

光子晶体反常色散超窄带滤波理论^{*}

刘江涛¹⁾ 周云松^{1)†} 王福合¹⁾ 顾本源²⁾

¹⁾ 首都师范大学物理系, 北京 100037)

²⁾ 中国科学院物理研究所, 北京 100080)

(2003 年 11 月 27 日收到 2004 年 2 月 16 日收到修改稿)

讨论了利用由反常色散材料构成的二维(2D)光子晶体(PCs)实现超窄带滤波(PCADOF)的原理,并对铯原子蒸气 $6P_{3/2} \leftarrow 6S_{1/2}$ 谱线的反常色散曲线进行了研究,讨论利用此反常色散曲线通过 2D PCs 实现超窄带滤波的方法和特点,研究发现这种滤光器的带宽可达到 0.002nm,这将为设计一种全新的滤波器提供指导.

关键词:反常色散,光子晶体,超窄带滤波

PACC:3260, 4270, 4280B

1. 引言

上世纪 90 年代发展起来的法拉第原子滤波器(FADOF)较好地实现原子谱线宽度量级超窄带滤波.FADOF 具有高透射、超窄带宽等优点.它首先在 1982 年,由 Yeh^[1]对铯原子 459nm 跃迁的精细结构的反常色散进行研究,建立了法拉第反常色散滤波器的理论模型,1991 年,Dick 和 Shay^[2]在实验上实现了将金属蒸气的法拉第反常色散效应应用于光学滤波器.自此,对法拉第反常色散滤波器的理论和实验研究相继开展起来^[3-8],工作介质包括 Cs, Rb, K, Na, Ca 等.但由于可以利用工作介质较少,工作的波段极为有限,在很大程度上影响了它的应用范围.为了弥补这个不足,我们提出一种新的基于 PCs 的滤波器设计思想.近些年来关于 PCs 的研究发展非常迅速^[9-13].这种由周期性的介质材料构成的 PCs 使得电磁波在其内部传输的特性类似于电子在晶体中的运动特性,在某一频率范围内的电磁波被禁止在 PCs 传播,这就是 PCs 的光子禁带.光子禁带的宽度和位置与构成 PCs 材料的介电系数 ϵ 有很大关系,而在反常色散区域 ϵ 变化较大,这就让我们想到利用由反常色散材料构成的 PCs 实现超窄带滤波. PCs 可以是一维、二维或三维晶体.二维 PCs(2D PCs)的 $\epsilon(\mathbf{r})$ 沿 Z 轴方向是均匀的,当电磁波垂直于 Z 轴

方向入射时可以被分解为 H 极化(TE 模,磁场方向沿 Z 轴方向)和 E 极化(TM 模,电场方向沿 Z 轴方向),与三维 PCs 相比,2D PCs 无论是在理论研究还是实际制作方面都相对容易得多^[14],因而我们将对 2D PCs 进行研究.

2. PCADOF 的基本原理

2D PCs 能带结构可以用标准平面波展开法解 Maxwell 方程组来计算.通常情况下 ϵ 可以近似取为常数,但在反常色散范围内, $\epsilon(\omega, \mathbf{r})$ 随 ω 变化剧烈,不能当常数处理,而本文正是利用这个性质来设计滤波器.这样 Maxwell 方程应写为^[12,15-17]

$$\nabla \times \left[\frac{1}{\epsilon(\omega, \mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right] = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}(\mathbf{r}). \quad (1)$$

这样的方程直接求解比较困难,但由于只需研究光是否能够通过 PCADOF,并不需要知道具体的能带结构,我们作以下近似处理.

假设某一材料 A 具有如图 1 的色散曲线,在 $\omega_1 - \omega_2$ 之间其介电常数为 ϵ_2 ,在其他频率下介电常数为 ϵ_1 .另有一 2D PCs(如图 2),即在介电常数为 ϵ_0 的背景上填充入介电常数为 ϵ 的圆形柱子.假设通常情况下圆形柱子的介电常数为 $\epsilon = \epsilon_1$ 时, TM 模的带隙在 (ω_0, ω'_0) 之间(如图 3(a)所示).而在频段 (ω_1, ω_2) 之内,散射子材料存在反常色散,使 $\epsilon = \epsilon_2$,

^{*} 国家重点基础研究发展计划(批准号:001CB61040)和北京市自然科学基金(批准号:1032003)资助的课题.

