

# 通道宽度对二维粗糙边界斜面颗粒流的影响<sup>\*</sup>

鲍德松 周 英 张训生<sup>†</sup> 唐孝威

(浙江大学物理系 杭州 310027)

(2004 年 4 月 7 日收到, 2004 年 7 月 5 日收到修改稿)

在此之前已经报道了二维斜面颗粒流在通道中的分布规律以及二维斜面粗糙边界附近的颗粒流量密度( $\xi = \rho \cdot v$ )分布. 本文则主要研究通道宽度  $W$  对边界附近颗粒流量密度( $\xi = \rho \cdot v$ )分布的影响. 结果表明, 颗粒流量密度随通道宽度的变化( $\xi \cdot W$ )存在一临界通道宽度  $W_c$ . 在本实验条件下临界通道宽度  $W_c = 70d$ . 当通道宽度小于临界宽度  $W_c$  时, 通道中距边界  $20d$ — $30d$  区间内的相对颗粒流量密度随斜面倾斜角的变化可描述为  $\xi \propto (\sin\theta)^\alpha$ ,  $\alpha$  是与通道宽度  $W$  有关的参数, 其数值在 0.32 至 0.85 之间.

关键词: 二维颗粒流, 颗粒物质, 颗粒流量密度

PACC: 4630P, 4610, 8220M

## 1. 引 言

我们已从实验上研究了粗糙边界二维斜面颗粒流横向分布以及边界附近颗粒流流量密度随斜面倾斜角及通道宽度的变化规律<sup>[1]</sup>, 结果表明颗粒流在通道中的分布既受通道宽度的影响, 也受斜面倾斜角的影响. 颗粒在通道中以通道中轴线呈对称分布, 由于粗糙边界的作用, 通道两侧的颗粒数明显少于通道中间. 另外, 对斜面颗粒流的研究还有大量的报道<sup>[2-11]</sup>, Tasi 等人<sup>[2]</sup>以及 Jenkins 等人<sup>[3]</sup>对斜槽中稀疏颗粒流的研究表明颗粒流动状态都受通道宽度和通道边界粗糙度的影响, 而颗粒所受的作用主要是颗粒之间的相互碰撞, 所以一定程度上认为采用经典的流体力学方程加上非弹性碰撞的修正项可以描述稀疏流现象. 对于部分流化的剪切颗粒流, Volfson 等人<sup>[5]</sup>则采用连续介质分子动力学理论加以模拟. Savage<sup>[6]</sup>对颗粒流的多年研究得出的结论是: 颗粒流存在两种极限流动状态, 一种是类似于流体的稀疏颗粒流, 颗粒之间主要表现为碰撞相互作用, 另一种是准静态颗粒流, 颗粒之间的相互作用主要表现为摩擦相互作用, 但在大部分情况下两种状态将共处于一颗粒系统中. 对于二维垂直通道颗粒流的横向速度涨落与通道宽度有关. Isobe 则选择光滑非弹

性硬球理想模型(IHS 模型)采用分子动力学方程模拟了二维颗粒流的紊流现象<sup>[7]</sup>. 本文继续我们前面的工作, 着重研究粗糙边界二维斜面颗粒流在不同斜面倾斜角下颗粒流分布规律与通道宽度的关系.

