

用滑模变结构控制方法实现外腔反馈式 半导体激光器的混沌控制^{*}

黄良玉¹⁾ 罗晓曙¹⁾† 方锦清²⁾ 赵益波¹⁾ 唐国宁¹⁾

¹⁾ 广西师范大学物理与信息工程学院, 桂林 541004)

²⁾ 中国原子能科学研究院, 北京 102413)

(2004 年 5 月 19 日收到)

通过增加外腔反馈式半导体激光器的激光反馈时间, 使系统处于混沌状态, 再采用滑模变结构控制方法实现这种激光器的混沌控制. 该方法的优点是系统既能很快地获得稳定的输出激光, 又能根据工程需要实现激光输出功率强度的灵活调整. 理论分析和数值计算结果表明控制结果具有很强的稳定性和鲁棒性. 研究结果对改善实际激光系统稳态输出的快速性、输出功率的灵活可调性和能量转换效率有较好的参考价值.

关键词: 混沌, 外腔反馈式半导体激光器, 滑模变结构控制, 外腔长度

PACC: 0545

1. 引 言

近年来, 非线性激光系统的混沌动力学及其混沌控制越来越引起人们的重视, 已成为非线性科学的一个重要研究课题及应用领域^[1-4]. 混沌运动的一个主要特点是其内涵极为丰富, 镶嵌着无穷多个周期轨道并且各态遍历^[5, 6], 因此这些周期轨道都可以成为混沌控制的目标态^[6]. 这样, 就可以在整个混沌区域内实行控制操作和选择控制目标态, 使混沌控制具有很大灵活性^[2, 6, 7]. 在实际工程中, 将一个稳定周期系统驱动到另一个周期态, 必须用足够大的外力才能实现, 要消耗足够大的能量. 而在混沌态上实现这一任务, 只要这些转换态都存在于原有混沌系统的无穷态库之中^[6, 8], 就可以用极小的代价来实现. 这样我们不仅不必回避系统出现混沌运动, 而且在可能条件下人为地将系统首先引导到混沌状态下, 然后对这种混沌系统施加某种混沌控制方法, 使系统在无穷多规则态的态库中进行自由选择 and 自由转换, 实现目标轨道的灵活选择^[6, 8], 这正是混沌控制较其他控制最为显著的优点. 根据混沌控制的这

一优点, 本文通过增加外腔反馈式半导体激光器的外腔长度以增加激光的反馈时间使系统处于混沌状态, 然后采用滑模变结构控制方法, 将混沌激光系统控制在态库中任意的期望目标值上, 从而既能够在低能耗的条件下快速地使激光系统有稳定的输出功率, 又实现了系统输出功率的灵活调整.

2. 外腔反馈式半导体激光器的状态方程及其动力学行为

由光的电磁波理论知道, 光强度与电场强度振幅的平方成正比关系^[9]即 $I = aE_0^2$, $a \in R$, E_0 为电场强度. 而激光器输出功率的表达式^[10]为 $P = \frac{1}{2} Ar I_s \left[\frac{2G_0 L}{a+t} - 1 \right]$, 其中 A 为光束截面, r 为输出端的透射率, L 为增益介质长度, I_s 为光强度的饱和参量, $G_0 = G_{th}(1 + I/I_s)$ 为增益函数, G_{th} 为阈值增益. 令 $C_1 = \frac{AtG_{th}L}{a+t} - \frac{1}{2} Ar$, $C_2 = \frac{ArG_{th}La}{a+t}$ 可得激光器输出功率与电场强度的关系式为 $P = C_1 I_s + C_2 E_0^2$, 由上述理论可知 I_s , C_1 , C_2 均为系统的固有参数. 因

^{*} 国家自然科学基金资助课题(批准号: 10247005, 70070147), 广西“新世纪十百千人才工程”入选专项资金(批准号: 2002226)和广西自然科学基金(批准号: 0135063)资助的课题.

[†] E-mail: lxs@mailbox.gxnu.edu.cn

此对于某个固有的激光器,只要提高其电场强度就能提高激光器的输出功率.

