

外强迫作用下正压大气非线性特征数值模拟^{*}

汪 萍^{1,2,†} 戴新刚¹⁾

¹⁾ 中国科学院大气物理研究所 北京 100029)

²⁾ 中国科学院研究生院 北京 100039)

(2005 年 1 月 7 日收到)

在两种边界条件下用正压大气非线性位势涡度方程模拟了强迫、耗散和非线性共同作用下大气运动的若干特征. 在南北两端为齐次边界条件时, 单纯的热力强迫下只出现了波状定常解, 在只有经向加热和波状地形共同强迫下出现了在两种基本流型之间振荡的准周期解, 十分类似于旋转地球上大气运动的纬向和经向流型之间的准周期循环, 前者对应于强的西风环流, 后者对应于弱西风流型. 在周期边界条件下, 弱的下垫面加热导致定常解, 较强的加热强迫可以得到周期解. 尽管下垫面的波状地形也能强迫一个类似的准周期振荡, 但弱西风流型是对称的, 不像大气中的弱西风流型. 因此, 在周期边界条件下用低阶截谱模式求出的解析或数值解, 不一定适合描述中高纬度大气的非线性动力特征.

关键词: 正压大气, 热力强迫, 地形起伏, 周期解, 准周期振荡

PACC: 9260X

1. 引言

正压大气是指大气在垂直方向均匀的模态, 它是地球中高纬度大气的一个基本的重要分量^[1], 其存在的理论和实验依据是 Taylor-Proudman 定理^[2,3]. 对中高纬度大气大尺度运动, 即小 Rossby 数的运动(显著受到地球旋转影响的运动), 该定理是近似满足的. 一般描述正压大气运动的正压模式是根据所谓浅水方程建立的, 无论在理论研究上还是在数值模拟中都有着广泛的应用^[4-6]. 大气大尺度运动的很多重要性质都可以用正压模式来近似描述, 例如球面准定常 Rossby 波(大气长波)对低纬度非绝热加热的响应和传播过程^[7,8], 大气和海洋中的旋转适应过程^[9,10], 以及大气对大尺度地形强迫的响应等. 令人惊奇的是, 用球面正压模式模拟的全球地形强迫的响应波列竟然和初始方程模式的模拟结果惊人地相似^[11], 说明正压模式的重要性还远没有得到充分的理解, 需要进一步研究.

一般, 最为常用的是 β 平面通道正压模式^[12].

所谓 β 平面通道是对大气运动方程组中的 Coriolis 参数做泰勒展开后取线性近似, 中心纬度在中纬度, 南北各是一个刚性边界墙, 东西方向是周期边界的通道. 该模式主要用于研究中高纬度大气的大尺度运动. 世界上第一个成功的、用计算机做的数值天气预报试验就是基于一个正压无辐散模式完成的^[13]. 1979 年 Charney 对考虑地形、非绝热加热和摩擦的正压模式采用 Fourier 低阶谱截断近似, 求出了三个定常解, 其中两个分别对应于中高纬度大气运动的强西风流型和弱西风流型^[12,13]. 这个工作开创了大气多平衡态非线性动力学的研究^[14,15]. Charney 的论文中并没有直接给出流函数的模拟结果, 而是给出了正交模分解的低谱近似, 其中包括了“负地形”的作用. 本文将直接模拟地形和非绝热强迫下流函数的演变特征并在差分求解中扣除模式表示中的“负地形”. 此外, 用数值求解的方式考察周期边界条件下非线性运动形式与齐次边界条件下解的差异, 以及与观测到的大气运动的关系等, 有助于把握不同边界条件下解的意义和适用范围.

^{*} 中国博士后基金(批准号 2004035074)和王宽诚博士后工作奖励基金资助的课题.

[†] 永久联系人. E-mail: pwang@mail.iap.ac.cn

2. 正压模式

1974 年 Charney 基于准地转位涡度方程构造了一个 β 平面通道中考虑地形、非绝热加热和摩擦等的正压大气模式^[14]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{\zeta + f_0 + \beta y}{1 + (\eta - h) \gamma H} = -f_0 \frac{D_E}{2H} \nabla^2 (\psi - \psi^*),$$

$$(x, y) \in (0, \pi L) \otimes (0, \pi L), \quad (1)$$

边界条件:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, y = 0, \pi L, x \in [0, \pi L], \quad (2)$$

$$\psi(x, y) = \psi(x \pm \pi L, y), y \in [0, \pi L], \quad (3)$$

其中, $L = 1000 \text{ km}$, $f_0 = 2\Omega \sin \phi_0$, $\beta = 2\Omega \cos \phi_0 / a$; Ω 是地球自转角速度, a 是地球半径, ϕ_0 是 β 平面通道的中心纬度, $D_E = (2\nu_E / f_0)^{1/2}$ 是 Ekman 深度, ν_E 为体积涡旋粘性系数, $h(x, y)$ 是下垫面地形, H 为流体的平均深度. 模式(1)的涡汇是 Ekman 泵 $(-f_0 \frac{D_E}{2H} \nabla^2 \psi)$, 涡源是由辐射差异制造的热层风涡度 $(f_0 \frac{D_E}{2H} \nabla^2 \psi^*)$. 假定 $|h| \ll H$, $H + \eta$ 是自由面高度, η 是相对于平均水深 H 的偏差. 则(1)式可以简化为

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \psi - \frac{\psi}{\lambda^2} + \mathcal{K} \psi, \nabla^2 \psi - \frac{\psi}{\lambda^2}) + f_0 \frac{h}{H} + \beta y = -f_0 \frac{D_E}{2H} \nabla^2 (\psi - \psi^*), \quad (4)$$

其中准地转流函数的定义为 $\psi = g\eta / f_0$, $\lambda^2 = gH / f_0^2$.