[†] E-mail: 263zys@263.net; 电话: 010-68902348.

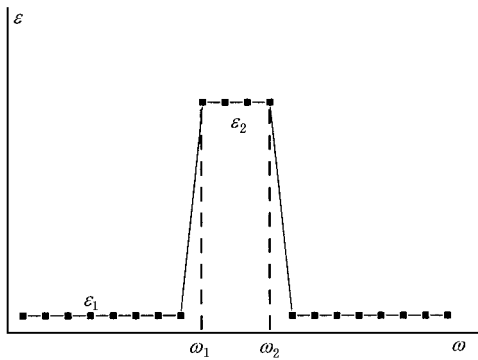


图1 材料 A 的色散曲线

此时 TM 模带隙变化如图 3 (b)所示 ,新的带隙与 (ω_1, ω_2) 不重叠 ,或者完全消失 ,如图 3 (c)所示 .同时 ,如果 (ω_1, ω_2) 位于原带隙 (ω_0, ω'_0) 之内 (图 3 (a)) ,则这个系统成为一个工作区间为 (ω_0, ω'_0) 滤波器 ,它允许 (ω_1, ω_2) 的波通过 .由于反常色散区域 (ω_1, ω_2) 非常窄 ,使得这个系统成为超窄带滤波器 .

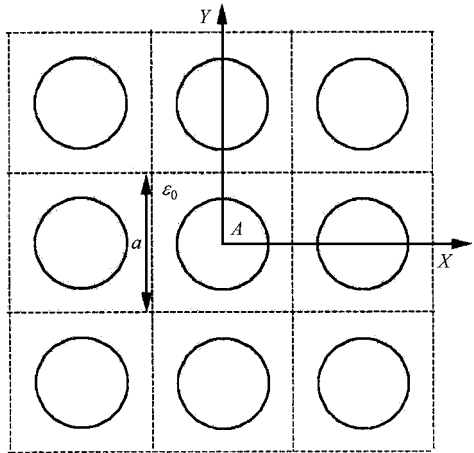


图2 正方格子填充圆形柱子的 2D PCs 截面图

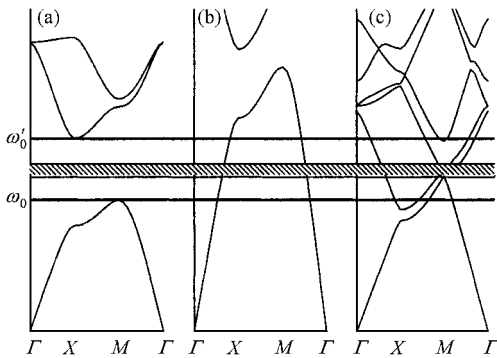


图3 分别填入三种不同介电常数材料时的能带图

通过上面的讨论可以发现只要对色散曲线和光子晶体带隙随介电常数变化情况进行研究就可以找到 PCADOF 的带宽和工作区间 .下面对这两者进行具体的分析 .

3. 反常色散的特点

为了获得反常色散曲线 ,需要考虑材料与电磁波的相互作用 .由于只考虑吸收线附近的范围 ,忽略其他跃迁的贡献 .由于铯的能级比较简单且具一般反常色散的特征 ,人们对它的研究也比较深入^[1,18] ,本文也以铯的 $6P_{3/2} \leftarrow 6S_{1/2}$ 跃迁 ($\lambda = 852.1\text{nm}$) 为例讨论 .