外腔反馈式半导体激光器的原理图如图 1 所示.采用著名的 Lang-Kobayashi 速率方程^[11-15],并忽略 Langevin 噪声,同时将电场强度与相位分开可得如下的速率方程^[11]:

$$\frac{dE_0(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left\{ G_N [N(t) - N_0] - \frac{1}{\tau_p} \right\} E_0(t) * u + \frac{k}{\tau_{in}} E_0(t - \tau) \cos(\Delta(t)),$$
$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} G_N [N(t) - N_0] - \frac{kE_0(t - \tau)}{\tau_{in} E_0(t)} \sin(\Delta(t)),$$
$$\frac{dN(t)}{dt} = J - \frac{N(t)}{\tau_s} - G_N [N(t) - N_0] |E_0(t)|^2,$$

(1)

其中 $\Delta(t) = \omega_0 t + \Phi(t) - \Phi(t - \tau)$, u 为控制变量,当不加控制时 $u = 1$, $J \propto J_{th} = N_{th}/\tau_s$,为注入电流密度, $k = (1 - r_2^2)r_3/r_2\tau_{in}$ 为反馈系数, $\gamma = 1/\tau_s$ 为载流子复合速率,其他数值模拟用到的参数见表 1^[11,12].

表 1 模拟中用到的半导体激光器参数

参 数	数 值
微分增益 $G_N/\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$	8.4×10^{-13}
透明载流子密度 N_0/m^{-3}	1.400×10^{24}
阈值载流子密度 N_{th}/m^{-3}	2.000×10^{24}
载流子寿命 τ_s/ns	2.0
光子寿命 τ_p/ps	2.0
光在腔内往返一周所需时间 τ_{in}/ps	8.0
线宽因子 α	3
腔镜反射 r_1, r_2	0.556

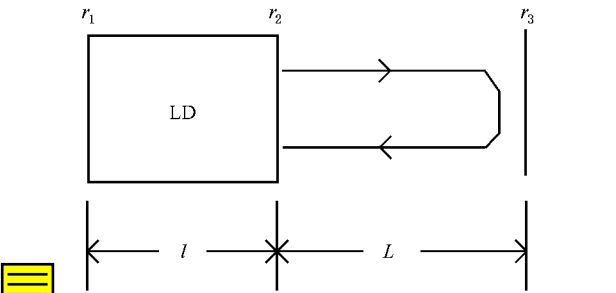


图 1 外腔反馈式半导体激光器的原理图

当系统取 $r_3 = 0.08$, $\tau = 0.0116 \text{ ns}$, $J = 1.2J_{th} = 1.2N_{th}/\tau_s$ 的弱注入电流(以后简称弱注入)与短时

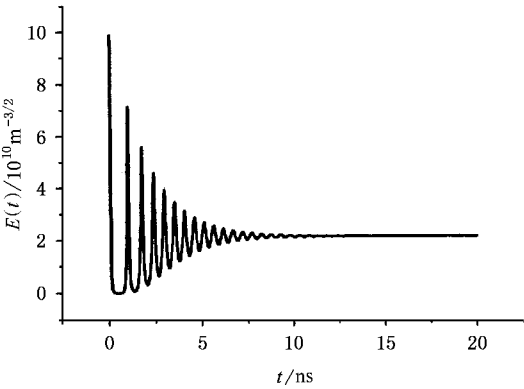


图 2 $J = 1.2J_{th}$ 、短时反馈时稳态输出电场强度

反馈条件时,在 $t \approx 11.5 \text{ ns}$ 时得到稳态输出电场强度为 $E_{0d} = 2.16347 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2}$,如图 2 所示.在 $\tau = 0.0116 \text{ ns}$ 的短时反馈条件下,为了提高系统的输出功率,可以通过提高注入电流密度的方法来提高输出电场强度.例如取 $J = 1.3 J_{th}$ 时,在 $t \approx 9 \text{ ns}$ 时得到稳态输出电场强度 $E_{0d} = 2.5997 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2}$,如图 3 所示.取 $J = 1.5 J_{th}$ 时,在 $t \approx 7.7 \text{ ns}$ 时得到稳态输出电场强度 $E_{0d} = 3.30304 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2}$,如图 4 所示.由以上结果可以看到,增加注入电流密度的方法可以提高电场强度的值,从而提高激光器的输出功率.但是这种方法存在二个缺点,一是达到稳态输出的时间过长;二是能量消耗大.为了克服这些缺点,可以先通过增大激光器的外腔长度,即通过增大激光的反馈时间使上述激光系统达到混沌运动状态,然后在该激光器的输出范围内根据所需要的控制目标精确地设计变结构控制器控制激光系统,即可在短时间内得到所需的稳定的激光输出.