3. 方程的无量纲化

设 $h = Hh_1(\psi, \psi^*) = L^2 f_0(\psi_1, \psi_1^*)$, $t = f_0^{-1} t_1$, $(x, y) = L(x_1, y_1)$, 则(4)式的无量纲形式为

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \psi - \mu^2 \psi) + \mathcal{K} \psi, \nabla^2 \psi + h + \bar{\beta} \frac{\partial \psi}{\partial x} = -k \nabla^2 (\psi - \psi^*),$$

$$(x, y) \in (0, \pi) \otimes (0, \pi), \quad (5)$$

边界条件(2)(3)分别变为

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, y = 0, \pi, x \in [0, \pi], \quad (6)$$

$$\psi(x, y) = \psi(x \pm L, y), y \in [0, \pi], \quad (7)$$

(5)式中 $\mu^2 = \lambda^{-2}$, $\bar{\beta} = L/a \approx 1/4$, $k = D_E / (2H)$.

(5)–(7)式就是无量纲形式的大气正压模式.

4. 差分近似

数值求解正压模式(5), 必须选择合适的离散化方案.(5)式中存在一个平流项, 选取的差分方案应该能够保持模式的某些守恒性质, 例如, 无外源时总能量守恒等, 即要求该平流项的差分近似应该对模式的总体守恒性质无影响. 我们选择 Arakawa 在 1966 年针对无散流场设计的总能量和总涡度拟能守恒的 Jacobian 项差分方案^[16–19]. 将(5)式改写成

$$(\nabla^2 - \mu^2) \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\mathcal{K}(\psi, \xi) + \bar{\beta} y + k \nabla^2 (\psi - \psi^*), \quad (8)$$

其中 $\xi = \nabla^2 \psi + h$. 对周期边界条件, 或齐次边界条件下积分区域的内点上, Jacobian 项的差分近似可以写成

$$\begin{aligned} \mathcal{K}(\psi, \xi)_{i,j} = & -\frac{1}{12d} [(\psi_{i,j-1} + \psi_{i+1,j-1} - \psi_{i,j+1} \\ & - \psi_{i+1,j+1}) \times (\xi_{i+1,j} - \xi_{i,j}) \\ & + (\psi_{i-1,j-1} + \psi_{i,j-1} - \psi_{i-1,j+1} \\ & - \psi_{i,j+1}) \times (\xi_{i,j} - \xi_{i-1,j}) \\ & + (\psi_{i+1,j} + \psi_{i+1,j+1} - \psi_{i-1,j} \\ & - \psi_{i-1,j+1}) \times (\xi_{i,j+1} - \xi_{i,j}) \\ & + (\psi_{i+1,j-1} + \psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j-1} \\ & - \psi_{i-1,j}) \times (\xi_{i,j} - \xi_{i-1,j}) \\ & + (\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j+1}) \times (\xi_{i+1,j+1} - \xi_{i,j}) + \\ & (\psi_{i,j-1} - \psi_{i-1,j}) \times (\xi_{i,j} - \xi_{i-1,j-1}) \\ & + (\psi_{i,j+1} - \psi_{i-1,j}) \times (\xi_{i-1,j+1} - \xi_{i,j}) + \\ & (\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j-1}) \\ & \times (\xi_{i,j} - \xi_{i+1,j-1})], \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $i = 1, I$, $j = 1, J$. 对 β 平面通道积分区域还要加上南北齐次边界条件. 两个边界上 Jacobian 项的差分近似分别为

$$\begin{aligned} \mathcal{K}(\psi, \xi)_{I,0} = & -\frac{1}{12d} [(\psi_{I,0} + \psi_{I+1,0} - \psi_{I,1} \\ & - \psi_{I+1,1}) \times (\xi_{I,0} + \xi_{I+1,0}) \\ & + (\psi_{I-1,0} + \psi_{I,0} - \psi_{I-1,1} - \psi_{I,1}) \\ & \times (\xi_{I-1,0} + \xi_{I,0}) \\ & + (\psi_{I+1,0} + \psi_{I+1,1} - \psi_{I-1,0} - \psi_{I-1,1}) \\ & \times (\xi_{I,0} + \xi_{I,1}) \\ & + (\psi_{I+1,0} - \psi_{I,1}) \times (\xi_{I,0} + \xi_{I+1,1}) \end{aligned}$$

$$+(\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}) \times (\xi_{i,j} + \xi_{i-1,j})], \quad (10)$$

和

$$\begin{aligned} \mathcal{K}(\psi, \xi)_{i,j} = & -\frac{1}{12d^2} [(\psi_{i,j-1} + \psi_{i+1,j-1} - \psi_{i,j} \\ & - \psi_{i+1,j}) \times (\xi_{i,j} + \xi_{i+1,j}) \\ & - (\psi_{i-1,j-1} + \psi_{i,j-1} - \psi_{i-1,j} - \psi_{i,j}) \\ & \times (\xi_{i-1,j} + \xi_{i,j}) \\ & - (\psi_{i+1,j-1} + \psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j-1} \\ & - \psi_{i-1,j}) \times (\xi_{i,j-1} + \xi_{i,j}) \\ & - (\psi_{i,j-1} - \psi_{i-1,j}) \times (\xi_{i-1,j-1} + \xi_{i,j}) \\ & - (\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j-1}) \\ & \times (\xi_{i,j} + \xi_{i+1,j-1})], \quad (11) \end{aligned}$$

其中, d 是网格距, (5) 的其余各项可以用一般的中央差分近似. 在计算出 (5) 的右端项后还要求解一个 Helmholtz 方程:

$$\nabla^2 \chi - \mu^2 \chi = F, \quad (12)$$

其中

$$\chi = \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (13)$$

$$F = -\mathcal{K}(\psi, \xi) + \beta y + k \nabla^2 (\psi - \psi^*). \quad (14)$$

