

激光感生色散光学滤波理论^{*}

掌蕴东[†] 孙旭涛 何竹松

(哈尔滨工业大学光电子技术研究所, 可调谐激光技术国家级重点实验室 哈尔滨 150001)

(2004 年 6 月 14 日收到, 2004 年 11 月 22 日收到修改稿)

利用半经典理论, 建立了激光感生色散光学滤波的理论模型. 通过求解密度矩阵方程, 得到感生极化率, 并利用该理论计算出钾 694 nm 激光感生色散光学滤波器的透射谱, 与发表的实验结果基本符合.

关键词: 激光感生色散光学滤波, 透射谱, 极化率

PACC: 0365S, 4280S, 4280C, 4262

1. 引 言

原子滤波器以其超窄线宽、高透射率在自由空间通讯、激光雷达以及水下通讯等方面有着广泛的应用. 上世纪 90 年代初期的法拉第反常色散光学滤波器(FADOF)^[1]是一种较为成熟的原子滤波器, 关于 Cs^[2], Rb, Na, Ca, K^[3,4]的 FADOF 以及激发态的 FADOF^[5,6]相继被报道. 本文介绍的激光感生色散光学滤波器^[7,8] (laser induced dispersion optical filter, LIDOF)是一种新型的原子滤波器, 它相对于 FADOF 具有激发态工作时高透射, 带宽窄等优点, 而且不需要外加磁场, 装置简单, 具有广泛的应用前景.

激光感生色散光学滤波器由样品池、两个相互正交的格兰-汤姆孙棱镜和一个 1/4 波片组成. 首先采用选择性光泵的方法, 用一束圆偏振光将原子从基态抽运到激发态. 当一束任意频率、任意偏振态的光入射到 LIDOF 系统时, 经过第一个格兰-汤姆孙棱镜后变为线偏振光, 经过充有介质蒸气的样品池时, 若入射光的频率在气体介质的某一吸收线附近, 由于存在激光感生色散效应, 其偏振面将发生旋转, 适当的调节工作参数, 可使这一旋转角度为 $\pi/2$, 这时出射光的偏振面和第二个格兰-汤姆孙棱镜的偏振方向平行, 因此可以透射出来. 而对那些频率远离介质吸收线的光, 由于没有激光感生色散效应, 其偏振方向不发生旋转, 将被第二个格兰-汤姆孙棱镜全部滤除掉. 目前国内外还没有关于激光感生色散光学

滤波理论模型报道. 本文采用半经典理论方法, 建立了激光感生色散光学滤波的理论模型. 通过求解密度矩阵方程, 得出极化率, 最终计算出透射谱, 这对光学滤波技术发展以及我们下一步的实验工作具有一定的指导意义.

2. LIDOF 的理论模型

激光感生色散滤波器工作介质为气体, 并且需要两个外加光场, 一个作为抽运光, 另一个作为探测光, 其中用弱的光场进行探测. 处理这种三能级系统与双光场的相互作用最常用办法就是采用半经典理论中密度矩阵的方法. Hänsch, Panock 和 Brewer^[9-11]曾分别对这种方法进行了讨论. 本文采用的求解密度矩阵的方法针对特殊的物理模型, 进行了某些假设与简化, 使结果更加清晰明了. 通过求解密度矩阵得到介质的极化率, 从而求出介质对光场的色散系数及吸收系数, 最终求得透射率.

以钾原子的 $4S_{1/2} \rightarrow 4P_{3/2} \rightarrow 6S_{1/2}$ 系统为例, 假设采用左旋圆偏振光进行抽运, 根据跃迁选择定则, K 原子只和线偏振的探测光中的右旋圆偏振部分发生相互作用. 简化的钾原子能级如图 1 所示.

抽运光 E_1 和探测光 E_2 用经典的电磁波来描述:

$$E_1(z, t) = \frac{1}{2} \{ E_+^{(1)}(z, t) \hat{e}_+ + \exp[-i(k_1 z - \Omega_1 t)] + c.c. \} \quad (1)$$

^{*} 国家自然科学基金(批准号 60272075, 60478014)资助的课题.