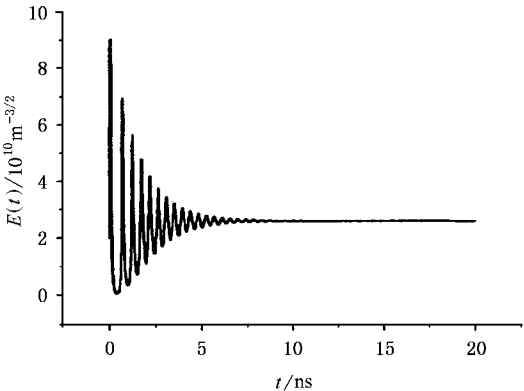


图 3 $J = 1.3J_{th}$ 时稳态输出电场强度

研究表明,上述激光系统在弱注入、短时反馈时

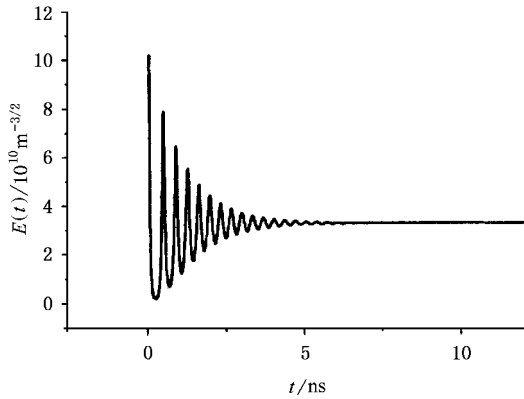


图4 $J = 1.5J_{th}$ 时稳态输出电场强度

为稳定的定态解,而在弱注入和长时反馈的条件下,可以出现混沌运动^[11,12].例如取 $J = 1.2J_{th}$, $\tau = 1.6\text{ns}$ 时,其典型的混沌吸引子如图 5(a)和(b)所示,电场强度随时间的演化图如图 6 所示.

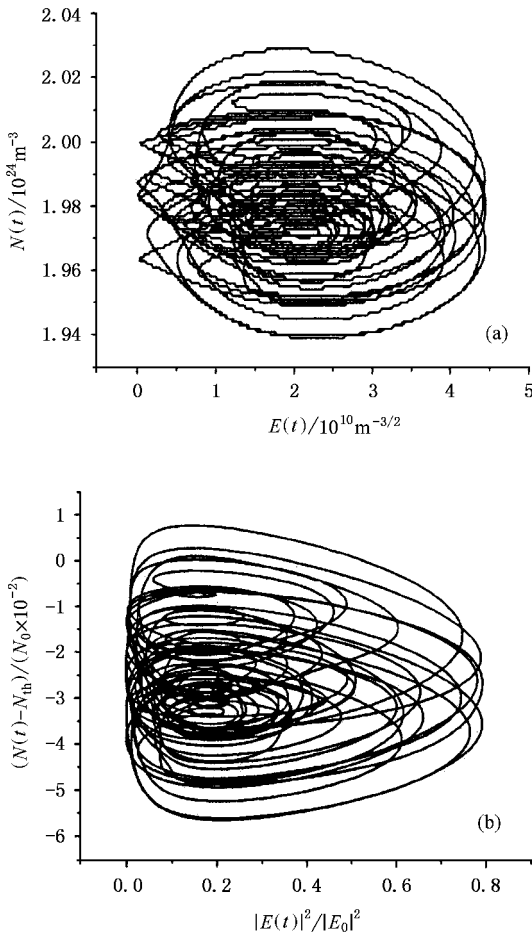


图5 (a)未加控制时的 $N(t)-E_0(t)$ 的相图 (b)未加控制时吸引子投影图

下面将采用滑模变结构控制方法研究上述激光系统的混沌控制,把电场强度在短时间内稳定地控制在所需的目标轨道上.

3. 滑模变结构控制原理

十多年来,滑模变结构控制由于其优良的抗干扰性能及高效的控制效果等特点已被公认为是解决非线性控制问题的一种有效的方法^[16].滑模变结构控制方法能使系统的结构具有随时间变化的开关特性,这是它与常规控制方法的根本区别.它的这种控制特性可以迫使系统在一定条件下沿规定的状态轨迹作小幅度、高频率的上下运动,即滑动模态或“滑模”运动.这种滑动模态是可以根据控制目标态来设计的,且与系统的参数及扰动无关.这样,处于滑模运动的系统就具有很好的鲁棒性^[16,17].滑模变结构控制方法的控制原理如下.