方程 (12) 的求解有多种方法, 如逐次超松弛迭代法, 交替方向迭代法, Fourier 变换法, 降维法, 双重循环削去法等. 我们选用逐次超松弛迭代法, 迭代公式如下^[20, 21]

$$\begin{aligned} \chi_{i,j}^{n+1} = & \chi_{i,j}^n + \frac{1+\alpha}{4+\mu_0^2} [\chi_{i+1,j}^n + \chi_{i-1,j}^{n+1} + \chi_{i,j+1}^n \\ & + \chi_{i,j-1}^{n-1} - (4+\mu_0^2) \chi_{i,j}^n - F_{i,j}], \quad (15) \end{aligned}$$

其中 $0 < \alpha < 1$, $\mu_0^2 = d^2 \mu^2$. 在 β 平面通道南北边界上, 上式变为

$$\begin{aligned} \chi_{i,0}^{n+1} = & \chi_{i,0}^n + \frac{1+\alpha}{4+\mu_0^2} [\chi_{i+1,0}^n + \chi_{i-1,0}^{n+1} + \chi_{i,1}^n \\ & - (4+\mu_0^2) \chi_{i,0}^n - F_{i,0}] \quad (16) \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} \chi_{i,J}^{n+1} = & \chi_{i,J}^n + \frac{1+\alpha}{4+\mu_0^2} [\chi_{i+1,J}^n + \chi_{i-1,J}^{n+1} + \chi_{i,J-1}^{n-1} \\ & - (4+\mu_0^2) \chi_{i,J}^n - F_{i,J}]. \quad (17) \end{aligned}$$

若考虑到流函数在边界上只是时间函数的条件(因为

$$V \Big|_{\partial\Omega} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{\partial\Omega} = 0)$$

$$\psi_{i,0} = \psi_0(t); \psi_{i,J} = \psi_J(t). \quad (18)$$

(16) 和 (17) 式可以进一步写成

$$\chi_{i,0}^{n+1} = \chi_{i,0}^n + \frac{1+\alpha}{4+\mu_0^2} [\chi_{i,1}^n - (2+\mu_0^2) \chi_{i+1,0}^n - F_{i,0}], \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \chi_{i,J}^{n+1} = & \chi_{i,J}^n + \frac{1+\alpha}{4+\mu_0^2} [\chi_{i,J-1}^{n-1} - (2+\mu_0^2) \chi_{i+1,J}^n \\ & - F_{i,J}]. \quad (20) \end{aligned}$$

5. β 平面通道积分

模式的地形和加热在形式上也与 Charney 低谱模式类似. 这里主要用到了 Charney 低谱模式的前两个模:

$$F_1 = \sqrt{2} \cos \frac{y}{L}, F_2 = 2 \cos \frac{2x}{L} \sin \frac{y}{L}. \quad (21)$$

无量纲加热流函数取为

$$\begin{aligned} \psi^* = & \psi_A^* F_1 + \psi_B^* F_2 = \psi_A^* \sqrt{2} \cos 2y \\ & + \psi_B^* 2 \cos 2x \sin y, \quad (22) \end{aligned}$$

其中变量 x, y 已经无量纲化, 下标 A 和 B 分别表示函数 Fourier 展开式中第一和第二项的振幅. 无量纲地形仅取一个模, 即波状地形:

$$h = h_B F_2 = \begin{cases} \frac{h_0}{2H} F_2 & h \geq 0, \\ 0 & h < 0. \end{cases} \quad (23)$$

模式积分在 SGI-2100 计算服务器上进行, 时间积分采用 4 阶的 Runge-Kutta 方案, 无量纲时间步长为 1.08 个单位, 即相当于 1/8 天.

第一个实验, 记为 EXP1, 忽略地形, 即令 $h_B = 0$, 加热流函数取为

$$\psi^* = 0.1 F_1 + 0.08 F_2. \quad (24)$$

模式积分 8000 步, 相当于 1000 天. 为了观察数值解随时间的演变, 我们用积分区域中南北两个纬度上的平均流函数差定义一个西风环流指数 I_R ^[22], 即

$$I_R = \sum_{i=1}^{16} (\psi_{i,7} - \psi_{i,1}). \quad (25)$$

I_R 大, 表示平均纬向西风强, 否则就弱(南北向环流强). 从模式积分结果计算出的 I_R 演变(图 1(a))可以看到, 经过起初一段时间适应后解很快收敛了. 图 1(b)是积分到最后一步输出的无量纲流函数场.

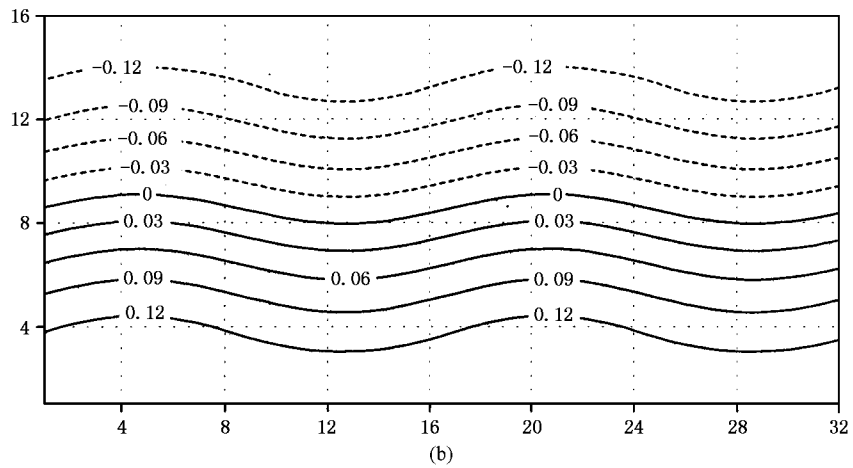
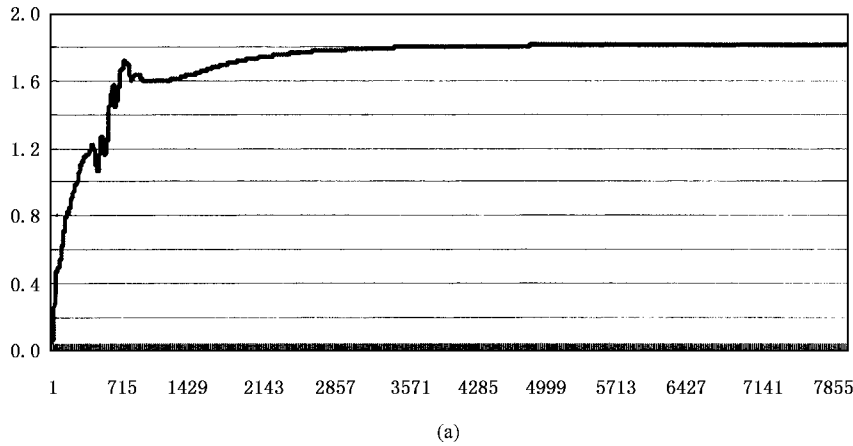


