

外加正弦驱动力抑制一类分段光滑系统的混沌运动*

王林泽 赵文礼

(杭州电子科技大学计算机学院 杭州 310018)

(2004 年 12 月 21 日收到, 2005 年 4 月 25 日收到修改稿)

针对含间隙碰撞振动的机械系统由于参数的改变, 产生分叉和混沌运动, 造成原稳定运行的系统产生异常振动时的故障消除方法展开研究. 用外加正弦驱动力抑制混沌运动, 提出了一种外加驱动力参数调节算法. 该算法以原系统稳定运行时的可测状态量为希望目标, 根据实际输出与希望目标的误差值, 实时产生并逐步微调节至所需外加驱动力. 通过对一个典型含间隙往复碰撞模型的数值仿真, 检验了该方法的有效性.

关键词: 混沌抑制, 碰撞振动, 间隙, 机械系统

PACC: 0547, 0545

1. 引 言

混沌控制一直是非线性科学中的一个研究热点, 新的方法在不断提出. 例如, 利用 $x|x|$ 控制混沌方法^[1], 预测反馈控制方法^[2], 基于遗传算法的模糊控制^[3], 参数开关调制法^[4]等.

关于含间隙碰撞振动的机械系统的混沌抑制尚属于新的应用课题. 本文针对含间隙碰撞振动的机械系统由于参数的改变, 产生分叉和混沌运动^[5-8], 造成原稳定运行的系统产生异常振动时的故障消除方法展开研究. 本文采用的方法属于一种外加周期驱动信号方法^[9-12]. 外加周期驱动信号方法国内外都有研究. 诸如, 文献 [9] 提出通过改变外加弱非线性周期扰动形状来消除混沌. 文献 [10] 采用外加离散周期信号开环注入 buck 变换器, 调节比较放大器的输出脉冲宽度, 实现混沌控制. 但是以往的研究对如何动态确定与调节外加周期信号参数涉及不多, 而这恰恰是工程应用中最感兴趣的问题之一. 本文方法采用外加正弦驱动力, 为了确定正弦型外驱动力参数, 提出了一种自适应实时正弦驱动力参数调节算法. 该算法以原系统稳定运行时的可测状态量为希望目标, 根据实际输出与希望目标的误差值, 实时产生并逐步微调节外加驱动力, 直至满足控制指标. 通过对一个典型含间隙往复碰撞模型数值仿真,

检验了该方法的有效性. 由于这种方法不需事先分析确定外加驱动力, 因而更易于工程应用.

2. 外加正弦驱动信号抑制混沌运动基本原理与调节算法

正弦型外力是一种易于产生与控制的外驱动力, 易于控制其频率与被控对象往复碰撞频率相同. 所以本文研究用正弦型外力抑制含间隙往复碰撞振动机械系统的分叉和混沌运动. 外驱动力抑制混沌运动原理如图 1 所示. 其中, 希望目标为原系统在稳定运行时的某可测状态量(可以是碰撞振动周期、位移量等). 将此量作为系统理想输出保存. 图中实际输出为此可测状态量的实时检测值. e_{n+1} 为实际输出与希望目标在 $n+1$ 时刻的误差值. u 为外加驱动力. 正弦外驱动力可表示为

$$u = B \sin(\gamma \omega t), \quad (1)$$

其中 B 和 γ 是可调参数, 由外驱动力调节算法控制与调节. 图中误差超限判决器满足如下关系:

当 $|e_{n+1}| < \Delta$ 时, $e = 0$, 无控制作用产生;

当 $|e_{n+1}| \geq \Delta$ 时, $e = e_{n+1}$, 有控制作用产生.

其中 Δ 为给定的系统允许的偏差阈值.

在图 1 中, 当系统实际输出偏离希望目标的误差 $|e_{n+1}| < \Delta$ 时, $e = 0$, 调节算法使 $u = 0$, 系统无外驱动力; 当 $|e_{n+1}| \geq \Delta$ 时, $e \neq 0$, 此时系统根据外驱

* 浙江省自然科学基金(批准号 502144), 浙江省教育厅科研计划项目(批准号 20040459)资助的课题.

动力调节算法产生 u 并动态调节参数 B 或 γ , 直至 $e=0$, 系统回到稳定态.