假设一般的非线性系统的状态方程为

$$\frac{d}{dt}x = f(x) + g(x)u, x \in R^n, u \in R, \quad (2)$$

其中 $f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)]^T$, $g(x) = [g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x)]^T$.

设 $s = s(x) = s(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为滑模变结构控制的切换函数,于是有

$$\frac{ds}{dt} = F(x, u) = \frac{\partial}{\partial x}s(x)f(x) + \frac{\partial}{\partial x}s(x)g(x)u. \quad (3)$$

令 $F(x, u) = 0$, 只要当 $x \in A \subset R^n$ 时,有

$$\frac{\partial}{\partial x}s(x)g(x) \neq 0, \quad (4)$$

则等效控制必有解:

$$u_{eq} = - \left[\frac{\partial}{\partial x}s(x)g(x) \right]^{-1} \frac{\partial}{\partial x}s(x)f(x). \quad (5)$$

将(5)式代入(2)式,得滑模运动方程

$$\frac{d}{dt}x = f(x) - g(x) \left[\frac{\partial}{\partial x}s(x)g(x) \right]^{-1} \frac{\partial}{\partial x}s(x)f(x), s(x) = 0. \quad (6)$$

若取线性切换函数

$$s(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_{n-1}x_{n-1} + x_n, \quad (7)$$

则等效控制为

$$u_{eq} = - \sum_{i=1}^n c_i f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) / \sum_{i=1}^n c_i g_i(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (8)$$

对于这类系统通常可以有两种控制策略:函数切换控制和趋近率控制^[16].本文采用函数切换控制策略来实现激光器的混沌控制.

4. 激光器混沌控制的理论分析

在状态方程(1)式中,设 E_{0d} 为期望的目标值,取切换函数为

$$s = E_0(t) - E_{0d}, \quad (9)$$

当 $2.0 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2} < E_0(t) < 5.1 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2}$, $1.996 \times 10^{24} \text{ m}^{-3} < N(t) < 2.05 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ 时,采用函数切换控制,即

$$u = \begin{cases} u^+ > u_{eq}, & s > 0, \\ u^- < u_{eq}, & s < 0, \end{cases}$$

其中 u_{eq} 为等效控制.结合激光器的状态方程(1),可以导出等效控制 u_{eq} 为

$$u_{eq} = - \frac{\frac{k}{\tau_{in}} E_0(t - \tau) \cos(\Delta(t))}{\frac{1}{2} \left\{ G_N [N(t) - N_0] - \frac{1}{\tau_p} \right\} E_0(t)} \Big|_{E_0(t) = E_{0d}}. \quad (10)$$

下面从滑模变结构控制的三个主要条件验证本文所设计的控制器的有效性.

4.1. 滑模变结构控制的可行性

由(3)(9)式可得

$$\frac{ds}{dt} = F(E_0(t), u) = \frac{ds}{dE_0(t)} \cdot \frac{dE_0(t)}{dt}. \quad (11)$$

将(1)式代入(11)式可得

$$\begin{aligned} F(E_0(t), u) &= \frac{ds}{dE_0(t)} \cdot \frac{dE_0(t)}{dt} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ G_N [N(t) - N_0] - \frac{1}{\tau_p} \right\} E_0(t) u \\ &\quad + \frac{k}{\tau_{in}} E_0(t - \tau) \cos(\Delta(t)). \end{aligned} \quad (12)$$

令

$$\begin{aligned} f(E_0(t)) &= \frac{k}{\tau_{in}} E_0(t - \tau) \cos(\Delta(t)), \\ g(E_0(t)) &= \frac{1}{2} \left\{ G_N [N(t) - N_0] - \frac{1}{\tau_p} \right\} E_0(t), \end{aligned}$$

则(12)式可表示为(3)式的形式.由上述滑模变结构控制原理可知,当 $F(E_0(t), u) = 0$,若满足(4)式则等效控制有解,即只要 $g(E_0(t)) \neq 0$ 也就是 $N(t) \neq \left(\frac{1}{\tau_p} + G_N N_0 \right) / G_N = 1.99524 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$,则变结构

控制可行.而以上所设计的控制器显然能满足此条件.因此在外腔反馈式半导体激光器中引入以上所设计的滑模变结构控制器是可行的.