图 1 EXP1 中模式积分 8000 步的西风环流指数(a)和最后一步输出的无量纲流函数场(b);其中,
 $\psi_A^* = 0.1, \psi_B^* = 0.08$

从图 1 中可以看到,模式的数值解经历一段时间后收敛到一个波状的定常解(图 1(a)).若取 $\psi_A^* = 0.6, \psi_B^* = 0.05$,记为 EXP2,则积分收敛于一个环流经向度大的流场(图 2),流场中有两高两低,南边为高压,北边为低压,与加热场相配.可见纬向和经向加热之比决定了定常环流的基本形态.

在第 3 个数值试验(记为 EXP3)中引入地形.无量纲地形和加热流函数分别取为

$$\psi^* = 0.2F_1, \tag{26}$$

$$h = h_B F_2 = \begin{cases} 0.2F_2 & \geq 0, \\ 0 & < 0. \end{cases} \tag{27}$$

时间积分方案等同 EXP1.积分结果是一个准周期的

振荡解(图 3).

图 3(a)显示,在只有纬向加热和波状地形强迫下,模式的解呈现高-低-高指数循环的准周期振荡.其振荡周期解大约为 15 天.高指数环流时(图 3(b))北方低压范围很大,流场以纬向环流为主;低指数时呈现比较典型的 Ω 型高压(阻塞高压)流型(图 3(c)).注意到虽然试验 EXP3 的模式参数取值与 Charney 的第一个数值试验一样,但积分结果却有所不同,其主要原因之一是我们去掉了模式中的负地形.实际大气中的阻塞高压出现在较高的纬度且具有所谓相当正压结构(等温线和等位能线平行).这个模拟结果说明了在阻塞高压形成过程中地形强迫下大气正压分量的重要性.

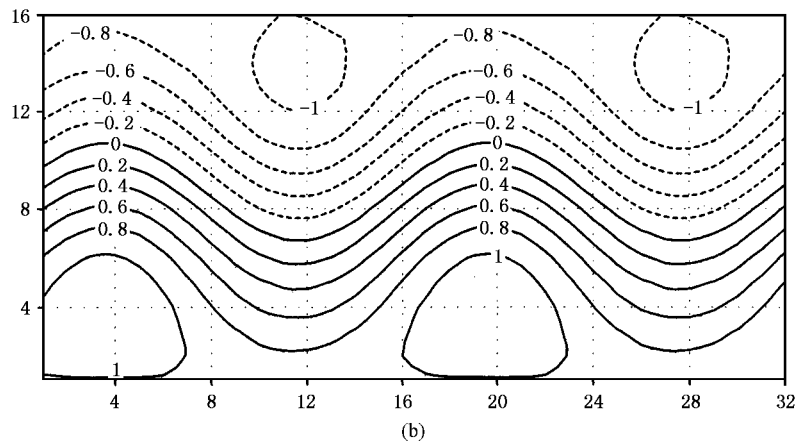
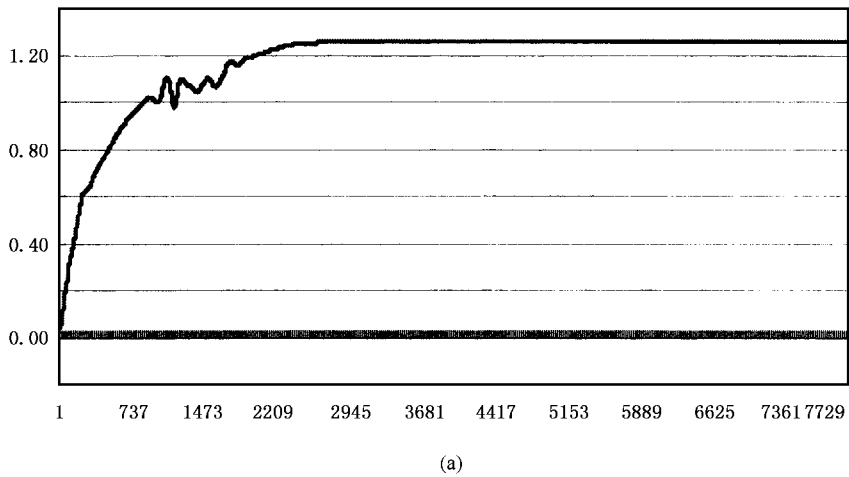
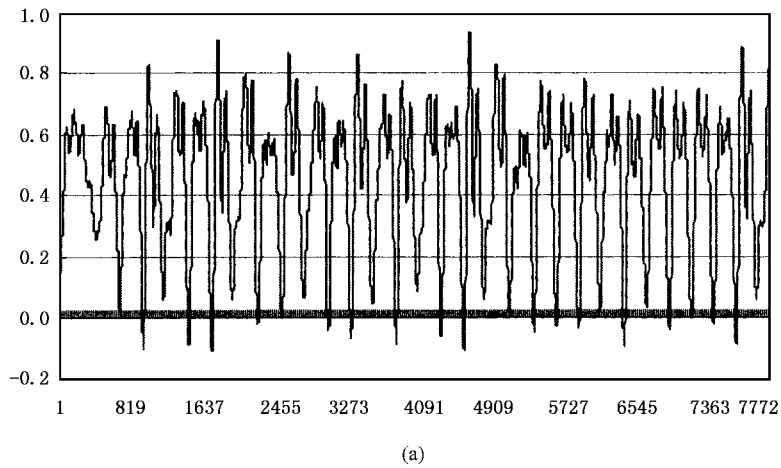