引入 $6P_{3/2} \leftarrow 6S_{1/2}$ 跃迁 (不考虑超精细结构) 的平均振子强度^[18]

$$f = \frac{2m\omega_0}{3\hbar} \cdot \frac{1}{2J' + 1} \sum_{M, M'} | \langle J' M' | \mathbf{r} | J M \rangle |^2. \quad (2)$$

将原子极化率 χ_0 表示为

$$\chi_0 = \frac{e^2 f}{m\omega_0 \epsilon_0} \frac{1}{\omega_0 - \omega - i\Gamma/2}, \quad (3)$$

其中 ϵ_0 是真空介电常数 , Γ 为自然线宽 , m 是电子质量 , $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$, E_1, E_2 分别电子处于 $6S_{1/2}, 6P_{3/2}$ 的能量 .方程 (3) 是一个原子的极化率矢量 ,对于由大量原子构成的材料只需对单位体积内的原子数求和 .但对于气体来说 ,由于每个原子具有不同的速度 ,考虑到多普勒效应 ,应用 $\omega_0(1 + v/c)$ 代替 ω_0 ,其中 v 是原子的速率 ,考虑速率遵守 Maxwellian 分布 并引入 Voigt 参数和 normalized 频率

$$\alpha = \frac{\Gamma}{\Delta\omega_D} \sqrt{\ln 2} = \frac{\Delta\nu_N}{\Delta\nu_D} \sqrt{\ln 2}, \quad (4)$$

$$\nu = \frac{\chi(\omega - \omega_0)}{\Delta\omega_D} \sqrt{\ln 2} = \frac{\chi(\nu - \nu_0)}{\Delta\nu_D} \sqrt{\ln 2}, \quad (5)$$

其中 $\Delta\nu_D$ 是多普勒宽度

$$\Delta\nu_D = \frac{\Delta\omega_D}{2\pi} = 2\sqrt{\ln 2} \cdot \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{M}}. \quad (6)$$

这样 ,由 (3) 式可以导出材料的极化率为

$$\chi = \frac{Ne^2 f}{m\omega_0 \epsilon_0} \frac{\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{i}{\Delta\nu_D} W(\nu + i\alpha), \quad (7)$$

其中 plasma dispersion 函数 $W(\nu + i\alpha)$ 表达式如下^[19] :

$$W(x + iy) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-t^2)}{x + iy - t} dt \equiv W_{\text{Re}} + W_{\text{Im}}. \quad (8)$$

这样材料的介电常数 $\epsilon = 1 + \chi$.

对于 Cs 的原子数密度 N 可以利用理想气体方程 $PV = NKT$ 和 Rankine 方程求得^[20]：

$$\ln(p \times 10^{-7}/1.17) = 4.37832 - 4.39064 \times 2050/T - 0.5329 \ln(T/2050). \quad (9)$$

对于铯的 $6P_{3/2} \leftarrow 6S_{1/2}$ 跃迁, 波长 $\lambda = 852.1\text{nm}$, $T \approx 5\text{MHz}$, $f = 0.814$ ^[18].

我们计算发现介电常数 ϵ 强烈依赖于 $\Delta\nu_D$ (如图 4) 和原子数密度 N (如图 5). 从图中可以看出随着 $\Delta\nu_D$ 减小, 反常色散区域减小, ϵ 变化更剧烈, 而当 N 增加时 ϵ 变化更剧烈. 这些特点可以为选择合适的材料和工作条件提供指导.

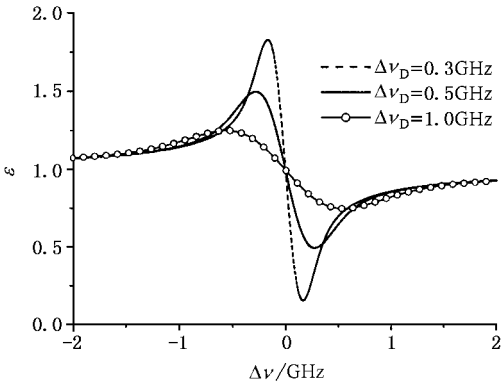


图 4 反常色散曲线与 $\Delta\nu_D$ 的关系

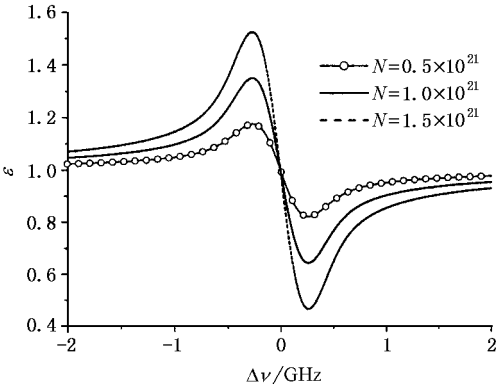


图 5 反常色散曲线与原子数密度 N 的关系

4. PCADOF 的计算结果

将 Cs 原子蒸气引入 2D PCs, 忽略极化率的虚部对 2D PCs 能带的影响, 从后面的讨论中可以看出在某些条件下是近似成立的.