4.2. 等效控制的可解性

由 $F(E_0(t), u) = 0$, 即 $g(E_0(t)) u_{eq} + f(E_0(t)) = 0$, 可得 $u_{eq} = -f(E_0(t)) / g(E_0(t))$, 如(10)式所示.当控制目标为 $E_{0d} = 2.966 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2}$ 时,可以解得 $u_{eq} = 0.1425$;当控制目标为 $E_{0d} = 3.8 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2}$ 时,可以解得 $u_{eq} = 0.03286$;当控制目标为 $E_{0d} = 4.2 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2}$ 时,可以解得 $u_{eq} = 0.0193$.由于我们采用的是函数切换控制策略,所以只要等效控制可解,则函数切换控制必可解,因此所设计的控制器满足可解性条件.

4.3. 滑模运动的渐近稳定性

由上述讨论可得激光系统的滑模运动方程为

$$\begin{aligned} \frac{dE_0(t)}{dt} &= \frac{1}{2} \left\{ G_N [N(t) - N_0] - \frac{1}{\tau_p} \right\} E_0(t) u_{eq} \\ &\quad + \frac{k}{\tau_{in}} E_0(t - \tau) \cos(\Delta(t)), \\ \frac{d\Phi(t)}{dt} &= \frac{\alpha}{2} G_N [N(t) - N_0] \\ &\quad - \frac{k E_0(t - \tau)}{\tau_{in} E_0(t)} \sin(\Delta(t)), \\ \frac{dN(t)}{dt} &= J - \frac{N(t)}{\tau_s} - G_N [N(t) - N_0] |E_0(t)|^2, \\ s &= E_0(t) - E_{0d} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

参照文献[16]所给出的证明方法,可以证明上述滑模运动方程是渐近稳定的.由以上论述可知,我们所设计的控制器满足滑模变结构控制的条件.

5. 激光器混沌控制的数值模拟结果

对图5所示的激光器在弱注入和长时反馈条件下的混沌运动,我们设计控制目标分别为 $E_{0d}^1 = 2.966 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2}$, $E_{0d}^2 = 3.8 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2}$, $E_{0d}^3 = 4.2 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2}$ 时,由上述滑模变结构控制原理可以得到控制器分别为

$$\begin{aligned} u^1 &= \begin{cases} u^+ = 0.3425, & s > 0, \\ u^- = -0.3425, & s < 0, \end{cases} \\ u^2 &= \begin{cases} u^+ = 0.13286, & s > 0, \\ u^- = -0.13286, & s < 0, \end{cases} \end{aligned}$$

$$u^3 = \begin{cases} u^+ = 0.1193, & s > 0, \\ u^- = -0.1193, & s < 0. \end{cases}$$

当系统运行到 $t = 4\text{ns}$ 时加入控制 ,三种控制器仅仅经过约 0.7ns 的时间就能将系统稳定控制在目标轨道上 ,控制结果分别如上图 7 8 9 所示 .由控制结果可以看到 ,通过混沌控制方法得到稳定的激光输出有如下优点 .

1)如果以 $t = 4\text{ns}$ 为基准计算得到稳定激光输出的时间 .在弱注入、长时反馈的情况下 ,采用混沌控制方法使激光器到达稳定输出的时间只有弱注入、短时反馈和无控制时所用时间的 $10/107$,只有 $J = 1.5J_{\text{th}}$ 、短时反馈且无控制时所用时间的 $10/53$.显然通过混沌控制方法极大地缩短了激光器到达稳定输出的时间 .

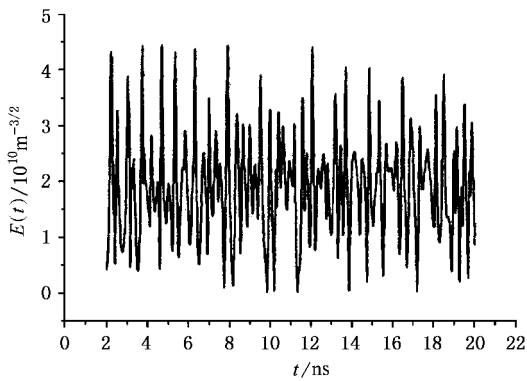


图 6 未加控制时电场强度随时间的演化图

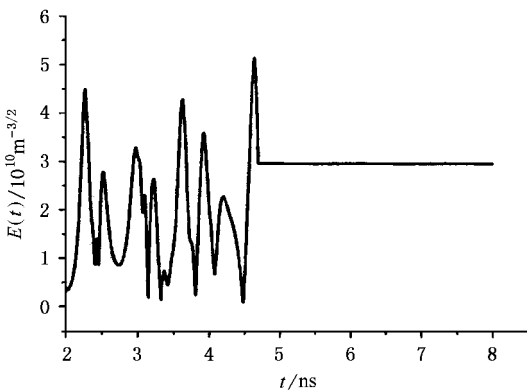


图 7 控制目标为 $E_{0d} = 2.966 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2}$