[†] E-mail: ydzhang@hit.edu.cn

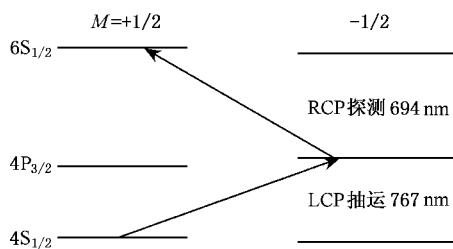


图 1 简化的钾原子相关能级图

$$H = H_0 + V = \begin{pmatrix} \hbar\omega_1 & 1 | -er \cdot E_1 | 2 & 0 \\ 2 | -er \cdot E_1 | 1 & \hbar\omega_2 & 2 | -er \cdot E_2 | 3 \\ 0 & 3 | -er \cdot E_2 | 2 & \hbar\omega_3 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

Λ 为激励矩阵,它表示外界通过碰撞,化学过程等将原子激励到该三能级系统中,这里假设外界只对基态能级有激励; Γ 为衰减矩阵,由于运动原子介质中原子之间的弹性碰撞,虽不引起能级的衰减,但却可以引起本征态的位相分布的混乱,导致相干性的衰减.所以非对角元 ρ_{nm} 的衰减因子中还应增加弹性碰撞的衰减因子,即

$$\gamma_{nm} = \frac{1}{2}(\gamma_m + \gamma_n) + \gamma_{ph}. \quad (5)$$

将密度矩阵的运动方程(3)展开为

$$i\hbar \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z} \right) \rho_{nm} = \sum_s (H_{ns} \rho_{sm} - \rho_{sm} H_{sn}) - i\hbar \gamma_{nm} \rho_{nm} + \hbar \Lambda \delta_{n,1} \delta_{m,1} \quad (6)$$

将各个参量代入方程(6),根据旋转波近似,对非对角元做如下定义:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{21} &= \rho_{21} \exp[-i(k_1 z - \Omega_1 t)], \\ \tilde{\rho}_{32} &= \rho_{32} \exp[-i(k_2 z - \Omega_2 t)], \\ \tilde{\rho}_{31} &= \rho_{31} \exp\{-i[(k_1 + k_2)z - (\Omega_1 + \Omega_2)t]\}. \end{aligned} \quad (7)$$

同时,为了简化方程,引入如下两个参量.

电偶极子矩阵元

$$\mu_1 = (1/\sqrt{2})e |1\rangle \langle x + iy | 2\rangle, \quad (8)$$

$$\mu_2 = (1/\sqrt{2})e |2\rangle \langle x - iy | 3\rangle, \quad (9)$$

Rabi 频率

$$\alpha_1 = \frac{E_+^{(1)} \mu_1}{2\hbar}, \quad (10)$$

$$E_2(z, t) = \frac{1}{2} \{ [E_+^{(2)}(z, t) \hat{e}_+ + E_-^{(2)}(z, t) \hat{e}_-] \times \exp[-i(k_2 z - \Omega_2 t)] + \text{c.c.} \}. \quad (2)$$

三能级系统密度矩阵的运动方程,即 Liouville 方程为

$$\dot{\rho} = \Lambda - \frac{i}{\hbar} [H, \rho] - \frac{1}{2} [\rho \Gamma + \Gamma \rho], \quad (3)$$

其中 H 为原子的总哈密顿量,它是固有哈密顿量 H_0 和相互作用哈密顿量 V 之和,写成矩阵的形式为

$$\alpha_2 = \frac{E_-^{(2)} \mu_2}{2\hbar}. \quad (11)$$

在稳态下求解方程(6)得到

$$\begin{aligned} \gamma_1 \rho_{11} &= \Lambda - i\alpha_1(\tilde{\rho}_{12} - \tilde{\rho}_{21}), \\ \gamma_2 \rho_{22} &= i\alpha_1(\tilde{\rho}_{12} - \tilde{\rho}_{21}) - i\alpha_2(\tilde{\rho}_{23} - \tilde{\rho}_{32}), \\ \gamma_3 \rho_{33} &= i\alpha_2(\tilde{\rho}_{23} - \tilde{\rho}_{32}), \\ (\Delta_1 + k_1 v - i\gamma_{21})\tilde{\rho}_{21} &= \alpha_2 \tilde{\rho}_{31} - \alpha_1(\rho_{22} - \rho_{11}), \\ (\Delta_2 + k_2 v - i\gamma_{32})\tilde{\rho}_{32} &= \alpha_1 \tilde{\rho}_{31} - \alpha_1(\rho_{33} - \rho_{22}), \\ (\Delta_3 + k_3 v - i\gamma_{31})\tilde{\rho}_{31} &= \alpha_2 \tilde{\rho}_{21} - \alpha_1 \tilde{\rho}_{32}. \end{aligned} \quad (12)$$