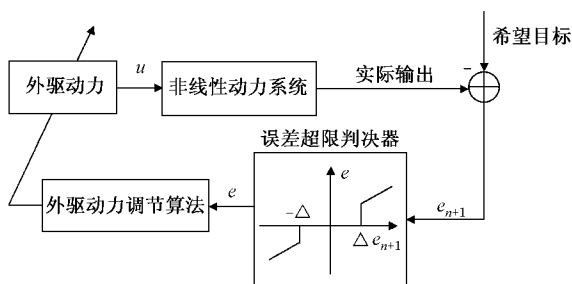


图1 外驱动力抑制混沌运动原理示意图

外驱动力调节算法根据如下原则确定. 为简单起见, 以一维系统为例加以说明.

设原非线性映射系统在一定的参数条件下具有分叉和混沌运动, 其不动点或周期 1 轨表示为

$$x^* = f(\nu, x^*), \quad (2)$$

其中 x^* 是不动点值, ν 是系统参数.

在 x^* 的小邻域内, 将上式展成泰勒级数, 取其线性项, 则有

$$x^* + \Delta x_{n+1} \approx f(\nu, x^*) + \left. \frac{\partial f(\nu, x)}{\partial x} \right|_{x=x^*} \cdot \Delta x_n, \quad (3)$$

其中 Δx 表示受扰后对 x^* 的小的偏离. 利用不动点方程(2)消去上式两端第一项后, 有

$$\frac{\Delta x_{n+1}}{\Delta x_n} = \left. \frac{\partial f(\nu, x)}{\partial x} \right|_{x=x^*}. \quad (4)$$

对应某系统参数 ν , 若 x^* 是系统的稳定不动点, 当系统受扰后, 必有

$$|\Delta x_{n+1}/\Delta x_n| < 1. \quad (5)$$

随着 n 的增大, 最终 Δx_{n+1} 趋于 0. 反之, 系统将产生分叉或混沌运动. 我们希望通过外加正弦信号来抑制或消除这类异常运动.

为此外加驱动信号 $u = B \sin(\gamma \omega t)$ 的可调参数 B 和 γ , 必须被调节使 $|\Delta x_{n+1}/\Delta x_n|$ 随着 n 的增加由大于等于 1 改变为小于 1, 并最终使 $|\Delta x_{n+1}| < \Delta$, Δ 为图 1 中误差超限判别器设定的阈值. 具体实现步骤如下.

选取 γ 为某个固定值, 对往复碰撞振动系统可取 $\gamma = 1$, 使外加信号频率等于原系统振动频率 ω . 为了与图 1 中表示方法一致, 将上述 Δx_{n+1} , Δx_n 分别用 e_{n+1} , e_n 表示.

1) 初值 $B_0 = 0$.

2) 在 $n+1$ 时刻, 若测得 $|x_{n+1} - x^*| = |e_{n+1}| <$

Δ , 则图 1 中 $e = 0$, $B_{n+1} = B_0 = 0$, $u = 0$, 无附加的外驱动力, 回到 2) 循环. 若测得 $|e_{n+1}| \geq \Delta$, 则图 1 中 $e = e_{n+1}$ (转 3).

3) 外驱动力调节算法生效如下式:

$$B_{n+1} = B_n + \alpha |e_{n+1}|, \\ u = B_{n+1} \sin(\gamma \omega t), \quad (6)$$

α 为事先确定的权重系数, 其取值范围 $0 < \alpha \leq 1$.

4) 在加入外驱动力后, 如果新的 $|e_{n+1}| \geq \Delta$, 则根据 $|e_{n+1}/e_n|$ 修正对 B 调节的方向.

若新的 $|e_{n+1}/e_n| > 1$, 则应向相反方向调解 B , 所以, 令 $\alpha = -\alpha$; 反之, α 不变 (转回 3).

若新的 $|e_{n+1}| < \Delta$, 图 1 中误差超限判别器输出 $e = 0$, 外驱动力系数调节终止, 最终调节得到的值用 B^* 表示, 则外驱动力

$$u = B^* \sin(\gamma \omega t), \quad (7)$$

相当于给系统加了一个幅值为 B^* 的正弦周期外驱动力.