图 2 EXP2 中模式积分 8000 步的西风环流指数(a)和最后一步输出的无量纲流函数场(b);其中 $\psi_A^* = 0.6$ $\psi_B^* = 0.05$,绘图单位为 0.09



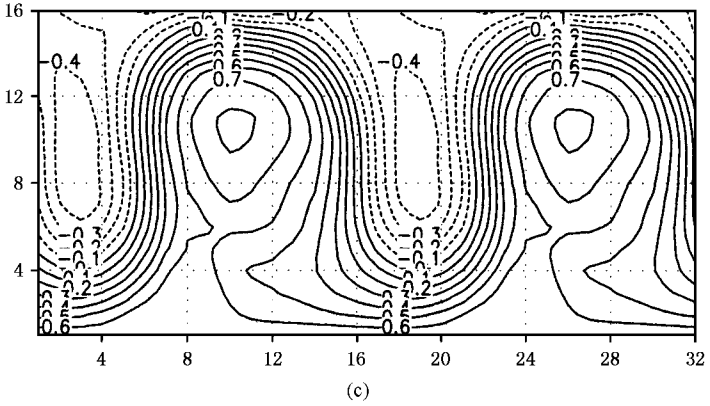
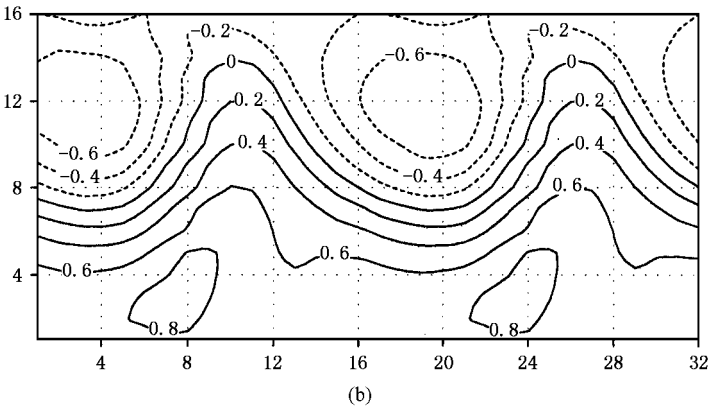
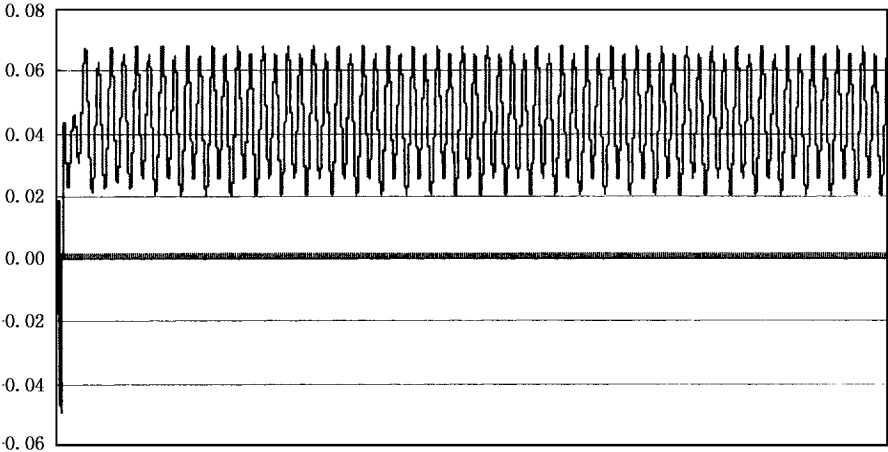


图 3 EXP3 中模式积分 8000 步的西风环流指数 (a) 和高低指数无量纲流函数场 ((b) $I_R = 0.889$ 第 7686 步 (c) $I_R = -0.08235$ 第 7627 步). 其中 $\psi_A^* = 0.2$, $h_B = 0.2$ 绘图单位为 0.09



(a)

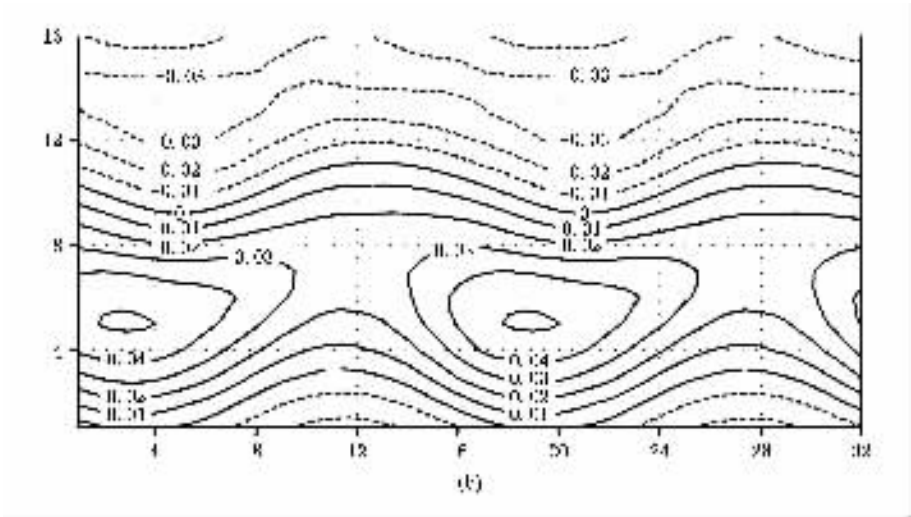


图 4 EXP4 中模式积分 8000 步的西风环流指数 (a) 和最后一步输出的无量纲流函数场 (b). 其中 $\psi_A^* = 0.1$ $\psi_B^* = 0.08$