这里引用了失谐量 $\Delta_1 = \omega_{21} - \Omega_1$, $\Delta_2 = \omega_{32} - \Omega_2$ 以及双光子系数 $\Delta_3 = \Delta_1 + \Delta_2$, $k_3 = k_1 + k_2$. 密度矩阵的对角元为实数,非对角元存在如下关系 $\rho_{ij} = \rho_{ji}^*$, 与方程组(12)联立,可以看出共有九个方程和九个未知数,理论上可以求解,但是非常困难.由于考虑到 LIDOF 是对微弱光信号的检测,探测光场可以做微扰处理,即近似认为 $\alpha_2 = 0$,从而可以求出一级近似情况下的 $\tilde{\rho}_{21}^{(1)}$, $\rho_{22}^{(1)}$, $\rho_{11}^{(1)}$.

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{21}^{(1)} &= -\frac{\bar{N}\alpha_1(\Delta_1 + k_1 v + i\gamma_{21})}{(\Delta_1 + k_1 v)^2 + \Gamma_1^2}, \\ \rho_{11}^{(1)} &= -\bar{N} + \frac{2\alpha_1^2 \gamma_{21} \bar{N}}{\gamma_1[(\Delta_1 + k_1 v)^2 + \Gamma_1^2]}, \\ \rho_{22}^{(1)} &= -\frac{2\alpha_1^2 \gamma_{21} \bar{N}}{\gamma_2[(\Delta_1 + k_1 v)^2 + \Gamma_1^2]}. \end{aligned}$$

$$\rho_{33}^{(1)} = 0, \quad (13)$$

其中

$$\Gamma_1^2 = \gamma_{12}^2 + 2\alpha_1 \frac{\gamma_{12}(\gamma_1 + \gamma_2)}{\gamma_1 \gamma_2}, \quad (14)$$

$$\bar{N} = -\frac{\Lambda}{\gamma_1}.$$

将(13)式代入到(12)式,可以求得

$$\tilde{\rho}_{32}^{(2)} = -\bar{N} \frac{\alpha_1^2 \alpha_2}{(\Delta_1 + k_1 v)^2 + \Gamma_1^2} \times \frac{\chi \gamma_{12}/\gamma_2 \chi (\Delta_3 + k_3 v - i\gamma_{31}) + (\Delta_1 + k_1 v + i\gamma_{21})}{(\Delta_2 + k_2 v - i\gamma_{32}) \chi (\Delta_3 + k_3 v - i\gamma_{31}) + \alpha_1^2}. \quad (16)$$

在方程(16)中,可以看到两个物理现象, Γ_1^2 代表的抽运光功率加宽以及分母中的 α_1^2 代表线移效应.如果忽略这两项对 $\tilde{\rho}_{32}^{(2)}$ 的影响(16)式可以简化为

$$\tilde{\rho}_{32}^{(2)} = \frac{2\Lambda\alpha_1^2\alpha_2\gamma_{12}}{\gamma_1\gamma_2} \left\{ \frac{1}{[(\Delta_1 + k_1 v)^2 + \gamma_{12}^2 \chi (\Delta_2 + k_2 v - i\gamma_{32})] + \left(\frac{\gamma_2}{2\gamma_{12}}\right)} \times \frac{1}{(\Delta_1 + k_1 v + i\gamma_{21}) \chi (\Delta_2 + k_2 v - i\gamma_{32}) \chi (\Delta_3 + k_3 v - i\gamma_{31})} \right\}, \quad (17)$$