如节 2 所述, 需要研究色散曲线和 PCs 带隙随

介电常数变化情况. 我们还是考虑如图 2 的 2D PCs, 其中背景的介电常数 $\epsilon = 4.84$, 晶格常数为 a , 在圆形柱子中充入 Cs 蒸气而构成 PCADOF. Cs 在 $T = 455\text{K}$ 时求得的介电常数的实部(实线)和虚部(虚线)如图 6 所示(其中 $\Delta\nu = \nu - \nu_0$, ν_0 是谱线的中心频率), 在反常色散区域外, Cs 蒸气的介电常数可以认为是 1.

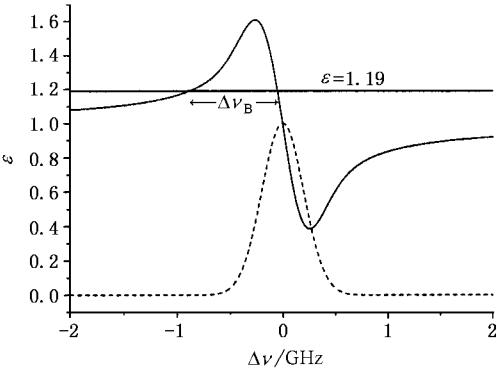


图 6 Cs 原子饱和蒸气在 455K 时 $6P_{3/2} \leftarrow 6S_{1/2}$ 的反常色散曲线

这时对于 TM 模有带隙(0.381, 0.423) $\times 2\pi c/a$ (不考虑色散), 带隙中心位置 $\omega_g = 0.402(2\pi c/a)$, 如果取 $a = 342.5\text{nm}$, 则带隙对应的波长范围为 810—899nm, 那么带隙中心正好对应 Cs $6P_{3/2} \leftarrow 6S_{1/2}$ 跃迁谱线中心位置.

首先考虑一束平行于 X 轴的 TM 光入射, 这样只需研究 2D 光子晶体沿 Kx 方向 TM 模的能带结构随圆形柱子中填充物介电常数的变化情况, 其结果如图 7 所示. 两条黑点线分别表示 2D 光子晶体沿 Kx 方向 TM 模带隙的上下沿, 中间的黑实线是跃迁 $6P_{3/2} \leftarrow 6S_{1/2}$ 谱线位置(由于线宽很小, 近似为一条直线, 其宽度在此图中无法表示出来)它与带隙下沿相交于 $\epsilon = 1.19$, 也就是说当 $\epsilon > 1.19$ 时跃迁谱线不在带隙中. 因而对于图 6 中黑直线以上部分由于其对应的 $\epsilon > 1.19$ 可以通过, 其频率范围 $\Delta\nu_B$ 约为 0.9GHz, 对应滤波带宽约为 0.002nm, 而其他处于工作区间 810—899nm 的光不能通过(在这里忽略其他谱线如 D_1 线). 另外, 从图中可以看出介电常数的虚部在 $\Delta\nu_B$ 范围内下降比较快, 仅在 $\Delta\nu_B$ 内靠右的地方有较大一些的值, 这样在粗略的计算中可以忽略介电常数的虚部而将问题简化.