3. 数学模型

为了研究上述方法对含间隙往复碰撞系统混沌抑制的有效性, 选如图 2 所示模型为研究对象, 该模型可以作为许多含间隙往复碰撞机构的抽象, 具有一定的典型性.

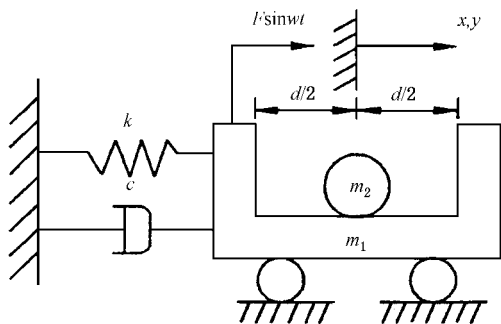


图2 系统模型

系统由主质体、刚体球、线性弹簧和阻尼器组成. 图中 m_1 和 m_2 分别表示主质体和刚球的质量, k, c 分别为弹簧刚度和阻尼系数. 假设小球与主质体之间无摩擦作用, 主质体槽的间隙为 d , 且外加简谐驱动力作用在主质体上. 这样, 在图示模型中设主质体的绝对运动为 x , 小球的绝对运动为 y . 该系统的运动微分方程为

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}(T) + c\dot{x}(T) + kx(T) &= F \sin(\Omega T + \alpha), \\ m_2 \ddot{y}(T) &= 0, \end{aligned} \tag{8}$$

并由碰撞过程中的动量定理和恢复系数的定义,可得到系统的碰撞方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_+ &= \dot{x}_- + \mu(\dot{y}_- - \dot{y}_+), \\ \dot{x}_+ &= \dot{y}_+ + R(\dot{y}_- - \dot{x}_-), \end{aligned} \tag{9}$$

式中 $\mu = m_2/m_1$, R 为恢复系数, \dot{x}_-, \dot{y}_- 和 \dot{x}_+, \dot{y}_+ 分别表示两物体碰撞前和碰撞后的瞬时速度. 在以上二式中, 令

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{F}{k}, x_1 = \frac{x}{x_0}, x_2 = \frac{y}{x_0}, h = \frac{c}{2\sqrt{m_1 k}}, \\ \omega_n &= \sqrt{\frac{k}{m_1}}, \omega = \frac{\Omega}{\omega_n}, t = \omega_n T, \end{aligned}$$

则方程 (8) 和 (9) 可表述为以下无量纲形式:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1(t) + 2h\dot{x}_1(t) + x_1(t) &= \sin(\omega t + \alpha), \\ \ddot{x}_2(t) &= 0, \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1+} &= \dot{x}_{1-} + \mu(\dot{x}_{2-} - \dot{x}_{2+}), \\ \dot{x}_{1+} &= \dot{x}_{2+} + R(\dot{x}_{2-} - \dot{x}_{1-}). \end{aligned} \tag{11}$$

假设主质体在外加简谐激振力的作用下, 使得小球与主质体发生碰撞, 则根据运动学关系, 碰撞应该发生在 $x_2 - x_1 = \pm d_0$ 处, 其中 $d_0 = d/(2x_0)$.

我们曾就该模型的稳定性及分叉和混沌行为进行研究^[5], 发现该系统在一定的参数条件下存在丰富的动力学行为. 为了研究含间隙机械系统的混沌抑制问题, 设系统碰撞周期与外激振力周期相同, 在稳定运行时, 在一个外激振力周期, 产生左右各一次平衡对称碰撞, 以右碰撞发生后碰撞面为 Poincaré 截面, 且周期时刻 τ 取在碰撞发生后的瞬时, $\sigma = \{x_1, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \tau\} \in R^3 \times S, x_2 = x_1 + d_0, \tau = \tau_+$.

根据边界条件和 (10) (11) 式可建立 Poincaré 映射 $F: \sigma \rightarrow \sigma$ 为

$$X_{n+1} = F(\nu, X_n), \tag{12}$$

其中 ν 是一个实参数, $\nu \in R^1, X = (x_1, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \tau)^T$, 稳定态对应 Poincaré 截面上的不动点, 则 (12) 式应满足

$$X^* = F(\nu^*, X^*), \tag{13}$$

其中 $X^* = (x_1^*, \dot{x}_1^*, \dot{x}_2^*, \tau)^T$ 为 Poincaré 截面上的不动点坐标, ν^* 为对应不动点的系统某可变参数值.