## 2. 实验装置

实验装置见文献[1]的图 1. 二维斜面通道是由上下两层光滑玻璃组成, 斜面倾斜角连续可调. 为保证颗粒单层流动, 两层玻璃间的间隙为 1.2mm, 恰好能通过一层直径为  $1.00 \pm 0.02\text{mm}$  的钢珠. 斜面长 1.50m, 整个斜面分成两部分, 上端 1.00m 长的部分用作颗粒储存. 采用在不锈钢片侧面连续粘一层直径为  $1.00 \pm 0.02\text{mm}$  的钢珠作颗粒流动通道两侧的粗糙墙体, 在通道出口处均匀放置多个收集容器接收来自通道每 10.0mm 宽度内的颗粒(容器数量根据颗粒流动通道宽度  $W$  而定, 为了减小容器壁厚对颗粒计量的影响, 实验中保证容器壁厚小于 0.2mm). 通过移动粗糙边界的位置改变通道宽度  $W$  (始终为 10.0mm 的整数倍). 在此实验中, 作为颗粒流动的通道宽度最大为  $100d$  ( $d$  为钢珠直径), 最小通道宽度为  $50d$  (此时出口处的容器数量为 5 个). 实验时斜面倾斜角最小为  $25^\circ$ , 最大为  $55^\circ$ . 用精度为  $1/10000\text{g}$  的电子天平测量每个容器内的颗粒质量计

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号:10274071), 国家高技术研究发展计划惯性约束聚变技术主题项目(批准号:2002AA84ts06)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: phyxs@zju.edu.cn

算容器内的颗粒数,从而确定出口处相应容器为坐标的各位置的颗粒总数,以此方法来分析通道单位横向宽度内(10d)颗粒流的平均流量分布,文献[1]的图1(b)所示的“1,2,3,...”表示从边界左侧起向右排列的出口处各容器的位置;“1”表示最靠近左边界的一个容器,依此类推,以下相同每个容器对应的通道宽度均为10d.本实验主要对容器“1”、“2”以及“3”所对应通道横向位置的颗粒流量密度分布随通道宽度的变化规律进行研究.

### 3. 实验结果与讨论

以前已经作了表述<sup>[1]</sup>:通道出口处各容器内的颗粒总数  $S = \xi \cdot R \cdot t$ ,其中  $\xi = \rho \cdot v$  为颗粒流量密度,  $R$  为容器宽度,  $t$  为时间.其中通道宽度  $W$  是指颗粒流动区域的宽度,实验过程中通道宽度为出口处容器宽度的整数倍,因为出口处容器最少为5个,最多为10个,所以实验过程中通道宽度分别为  $50d$ 、 $60d$ 、 $70d$ 、 $80d$ 、 $90d$  和  $100d$ .实验时斜面倾斜角从  $25^\circ$ 起每隔  $5^\circ$ 进行采样.前面已经分析了通道最左侧容器“1”所对应通道的相对颗粒流量密度随角度的变化规律,颗粒流量密度随角度呈指数衰减.本文着重分析通道宽度对容器“2”及“3”所对应通道颗粒流量密度的影响,从各容器中的颗粒总数  $S = \xi \cdot R \cdot t$ 可知,  $S$  与颗粒流量密度  $\xi$  有一一对应关系,因此本文图中的纵坐标就直接采用颗粒流量密度,然后以实验曲线各自的最大值归一.图1所示是不同斜面倾斜角时容器“2”所对应通道的颗粒流量密度随通道宽度的变化规律.很明显,容器“2”所对应通道的颗粒流量密度随通道宽度呈非线性变化,图中各曲线  $B$ 、 $C$ 、 $D$  和  $E$  的相对颗粒流量密度在通道宽度为  $70d$  至  $80d$  之间出现极小值分布,因此,我们认为,颗粒流量密度随通道宽度的变化存在一临界通道宽度  $W_c$ .在本实验条件下,临界通道宽度为  $W_c = 70d$ .另外,从容器“3”所对应通道的相对颗粒流量密度随  $W$  的变化也可以看出,相对颗粒流量密度同样存在极小值分布,如图2所示.只是极小值的幅度没有容器“2”所对应通道明显,但曲线显示的转折点在  $70d$ ,这也说明了临界通道宽度  $W_c = 70d$ .这也和另外报道的<sup>[12]</sup>边界附近  $10d$  范围内颗粒流量密度随斜面倾斜角的变化在通道宽度  $W$  为  $80d$  附近发生转变相符合,当通道宽度小于  $80d$  时,颗粒流量密度随角度增大呈指数衰减,而通道宽度