接着我们考虑 TM 光在垂直圆柱轴的平面上以任意角度在 PCs 内传播, 图 8 给出了不同传播角度时谱线开始可以透过 PCs 时的最低 ϵ . 如果 Cs 处于

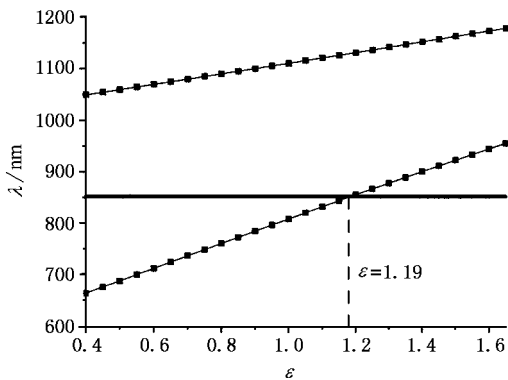


图 7 光子晶体带隙随填充柱子介电常数 ϵ 的变化情况

图 6 的条件下,其最大反常色散 $\epsilon_m = 1.6$,这个值对应图 8 中 $\theta = 26^\circ$ 的位置,这就是传播角极限值,考虑到从空气入射后的折射,最大入射角大于传播角极限值,因而当入射角小于 26° 可以正常工作.

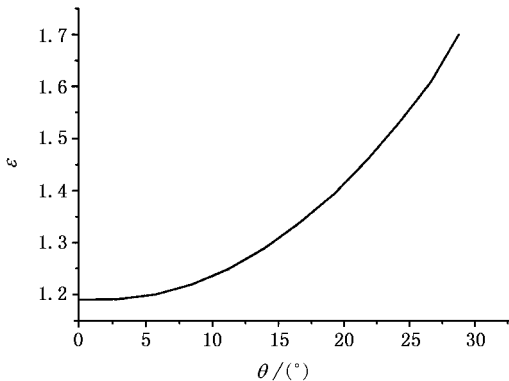


图 8 谱线开始可以透过光子晶体时的最低 ϵ 随入射角变化情况

同样可以讨论入射光磁场方向沿 2D 光子晶体填充物的轴方向偏振的光线(称之为“TE 光”)垂直于填充柱子轴方向入射时的情况,这里不再介绍.

5. PCADOF 的特点和实际的一些问题

下面对 PCADOF 的特点和一些实际问题,如反常色散材料的选择,带宽,通频带,透射率等问题进行讨论.

1)本文比较详细讨论了 Cs $6P_{3/2} \leftarrow 6S_{1/2}$ 的跃迁对应的反常色散曲线并用它来讨论 PCADOF 的可行

性.实际上其他一些气体(如碱金属等的原子蒸气和其他一些原子分子气体),液体、固体(如稀土离子掺杂的氟化物玻璃^[21])只要其谱线峰值处较窄(固液体的吸收带一般较大,但某些谱线峰值处可以较窄,而 $\Delta\nu_B$ 由峰值处宽度决定),对应的反常色散的介电常数变化足够大,都可以用来制作 PCADOF.这样可以利用的谱线远多于 FADOF.

2)在第 4 节的讨论中得到的带宽约为 0.002nm ,对于不同的材料、不同的谱线、不同的温度下带宽不同.此外,在第 4 节选择晶格常数时使得 $6P_{3/2} \leftarrow 6S_{1/2}$ 的谱线位于带隙中间,改变谱线在带隙中的位置可以改变 $\Delta\nu_B$ (相应于将图 7 中带隙上下沿向上或向下移动),不过这时工作区间减小了.还可以像 FADOF 一样加上磁场或电场改变谱线位置^[22],在一定范围内具有可调谐性(需要考虑加磁场后极化率为张量).

3)在第 4 节的讨论中得到工作区间并不考虑其他跃迁的影响,实际上会受到其他谱线的干扰,这样通频带大约为 80nm ,需要用其他滤光器(F-P 滤波器)将实际通频带以外光滤掉.

4)在 $\Delta\nu_B$ 内(特别是其中波长较长的部分)介电常数的虚部较小因而吸收可以比较小.此外,对于某些电磁波模主要在背景介质中传播,吸收可以更小,因而透射率可以达到较高水平(透射率的计算工作量较大,我们将另文发表).

5)在上文中我们只考虑了光垂直于圆柱轴平面内入射.而当光与圆柱轴不垂直时,由 2D PCs 的特点可知这时带隙将会减小^[23],同样可以讨论这时的入射光的角度范围,这里不再具体讨论.