得到 $\tilde{\rho}_{32}^{(2)}$ 后即可求出极化强度

$$P_2(z, t) = N_0(\mu_2 \rho_{32} \hat{e}_- + \text{c. c.}). \quad (18)$$

对于探测光,极化强度也可以通过下式来求解:

$$P(z, t) = \epsilon_0 \chi_- E_2(z, t). \quad (19)$$

比较两式可以求得极化率

$$\begin{aligned} \chi_- &= \frac{2N_0\mu_2}{\epsilon_0 E_-^{(2)}} \rho_{32} \exp[-\chi(k_2 z - \Omega_2 t)] \\ &= \frac{2N_0\mu_2}{\epsilon_0 E_-^{(2)}} \tilde{\rho}_{32}. \end{aligned} \quad (20)$$

对于气体介质来说,必须要考虑到原子的速率分布.假设介质处于经典的热平衡情况下,原子的速率服从一维的 Maxwellian 分布,

$$N(v) = \frac{N_0}{\sqrt{\pi}u} \exp\left(-\frac{v^2}{u^2}\right), \quad (21)$$

u 是原子的最可几速率,

$$u = \sqrt{\frac{2k_B T}{M}}, \quad (22)$$

M 是粒子的质量, T 是温度, k_B 是 Boltzmann 常数.在(20)式中,用 $N(v)$ 代替 N_0 对原子速率 v 积分,可以采用等离子体色散函数来处理该积分,但是比较繁琐.当 Doppler 加宽远远大于响应原子速率分布的宽度时,指数项近似为零,可以从积分号中拿出,结果为

$$\chi_- = \frac{2\mu_2^2 N_0 \Lambda \sqrt{\pi} \alpha_1^2}{u h \gamma_1 \gamma_2} \exp\left[-\frac{\Delta_1^2}{(k_1 u)^2}\right]$$

$$\tilde{\rho}_{32}^{(2)} = \frac{\alpha_1 \alpha_2 \tilde{\rho}_{21}^{(1)} + \alpha_2 (\Delta_3 + k_3 v - i\gamma_{31}) \rho_{22}^{(1)}}{(\Delta_2 + k_2 v - i\gamma_{32}) \chi (\Delta_3 + k_3 v - i\gamma_{31}) + \alpha_1^2}. \quad (15)$$

从(15)式可以看出对 $\tilde{\rho}_{32}^{(2)}$ 有贡献的主要有两项,一项是二能级的粒子数密度 $\rho_{22}^{(1)}$,另一项是感生偶极矩 $\tilde{\rho}_{21}^{(1)}$.将(13)式代入(15)式,得到

$$\times \frac{1}{\Delta_2 k_1 - \Delta_1 k_2 - \chi(k_1 \gamma_{32} + k_2 \gamma_{21})}. \quad (23)$$

这时可以求得介质对探测光的折射率和吸收系数

$$n_{\pm} = 1 + 2\pi R \epsilon(\chi_{\pm}), \quad (24)$$

$$\alpha_{\pm} = 4\pi \frac{\omega}{c} \text{Im}(\chi_{\pm}). \quad (25)$$

LIDOF 和 FADOF 都是通过使入射到蒸气池中的探测光偏振方向发生旋转而达到滤波目的,二者的透射谱公式是相同的,表达式为

$$\begin{aligned} \text{Tr} &= \frac{1}{4} \left\{ \exp(-\alpha_+ L) + \exp(-\alpha_- L) \right. \\ &\quad \left. - 2\exp\left[-(\alpha_+ + \alpha_-) \frac{L}{2}\right] \right\} \end{aligned}$$

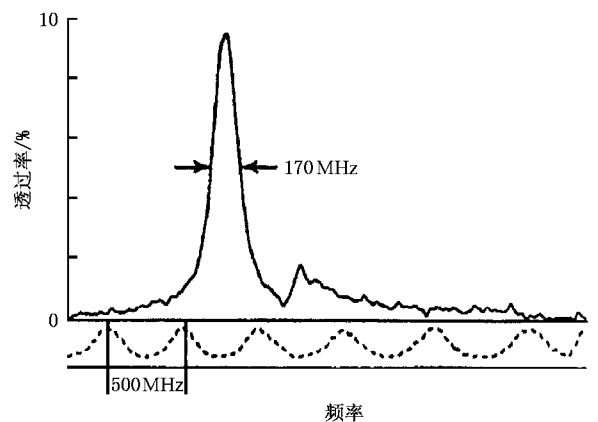


图2 钾原子 694nm LIDOF 实验透射谱

$$\times \cos\left[\frac{\Omega_2}{C}(n_+ - n_-)L\right] \}. \quad (26)$$

把(23)(24)和(25)式代入即可求得透射谱.