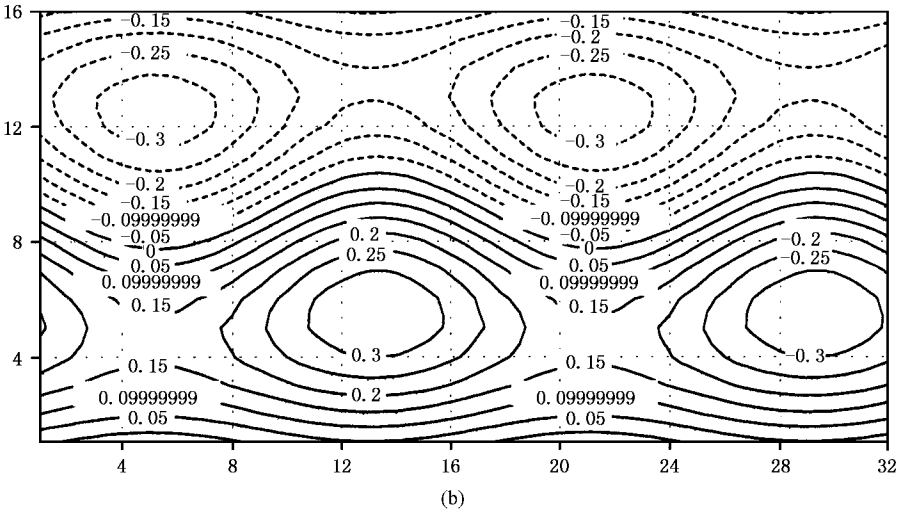
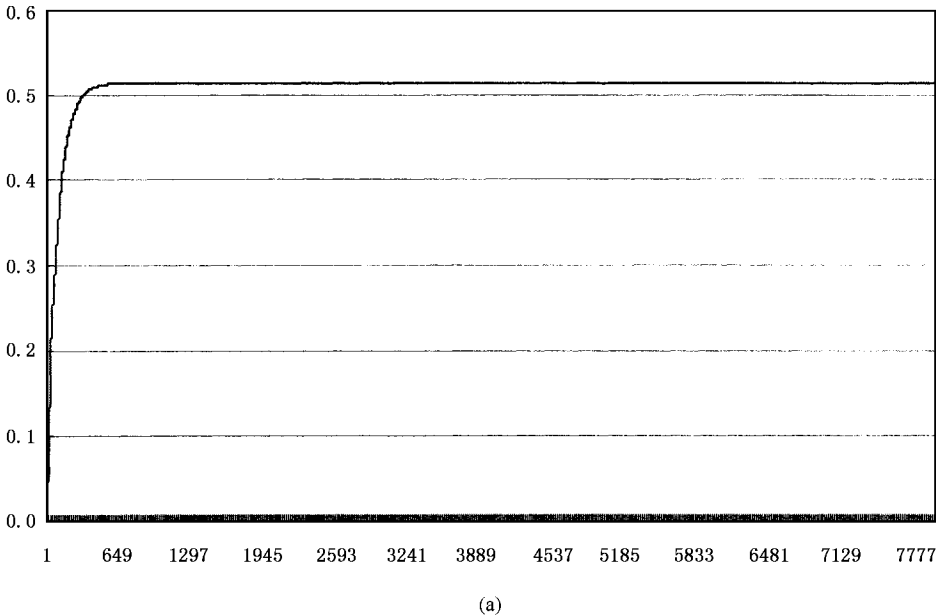


图 5 EXP5 中模式积分 8000 步的西风环流指数 (a) 和最后一步输出的无量纲流函数场 (b). 其中 $\psi_A^* = 0.6$ $\psi_B^* = 0.05$ 绘图单位为 0.09