大于  $80d$  时颗粒流量密度随角度增大几乎呈线性减小.另外从“3”容器所对应通道也同样可以看到临界通道宽度前后颗粒流量密度随斜面倾斜角变化趋势的转变,图3所示.  $B$ 、 $C$ 、 $D$  和  $E$  各曲线所对应的通道宽度分别为  $50d$ 、 $60d$ 、 $70d$  和  $100d$ ,对实验数据进行拟合后可以得到  $B$ 、 $C$ 、 $D$  各曲线都符合函数  $\sin^\alpha \theta$ ,曲线  $B$ 、 $C$ 、 $D$  所对应的  $\alpha$  分别为  $0.85$ 、 $0.62$  和  $0.32$ ,即随着通道变宽  $\alpha$  变小,但通道宽度大于  $70d$  时曲线  $E$  却不满足  $\sin^\alpha \theta$  函数关系,这也说明了当通道宽度大于  $70d$  时颗粒流流量密度随斜面倾斜角的分布规律发生了转变.因此我们认为在粗糙边界条件下的二维斜面颗粒流存在一临界通道宽度  $W_c$ ,在本实验条件下,临界通道宽度  $W_c = 70d$ .

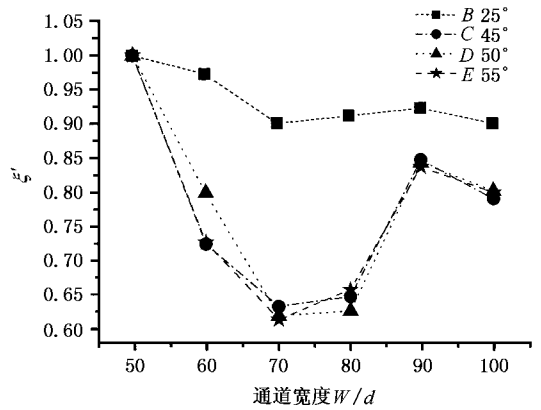


图1 不同斜面倾斜角下,容器“2”中的相对颗粒流量密度随斜面通道宽度  $W$  的变化

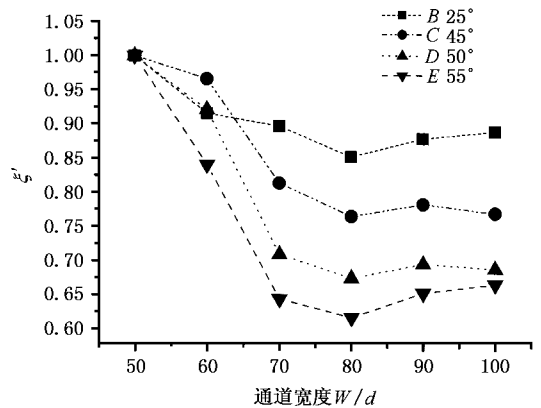


图2 不同斜面倾斜角时,容器“3”中相对颗粒流量密度随通道宽度的变化规律

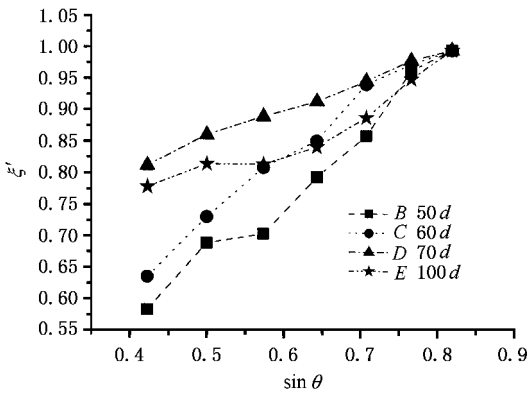


图3 不同通道宽度时,容器“3”相对颗粒流量密度随斜面倾斜角的变化规律

## 4. 结 论

实验研究了通道宽度对二维斜面颗粒流粗糙边界附近颗粒流流量密度分布的影响,结果表明,在本

实验条件下,实验过程中保持颗粒流始终处于稀疏流状态,则边界附近  $30d$  范围内通道横向各位置的相对颗粒流流量密度分布随通道宽度增大而减小,其变化规律随距离边界位置的不同而变化,在贴近边界处的相对颗粒流流量密度随通道宽度的增大呈线性减小,但变化幅度较小,我们猜测贴近边界处的颗粒流主要受边界粗糙度的影响,这一点我们将改变边界粗糙度做进一步研究.距离边界  $10d$  至  $30d$  区间内的相对颗粒流流量密度随通道宽度呈非线性变化,在通道宽度为  $70d$ — $80d$  之间出现极小值分布,即当通道宽度为  $70d$  时颗粒流流量密度随通道宽度的变化曲线发生转折,所以,我们认为颗粒流流量密度随通道宽度的变化存在一临界通道宽度  $W_c$ .本实验条件下的临界通道宽度  $W_c = 70d$ .当通道宽度小于临界宽度  $W_c$  时,通道中距边界  $20d$ — $30d$  区间内的相对颗粒流流量密度随斜面倾斜角的变化可描述为  $\xi \propto (\sin \theta)^\alpha$ ,  $\alpha$  是与通道宽度  $W$  有关的参数,其数值在  $0.32$  至  $0.85$  之间.

[1] Zhou Y *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3389 (in Chinese) [周 英等 2004 物理学报 **53** 3389]

[2] Tasi J C, Losert W, Voth G A and Gollub J P 2001 *Phys Rev E* **65** 11306

[3] Jenkins J T and Richman M W 1985 *Phys. Fluids* **28** 3485

[4] Xu G L *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 875 (in Chinese) [徐光磊等 2003 物理学报 **52** 875]

[5] Volfson D, Tsimring L S and Aranson I S 2003 *Phys. Rev. E* **68** 21301

[6] Savage S B 1998 *J. Fluid. Mech.* **377** 1

[7] Isobe M 2003 *Phys. Rev. E* **68** 51303

[8] Peng G and Ohta T 1997 *Phys Rev E* **55** 6811