6. 结 论

本文讨论了利用由反常色散材料构成的 2D PCs 制作 PCADOF 的原理.并对铯原子蒸气 $6P_{3/2} \leftarrow 6S_{1/2}$ 谱线的反常色散曲线进行了研究,讨论利用此反常色散曲线应用于 2D PCs 实现 PCADOF.理论上证明了 PCADOF 带宽可达到 0.002nm ,并对 PCADOF 特点进行了研究,这将为设计一种全新的滤波器提供指导.

[1] Yeh P 1982 *Appl. Opt.* **21** 2069

[2] Dick D J and Shay T M 1991 *Opt. Lett.* **16** 867

- [3] Menders J *et al* 1992 *Opt. Lett.* **17** 1388
- [4] Hu Z L *et al* 1993 *Opt. Commun.* **101** 175
- [5] Peng Y F , Tang J X and Wang Q J 1993 *Acta Phys. Sin.* (Overseas Edition) **2** 1
- [6] Jia X L *et al* 2002 *Acta. Phys. Sin.* **51** 2489 (in Chinese) [贾晓玲等 2002 物理学报 **51** 2489]
- [7] Zhang L *et al* 1999 *Acta Opt. Sin.* **19** 988 (in Chinese) [张 量等 1999 光学学报 **19** 988]
- [8] Wan J B *et al* 2000 *Acta Eelectronica Sinica* **28** 38 (in Chinese) [王江波等 2000 电子学报 **28** 38]
- [9] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059
- [10] John S 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486
- [11] Knight J C , Briks T A and Atkin D M 1996 *Opt. Lett.* **21** 1547
- [12] Zhou Y S , Gu B Y and Wang F H 2003 *Journal of Physics : Condensed Matter* **15** 4109
- [13] Jin C J *et al* 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 2325 (in Chinese) [金崇君等 1997 物理学报 **46** 2325]
- [14] Lin S Y , Arjavalingham G and Robertson W M 1994 *J. Mod. Opt.* **41** 385
- [15] Ho K M , Chan C T and Soukoulis C M 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 3152
- [16] Li Z Y , Wang J and Gu B Y 1998 *Phys. Rev. B* **58** 3721
- [17] Cassagne D , Jouanin C and Bertho D 1996 *Phys. Rev. B* **53** 7134
- [18] Stone P M 1962 *Phys. Rev.* **127** 1151
- [19] Abramowitz M and Stetun I A 1972 Eds. *Handbook of Mathematical Functions* (Dover , New York) Chap 7
- [20] Loang Y B *et al* 1999 *Journal of Engineering Thermophysics* **20** 529 (in Chinese) [梁燕波等 1999 工程热物理学报 **20** 529]
- [21] He C J 2001 *Spect. Roscopy and Spectral Analysis* **21** 147 (in Chinese) [何琛娟 2001 光谱学与光谱分析 **21** 147]
- [22] Wang Q *et al* 2003 *Acta. Phys. Sin.* **52** 1151 [王 骐等 2003 物理学报 **53** 1151]
- [23] Li Z Y and Xia Y N 2001 *Phys. Rev. B* **64** 153108

Theory of ultra-narrow bandwidth optical filter consisting of anomalous dispersion photonic crystal^{*}

Liu Jiang-Tao¹⁾ Zhou Yun-Song¹⁾ Wang Fu-He¹⁾ Gu Ben-Yuan²⁾

¹⁾(Department of Physics , Capital Normal University , Beijing 100037 , China)

²⁾(Institute of Physics , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100080 , China)

(Received 27 November 2003 ; revised manuscript received 16 February 2004)

Abstract

We propose a new theory of ultra-narrow bandwidth optical filter which consists of two-dimensional photonic crystal of an anomalous dispersion material. Based on our investigation of the anomalous dispersion of $6P_{1/2} \leftarrow 6S_{1/2}$ transition of the cesium atom , we designed a photonic crystal anomalous dispersion optical filter(PCADOF) by use of the plane wave expansion method. The calculated result shows that the bandwidth of the filter can be less than 0.002nm.

Keywords : anomalous dispersion , photonic crystal , ultra-narrow bandwidth optical filter

PACC : 3260 , 4270 , 4280B

^{*} Project supported by the State Key Development for Basic Research of China (Grant No.001CB61040) and the Natural Science Foundation of Beijing , China(Grant No. 1032003).