2)由图 7 至图 9 可以看出 ,设计不同的控制器 ,就可以得到不同的稳态输出值 ,这使得激光系统的输出功率可以根据设计目标进行灵活调整 ,从而改善了实际激光器输出功率的可调性能 .

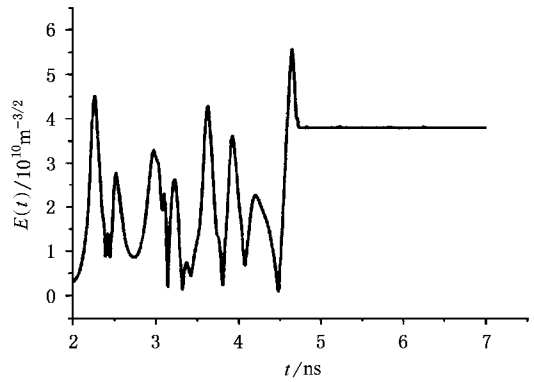


图 8 控制目标为 $E_{0d} = 3.8 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2}$

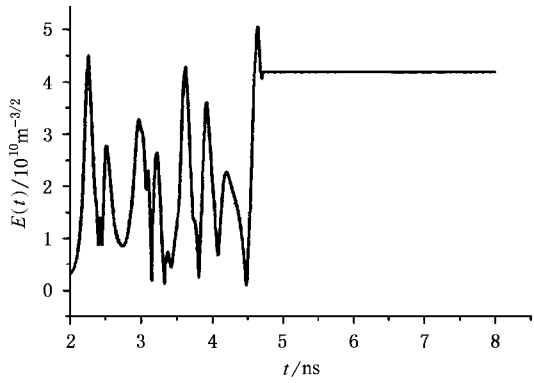


图 9 控制目标为 $E_{0d} = 4.2 \times 10^{10} \text{ m}^{-3/2}$

3)在弱注入的情况下 ,通过控制系统的混沌 ,能较大幅度地提高激光器的输出功率 ,从而提高了其能量转换效率 .

6. 结论与讨论

20 世纪 90 年代以来激光系统的混沌动力学及其应用越来越引起人们的重视 ,特别是其混沌同步光通信方面得到了充分发展^[13 ,14 ,18 ,19] ,但是关于利用混沌控制来提高激光的输出功率 ,特别是实现同一激光系统的输出功率的灵活可调性的研究目前还少见报道 .文献 11 在注入电流中加入具有与谐振腔相同谐振频率的正弦信号将激光混沌控制在该模上 ,这种控制方法可以用于调整激光系统的单色性 .文献 12 采用 Pyragas 提出的连续延时反馈控制方法 ,通过改变系统相应的李雅普诺夫指数的方法达到控制外腔反馈式半导体激光器混沌的目的 ,但是这种控制方法只有当反馈光信号在相干时间范围之内 ,并且处于相干减弱时才能实现有效的混沌控制 ,

因此这种控制方法对两面外腔反馈镜之间的距离要求非常高,且只能在低周期上实现控制.本文通过改变外腔反馈式半导体激光器的外腔长度使系统处于混沌状态,然后采用滑模变结构控制方法,根据控制

目标精确地设计控制器,有效地将激光混沌控制在态库中任意的期望目标轨道上,从而既能够在低能耗的条件下快速地使系统达到稳定的输出功率,又实现了激光系统的输出功率的灵活可调性.