下面考查当 ν 偏离 ν^* , 使系统产生分叉或混沌运动时, 该方法抑制混沌的效果.

4. 数值仿真

加入外驱动力之后, 系统方程式 (8) 改写为

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}(T) + c\dot{x}(T) + kx(T) &= F \sin(\Omega T + \alpha) + u, \\ m_2 \ddot{y}(T) &= 0. \end{aligned} \tag{14}$$

数值仿真选取系统参数 c , 考察由于参数 c 的变化导致系统由稳定运动演变为混沌运动时的混沌运动抑制. 当 $r = 0.8, d = 2, F = 6, k = 6, \omega = 2, \mu = 0.1, c \geq 0.22$ 时, 系统具有稳定的周期 1-1 碰撞振动. 图 3 是当 $c = 0.22$ 时, 系统在 Poincaré 截面上的映射值随时间的变化情况. 初始扰动 $\Delta x_1 = 0.1$. 可见在上述参数下, 即使存在扰动, 系统最终仍将收敛到 Poincaré 截面上的不动点, 其在 Poincaré 截面上的不动点为

$$\begin{aligned} X^* &= \{x_1^*, \dot{x}_1^*, \tau^*, \dot{x}_2^*\}^T \\ &= \{0.169102, -0.033079, 1.570796, -1.488547\}^T. \end{aligned}$$

当减少阻尼系数时, 系统运动逐渐由周期运动演变为概周期运动, 在 $c = 0.21$ 时, 系统运动呈现混沌吸引子. 图 4 是 $c = 0.21$ 时系统在 Poincaré 截面上经 4000 次碰撞的映射投影图. 初始扰动 $\Delta x_1 = 0.1$.

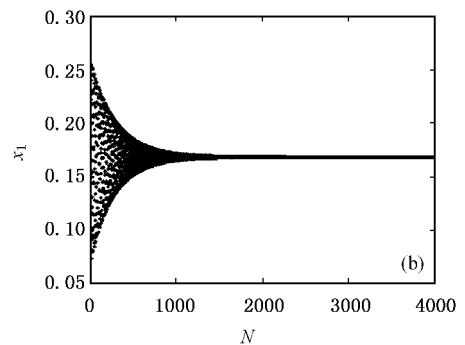
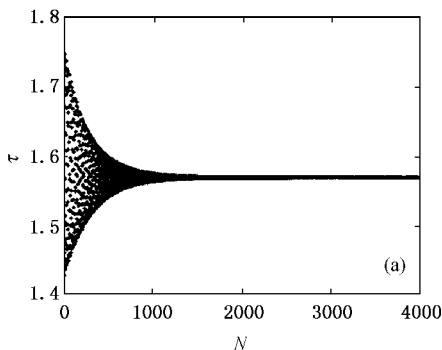


图 3 在 Poincaré 截面上的映射值随时间的变化情况 (a) $N-\tau$ (b) $N-x_1$

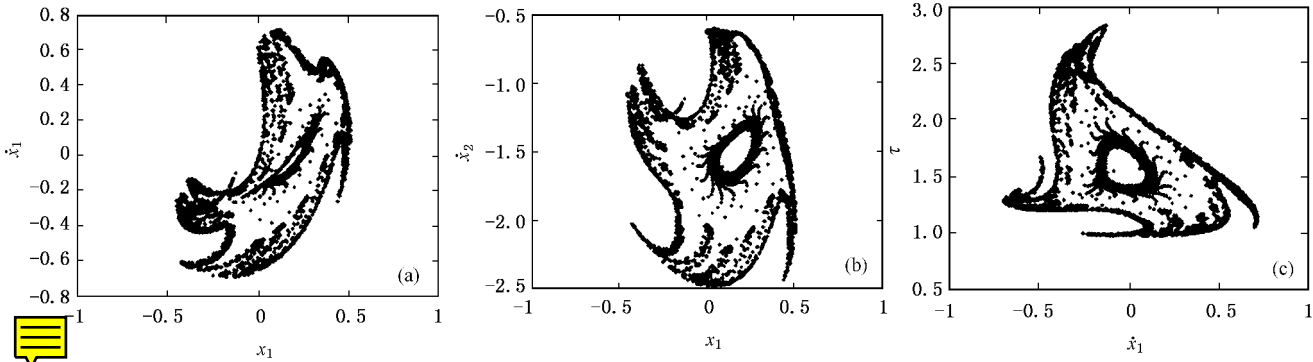


图4 $c = 0.21$ 时系统在 Poincaré 截面上经 4000 次碰撞的映射投影图 (a) $x_1-\dot{x}_1$ (b) $x_1-\dot{x}_2$ (c) $\dot{x}_1-\tau$