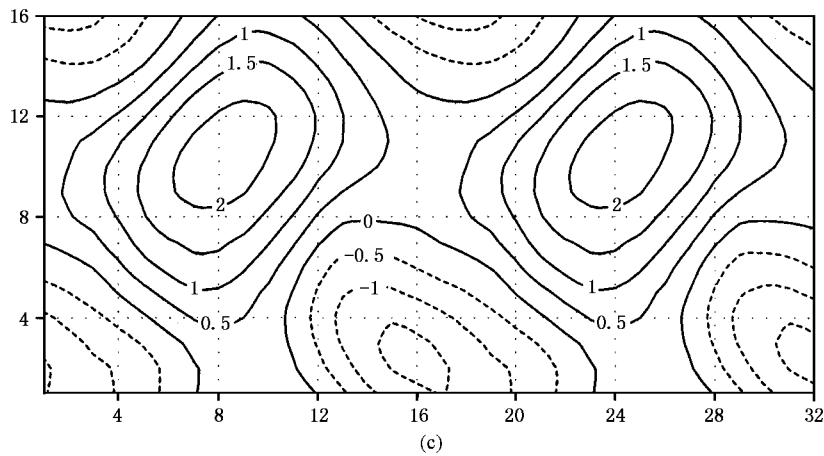
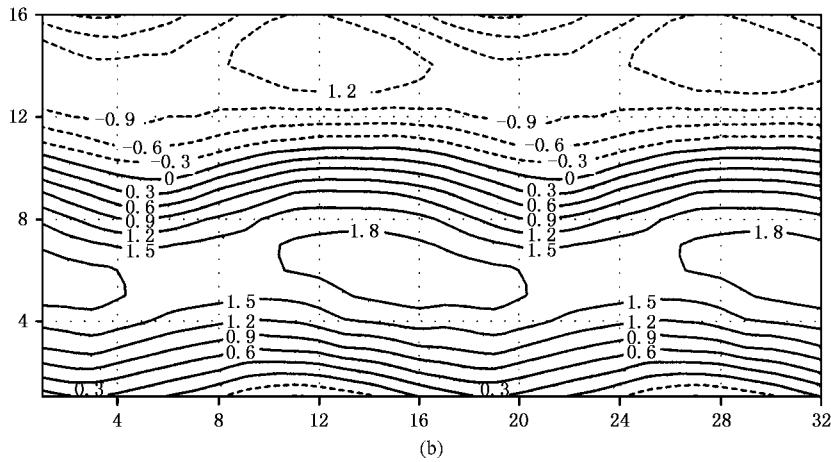
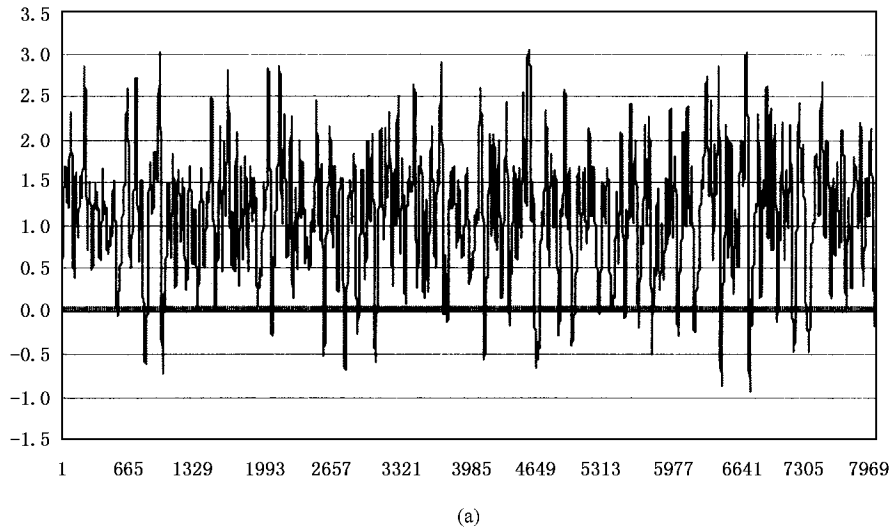


图 6 EXP6 中模式模拟的西风环流指数和高低指数无量纲流函数场 (a) 积分 8000 步的西风环流指数 (b) 对应 $I_R = 3.001$, 第 6721 步, 高指数无量纲流函数场 (c) 对应 $I_R = -0.940$, 第 6760 步, 低指数无量纲流函数场其中 $\phi_A^* = 0.2$, $h_B = 0.2$ 绘图单位为 0.09

6. 周期边界条件

周期边界条件下模式的离散化最简单,求解也变得更为简便. 注意到不能对数值试验 EXP1,EXP2 和 EXP3 所用的模式直接更改成周期边界条件,因为这样会导致南北边界上加热流函数不连续. 为此,我们将加热流函数的第一个模改为

$$F_1 = \sqrt{2} \sin\left(\frac{2y}{L}\right). \quad (28)$$

令 $x' = \frac{x}{L}$, $y' = \frac{y}{L}$, 则加热流函数可以写为

$$\begin{aligned} \psi^* = & \psi_A^* F_1 + \psi_B^* F_2 = \psi_A^* \sqrt{2} \sin 2y' \\ & + \psi_B^* 2 \cos 2x' \sin 2y'. \end{aligned} \quad (29)$$

下面的 3 个数值试验(EXP4; EXP5; EXP6)依次与前面的 EXP1,EXP2 和 EXP3 对应,除了第一个加热模(28)不同外,其余参数取法和时间积分方案均相同. 试验 EXP4 的解是周期解(图 4).

从图 4 中可以看到,EXP4 的数值解是一周期解(图 4(a)),其中有两个周期分量. 积分第 8000 步输出的流场中,北方是一个波状的纬向西风带,南面是高压带,流场的周期解代表了周期性的高低指数循环.

EXP5 的数值解很快收敛到一个定常解(图 5(a)),其高低压的分布也与加热常相配(图 5(b)).

EXP6 的解与 EXP3 类似,是一个准周期振荡(图 6(a)),比较象大气中的指数循环. 我们在积分时段内选取一个高指数时刻($I_R = 3.001$, 第 6721 步)和一个低指数时刻($I_R = -0.940$, 第 6760 步),分别绘出它们的流函数场. 结果显示高指数对应于纬向环流(图 6(b)),其中高压和低压的形状都是扁平的,而低指数对应于经向环流(图 6(c)),流场中

央被高压所占据,流型是对称的,不像大气中的 Ω 型高压(阻塞高压)流型. 这可能主要与周期边界条件有关. 数值试验指出,在一定的参数范围内都不会出现 Ω 型高压流型.

7. 总结和讨论

具有强迫和耗散的准地转大气非线性位势涡度方程为大气和海洋大尺度运动提供了一个良好的动力学框架. 本文所使用的正压模式正是这个方程的一个近似. 在齐次边界条件下(β 平面通道),单纯热力强迫的正压大气模式的数值解主要表现为波状或存在高低压环流中心的定常环流,其解的形态和加热场相配;当只取南北向加热,地形为波状时,模式的解呈现出 15 天左右的准周期振荡,很像中高纬度两种大气流型之间不断转换的准周期振荡,其中一种是强西风型,北方是大的低压,南面是高压;另一种是弱西风或强经向环流型,北方出现巨大的 Ω 型高压单体. 此外,在略为不同的热力强迫和地形作用下,研究了周期边界条件下模式解的行为,数值积分结果也显示了定常解、周期解和准周期解等,但流场的结构与齐次边界条件不同. 在很宽的参数范围内都不没有出现 Ω 型高压单体式的流型. 更多的数值试验表明周期边界条件下,模式数值解的形式要比齐次边界条件下的丰富. 换句话说,齐次边界条件在一定程度上限制了振荡解出现的模式参数范围. 总之,正压模式可以模拟出中高纬度大气运动的一些典型非线性特征,齐次边界条件和周期边界条件下准周期振荡流型的差异在一定程度上表明, β 平面通道模式的数值解或低谱截断近似可以更好地表征大气大尺度非线性运动的某些特征.