-
- [1] Fang J Q and Yao W G 2001 *High Power Laser and Particle Beams* **13** 155 (in Chinese) [方锦清、姚伟光 2001 强激光与粒子束 **13** 155]
- [2] Wang G R , Yu X L and Chen S G 2001 *Chaos Control , Synchronization and Its Application* (Beijing : National Defense Industry Press) 4 (in Chinese) [王光瑞、于熙岭、陈式刚 2001 混沌的控制、同步与利用(北京 :国防工业出版社)第 4 页]
- [3] Zhang X and Liu B Z 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 391 (in Chinese) [张 旭、刘秉正 1998 物理学报 **47** 391]
- [4] Xiao J , Wang Z Y and Xu Z Z 2002 *Chin. Phys.* **11** 1276
- [5] Luo X S 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 402 (in Chinese) [罗晓曙 1999 物理学报 **48** 402]
- [6] Hu G , Xiao J H and Zheng Z G 2000 *Chaos Control* (Shanghai : Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [胡 岗、萧井华、郑志刚 2000 混沌控制(上海 :上海科技教育出版社)第 5 页]
- [7] Luo X S , Fang J Q and Wang L H 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 2196 (in Chinese) [罗晓曙、方锦清、王力虎 1999 物理学报 **48** 2196]
- [8] Fang J Q 2002 *Controlling chaos and improving new technology* (Beijing :Atomic Energy Press) 6 (in Chinese) [方锦清 2002 驾驭混沌与发展高新技术(北京 :原子能出版社)第 6 页]
- [9] Yao Q J 1989 *Optics* (Beijing : High Education Press) 14 (in Chinese) [姚启钧 1989 光学教程(第二版) (北京 :高等教育出版社)第 14 页]
- [10] Zou Y H , Sun T H 1991 *Laser Physics* (Beijing :Beijing University Press) 193 (in Chinese) [邹英华、孙 亨 1991 激光物理学(北京 :北京大学出版社)第 193 页]
- [11] Yun Liu 1995 *Phys. Rev. E* **51** R2697
- [12] Gu C M and Shen K 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 732 (in Chinese) [顾春明、沈 柯 1998 物理学报 **47** 732]
- [13] Valerio A L , Silvano D and Alessandro S 1997 *IEEE Journal of Quantum Electronics* **33** 1449
- [14] Liu J M , Chen H F and Tang S 2001 *IEEE Transactions on Circuits and Systems- I :Fundamental Theory and Applications* **48** 1475
- [15] Wang C L , Wu J and Lin J T 2002 *Chin. Phys.* **11** 1033
- [16] Wang F Y 1995 *Sliding mode variable structure control* (Beijing : Publishing House of Mechanical Industry) 188 (in Chinese) [王丰尧 1995 滑模变结构控制(北京 :机械工业出版社)第 188 页]
- [17] Yin X H , Ren Y and Shan X M 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1949 (in Chinese) [尹逊和、任 勇、山秀明 2002 物理学报 **51** 1949]
- [18] White J K and Moloney J V 1999 *Phys. Rev. A* **59** 2422
- [19] Davis P , Liu Y and Aida T 2001 *IEEE Transactions on Circuits and Systems- I :Fundamental Theory and Applications* **48** 1523

Controlling chaotic dynamical behavior of a semiconductor laser with external optical feedback using sliding mode variable structure control scheme ^{*}

Huang Liang-Yu¹⁾ Luo Xiao-Shu^{1)†} Fang Jin-Qing²⁾ Zhao Yi-Bo¹⁾ Tang Guo-Ning¹⁾

¹⁾*College of Physics and Information Technology ,Guangxi Normal University , Guilin 541004 ,China)*

²⁾*China Institute of Atomic Energy , Beijing 102413 , China)*

(Received 19 May 2004)

Abstract

In this paper , a semiconductor laser with external optical feedback is entered into chaotic motion by increasing the time of the external optical feedback at first. And then , the sliding mode variable structure control scheme is used to control the chaotic motion of this laser system. The advantage of this method is that the stable output laser can be obtained in a short time and the output power strength of the laser can be adjusted flexibly in accordance with the engineering requirement. Theory analysis and simulation results show that the results of the control have powerful stability and robust .Our research results have many helpful values to improve the speed of stable output , flexible adjustment of laser output power as well as efficiency of energy transformation for real laser system.

Keywords : chaos , a semiconductor laser with external optical feedback , sliding mode variable structure scheme , external cavity length

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant Nos.10247005 ,70070147) ,the Guangxi New Century Foundation for Ten , Hundred and Thousand Talents Guangxi Province , China(Grant No.2002226) and the Natural Science Foundation of Guangxi Province , China(Grant No. 0135063).

[†] E-mail : lxs@mailbox.gxnu.edu.cn