图 5 是对此混沌运动进行抑制的仿真结果,取 $\alpha = 0.1, \Delta = 10^{-5}$,选碰撞周期 τ 为输出.为了更清楚地显示混沌抑制效果,检测在 $N = 1000$ 时才生效.从图 5 可看出, τ 最终可回到原 τ^* ,但 $x_1, \dot{x}_1, \dot{x}_2$ 最终稳定在一个新的值上.

$X^* = \{x_1^*, \dot{x}_1^*, \tau^*, \dot{x}_2^*\}^T$
 $= \{0.316333, -0.037245, 1.570796, -1.676007\}^T$.
 仿真中考虑到工程中碰撞周期便于测量,故取 τ 为系统输出,并以 τ^* 为希望目标,故该方法在抑制混沌运动的同时将 τ 调节至 τ^* .

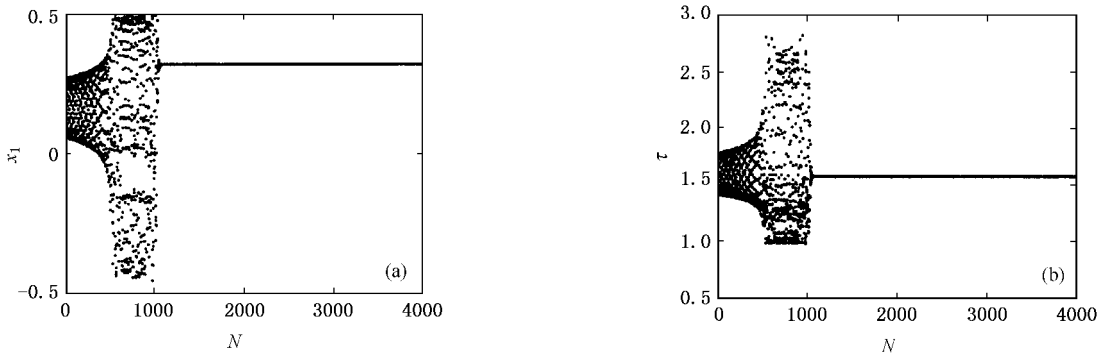


图 5 对图 4 混沌运动控制后的时间历程图 (a) $N-x_1$ 时间历程图 (b) $N-\tau$ 时间历程图

图 6 是外加正弦驱动信号幅值 B 经外驱动调节算法调节的轨迹图,由图 6 可知, B 初始为 0,当 $N = 1000$ 加入外驱动力后, B 经调节能较快地稳定

在某一值上.图 6 中 B 最终为 0.163397,即系统稳定后,外加驱动力保持为 $u = 0.163397 \sin(\omega t)$.图 6 (b)是图 6 (a)的局部放大图.

