome T and Oliveira M J 1990 *Phys. Rev. A* **41** 4251
- [22] Lo W S and Pelcovits R A 1990 *Phys. Rev. A* **42** 7471
- [23] Acharyya M 1998 *Phys. Rev. E* **58** 174
- [24] Acharyya M and Chakrabarti B K 1994 *J. Mag. Mag. Mater.* **136** L29
- [25] Sides S W, Ramos R A, Rikvold P A and Novotny M A 1996 *J. Appl. Phys.* **79** 6482
- [26] Sides S W, Rikvold P A and Novotny M A 1999 *Phys. Rev. E* **59** 2710
- [27] Sides S W, Rikvold P A and Novotny M A 1998 *Phys. Rev. E* **57** 6512
- [28] Liu W M, Zhong W S, Pu F S and Zhou X 1999 *Phys. Rev. B* **60** 12893
- [29] Pecharsky V K and Gshneider Jr K A 1997 *Phys. Rev. Lett* **78** 4494
- [30] Feng D, Shi C X and Liu Z G 2002 *Introduction to Materials Science* (Beijing : Chemistry Industry Press) p624 [in Chinese] 冯端、师昌绪、刘治国 2002 材料科学导论 (北京 : 化学工业出版社) 第 624 页]
- [31] Shao Y Z *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3157 [in Chinese] 邵元智等 2004 物理学报 **53** 3157]
- [32] Rao M, Krishnamurthy H R and Pandit R 1990 *Phys. Rev. B* **42** 856

Nonequilibrium dynamic phase transition of an Ising spin system driven by various oscillating field^{*}

Shao Yuan-Zhi Zhong Wei-Rong Lin Guang-Ming

(*Institute of Condensed Matter , Department of Physics , Zhongshan University , Guangzhou 510275 , China*)

(Received 13 October 2003 ; revised manuscript received 19 December 2003)

Abstract

We have studied both the dynamic response and the relevant nonequilibrium dynamical phase transition of an Ising spin system subject to three sorts of oscillating field i.e. sinusoidal , square and sawtooth waves . The above three sorts of external field drive dynamically the Ising spin system in either simply gradual (abrupt) way or their combination respectively . In the case of both sinusoidal and square ways , it was observed that the Ising spin system displays a low-temperature symmetry – breaking ordered phase and a high-temperature symmetric disordered phase as well as the dynamic transition between two dynamical phases above . We also detected the tri-critical point separating high-temperature continuous dynamic transition and low-temperature discontinuous one on the boundary of dynamic transition . The trend of dynamic transition boundary and the dependence of tri-critical point upon the system temperature , the frequency and amplitude of the driving field were revealed as well . In contrast , no dynamic transition occurs any longer and the system always stays in symmetry – breaking ordered state if the external field takes the form of sawtooth wave . The preceding discrepancy in dynamic response and transition is attributed to the perturbative characteristic of different oscillating fields .

Keywords : Ising spin system , dynamic transition , symmetry , mean-field

PACC : 7510H , 7530K , 7540G

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of Guangdong Province , China (Grant No. 021693).