[1] Pedlosky J 1979 *Geophysical Fluid Dynamics* (New York : Springer-Verlag)

[2] Gill A E 1982 *Atmosphere-Ocean Dynamics* (Cambridge : Academic Press)

[3] Friedlander S 1980 *An Introduction to the Mathematical Theory of Geophysical Fluid Dynamics* (Amsterdam : North-Holland Publishing Company)

[4] Guo X L 1981 *Atmospheric Dynamics* (Nanjing : Jiangsu Science and Technology Press)(in Chinese)[郭晓岚 1981 大气动力学 (南京 : 江苏科学技术出版社)]

[5] Chou J F 1986 *Long-term Numerical Weather Prediction* (Beijing : Meteorology Press)(in Chinese)[丑纪范 1986 长期数值天气预报 (北京 : 气象出版社)]

[6] Chou J F 1986 *New Progresses in Atmospheric Dynamics* (Lanzhou : Lanzhou University Press)(in Chinese)[丑纪范 1986 大气动力学新进展 (兰州 : 兰州大学出版社)]

[7] Hoskins B J and Karoly D J 1979 *J. Atmos. Sci* **38** 1179

[8] Chao J P 1993 *ENSO Dynamics* (Beijing : Meteorology Press)(in Chinese)[巢纪平 1993 厄尔尼诺和南方涛动动力学 (北京 : 气象出版社)]

- [9] Zeng Q C 1979 *Mathematic and Physical Base for Numerical Weather Prediction* (Beijing : Science Press)(in Chinese)[曾庆存 1979 数值天气预报的数学物理基础 (北京 : 科学出版社)]
- [10] Feng G L 2001 *Acta Phys. Sin.* (in Chinese) **50** 606 [封国林 2001 物理学报 **50** 606]
- [11] Hoskins B and Pearce R 1983 *Large-scale Dynamical Processes in the Atmosphere* (London : Academic Press)
- [12] Charney J G and Devore J G 1979 *J. Atmos. Sci.* **36** 1205
- [13] Tian Y X , Shen T L and Ge X Z 1995 *Tutorial of Numerical Weather Forecasting* (in Chinese)[田永祥、沈同立、葛孝贞 1995 数值天气预报教程 (北京 : 气象出版社)]
- [14] Charney J G and Straus D M 1980 *J. Atmos. Sci.* **37** 1157
- [15] Feng G L 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1181 (in Chinese)[封国林 2002 物理学报 **51** 1181]
- [16] Charney J G 1974 *Planetary Fluid Dynamics* in *Dynamic Meteorology* (Boston : D. Reidel Publishing Company) p99
- [17] Arakawa A 1966 *J. Compu. Phys.* **1** 119
- [18] Chang J 1987 *Atmospheric Circulation Model* (Beijing : Meteorology Press)(in Chinese)[Chang J 1987 大气环流模式 (北京 : 气象出版社)]
- [19] Feng G L , Dong W J and Chou J F 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2389 (in Chinese)[封国林 董文杰 丑纪范 2004 物理学报 **53** 2389]
- [20] Liao D X and Wang L M 1986 *Numerical Weather Forecasting Theory and Application* (Beijing : Meteorology Press)(in Chinese)[廖洞贤、王两铭 1986 数值天气预报原理及其应用 (北京 : 气象出版社)]
- [21] Wang P and Dai X G 2004 *Chin. Phys.* **13** 1770
- [22] Rossby C G 1939 *J. Marine. Res.* **2** 38

Numerical modeling of non-linear characteristics for barotropic atmosphere with external forcing^{*}

Wang Ping^{1,2†} Dai Xin-Gang¹⁾

¹⁾*Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*

²⁾*Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*

(Received 7 January 2005)

Abstract

Some characteristics of barotropic atmosphere are illustrated by numerical modeling, basing on a potential vorticity equation with forcing, dissipation, and non-linear interaction. For the barotropic potential vorticity equation (named the barotropic model) on a β -plane channel its solution is a stationary, wave-like pattern under a certain thermal forcing, while a quasi-periodic oscillation between two essential flow patterns appears if north-south thermal heating and wave-like topography are added as the model forcing. The oscillation has a period about 15d, very similar to atmospheric index cycle in middle and high latitudes. The low-index pattern corresponds to a blocking flow, whereas the high index one is an intensive westerly flow. More oscillation solutions are expected when the equation is under periodic boundary condition with a strong thermal forcing, and a similar quasi-periodic solution can be obtained, which also results from a wave topography forcing. However, its low index pattern is symmetrical, and different from the blocking pattern produced by the β -plane model. When the heating forcing becomes weak, there also exists a stationary solution. Therefore, the characteristics of atmospheric index cycle may not be soundly manifested by an analytical solution or numerical solution under periodic boundary condition using low-order spectrum method that approximates the barotropic model in the β -plane channel.

Keywords : barotropic atmosphere, thermal forcing, topography, oscillated solution, quasi-periodic oscillation

PACC : 9260X

^{*} Project supported by the Science Foundation for Post Doctorate of China (Grant No. 2004035074) and Wang K Chen Foundation for Post-doctoral Scientists.

[†] Corresponding author. E-mail : pwang@mail.iap.ac.cn