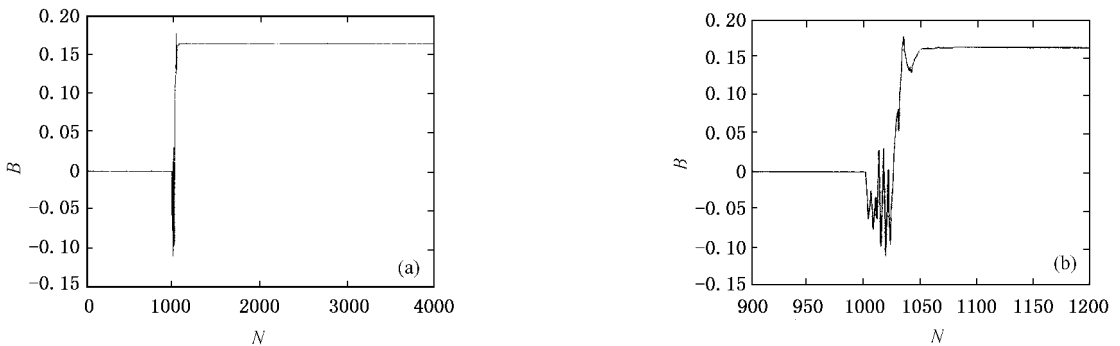


图 6 外加驱动力幅值 B 的变化曲线 (a) $B-N$ 变化曲线 (b) $B-N$ 变化曲线局部放大图

5. 结 论

本方法以含间隙机械系统为对象,以原系统稳

定工作为前提,针对系统运行中参数恶化而导致的分叉和混沌等异常振动,提出了实时监测条件下,动态加入外正弦驱动力达到抑制混沌运动,延缓故障发生的目的.通过对一个典型往复碰撞模型的数值

仿真,验证了这种方法的有效性.但本方法不局限于含间隙往复碰撞的机械系统,对其他类似非线性系统也应适用.

本方法由于采用外加正弦驱动力抑制混沌,在工程上易于实现.

本方法不要求知道非线性系统的精确的数学模型.因为其针对原本可以稳定工作的系统,考虑由于诸多因素,使其由稳定演变为不稳定,产生分叉和混沌运动时的控制方法,在工程上有一定实际意义.

-
- [1] Min F H , Xu Z Y and Xu W B 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1360 (in Chinese) [闵富红、徐振源、须文波 2003 物理学报 **52** 1360]
- [2] Tang G N and Luo X S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 15 (in Chinese) [唐国宁、罗晓曙 2004 物理学报 **53** 16]
- [3] Wu Z Q , Ao D and Lin K 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 21 (in Chinese) [吴忠强、澳顿、刘坤 2004 物理学报 **53** 21]
- [4] Luo X S , Wang B H , Chen G R , Jiang P Q , Fang J Q and Quan H J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 988 (in Chinese) [罗晓曙、汪秉宏、陈关荣、蒋品群、方锦清、全宏俊 2002 物理学报 **51** 988]
- [5] Zhao W L and Wang L Z 1998.8 Proceeding of the 3rd International conference on nonlinear Mechanics 437
- [6] Dimentberg M 1996 *Nonlinrar Dynamics* **2** 327
- [7] Sung C K and Yu W S 1992 *Journal of Sound and Vibration* **158** 317
- [8] Luo G W and Xie J H 2003 *Acta Mechanica Solida Sinica* **16** (2) 127
- [9] Chacon R and Diaz Bejarano J 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 3103
- [10] Luo X S , Wang B H , Chen G R , Quan H J , Fang J Q , Zou Y L and Jiang P Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 12 (in Chinese) [罗晓曙、汪秉宏、陈关荣、全宏俊、方锦清、邹艳丽、蒋品群 2003 物理学报 **52** 12]
- [11] Fang J Q 1996 *Progress in Physics* **16** 30 (in Chinese) [方锦清 1996 物理学进展 **16** 30]
- [12] Wang G R , Yu X L and Chen S G 2001 *Control and Synchronization of Chaos and Its Application* (Press of Defense Industry) p172 (in Chinese) [王光瑞、于熙龄、陈式刚 2001 混沌的控制、同步与利用 (国防工业出版社) 第 172 页]

Suppression of chaotic motion in a class of piecewise-smooth systems by using sine periodic force ^{*}

Wang Lin-Ze[†] Zhao Wen-Li

(Hangzhou Dianzi University ,Hangzhou 310018 ,China)

(Received 21 December 2004 ; revised manuscript received 25 April 2005)

Abstract

This paper studies how to suppress the abnormal vibration in a dynamic system with clearance. The abnormal vibration contains the bifurcations or chaotic motion due to the change of some parameters of the nonlinear system. This paper proposes a method to suppress chaotic motion by applying an external periodical force to the system. The periodical force is adjusted according to some real-time algorithm related to an error between real-time states and the states when the system is stable. This method has been applied to a two-degree-freedom impact vibration system. With numerical simulation , the effectiveness of the method is demonstrated.

Keywords : suppressing chaos , impact vibration , clearance , machine system

PACC : 0547 , 0545

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of Zhejiang Province (Grant No.502144) , and the Education Scientific Planning Project of Zhejiang Education Bureau (Grant No.20040459).

[†]E-mail : aozhwlz@hzenc.com