3. 计算结果与实验结果比较

Turner 等曾对钾原子 694nm LIDOF 进行过实验研究^[8]. 他们使用线宽为 500kHz 的 Ti:Sapphire 激光(766.701nm)作为抽运光,用线宽为 2MHz 的染料激光探测,在抽运光功率密度为 330mW/cm²,温度为 383K,池长为 7.5cm 时测得的透过谱如图 2 所示.测得峰值透过率为 9.5% 线宽为 170MHz,是世界上第一个线宽小于 Doppler 加宽的原子滤波器.

图 3 是同条件下的理论计算结果.二者的线型基本一致,但是理论计算的透过率为 13.7%,高于实验结果,这是由于实验中存在着各种损耗的结果.理论计算的透射谱线宽为 53MHz,小于实验测得的 170MHz,可能的解释是较大的功率加宽,这是由于理论计算时假设抽运光和探测光的线宽无限窄,忽略了二者对透射谱线宽的影响,实际上它们的影响是很大的.总的来说,理论和实验基本符合,由此也证明了第二部分所建立的理论模型的可信性.

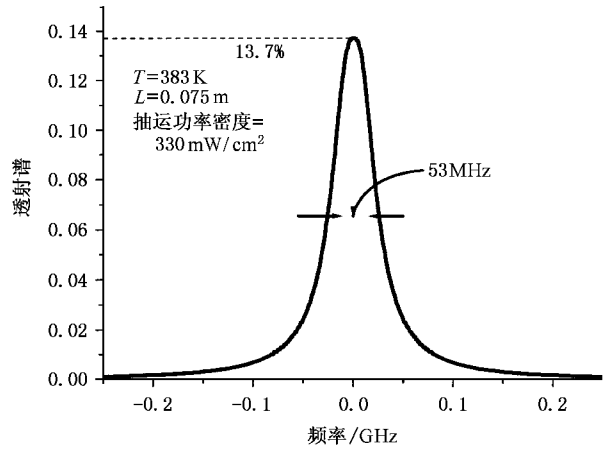


图 3 钾原子 694nm LIDOF 理论透射谱

4. 结 论

本文给出了激光感生色散光学滤波器的理论模型,并且用该理论模型计算了钾 694nm 激光感生色散光学滤波器的透射谱,与实验结果基本符合.该理论模型对于研究激光感生色散光学滤波器的性能以及今后的实验研究都具有指导意义.

[1] Dick D J, Shay T M 1991 *Opt. Lett.* **16** 867

[2] Menders J et al 1991 *Opt. Lett.* **16** 846

[3] Zhang Y D et al 2001 *IEEE. Journal of Quantum Electronics* **37** 372

[4] Jia X L et al 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2489 (in Chinese) [贾晓玲等 2002 物理学报 **51** 2489]

[5] Billmers R I et al 1995 *Opt. Lett.* **20** 106

[6] Zhang L, Tang J X 1998 *Optics Communications* **152** 275

[7] Gayen S K et al 1995 *Opt. Lett.* **20** 1427

[8] Turner L D et al 2002 *Opt. Lett.* **27** 500

[9] Hänsch T et al 1970 *Z. Physik* **236** 213

[10] Panock R L and Temkin R J 1977 *IEEE. Journal of Quantum Electronics* **13** 425

[11] Brewer R G and Hahn E L 1975 *Physical Review A* **11** 1641

Theoretical model of laser-induced dispersion optical filter^{*}

Zhang Yun-Dong[†] Sun Xu-Tao He Zhu-Song

(*State Key Laboratory of Tunable Laser Technology, Institute of Optoelectronics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China*)

(Received 14 June 2004 ; revised manuscript received 22 November 2004)

Abstract

The semi-classical theory was utilized to establish the theoretical model of laser-induced dispersion optical filter (LIDOF). By solving the density matrix equations , we gained the susceptibility . The theoretical transmission curve of K-694nm LIDOF was obtained , which agrees basically with the experimental result .

Keywords : laser-induced dispersion optical filter , transmission spectrum , susceptibility

PACC : 0365S , 4280S , 4280C , 4262

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60272075 and 60478014).

[†] E-mail : ydzhang@hit.edu.cn