[9] Goodman M A and Cowin S C 1971 *J. Fluid. Mech.* **45** part 2, 321

[10] Pouliquen O 1999 *Phys. Fluids* **11** 542

[11] Anderson K G and Jackson R 1992 *J. Fluid. Mech.* **241** 145

[12] Bao D S *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** (in Chinese) [鲍德松等 2005 物理学报 **54** (待发表)]

# The effect of channel width on the distribution of two-dimensional granular flow in an inclined channel<sup>\*</sup>

Bao De-Song Zhou Ying Zhang Xun-Sheng<sup>†</sup> Tang Xiao-Wei

( Department of Physics , Zhejiang University , Hangzhou 310027 , China )

( Received 7 April 2004 ; revised manuscript received 5 July 2004 )

## Abstract

We have investigated the distribution of two-dimensional granular flow in inclined channel and the distribution of the density of granular flux ( $\xi = \rho \cdot v$ ) near the rough boundary walls. The results showed that the transverse distribution of the density of granular flux is symmetric about the channel center, and there exists a strong extremum near the wall; the distribution of the density of granular flux near the walls is nonlinear with increasing inclination. In this paper, we turn attention to the effect of channel width on the distribution of the density of granular flux. There is a critical channel width for the distribution of the density of granular flux. In our experimental condition, the critical width is 70.0mm ( $W_c = 70d$ ,  $d$  being the granular diameter), and there is a weak extremum in the curve of the density of granular flux distribution when the channel width is in the range from 70 to 80 $d$ . When the channel width is smaller than the critical width, the density of granular flux can be expressed by  $\xi \propto (\sin\theta)^\alpha$  with  $0.32 \leq \alpha \leq 0.85$  the value of  $\alpha$  is related with the channel width.

**Keywords** : two-dimensional granular flow , granular matter , density of granular flux

**PACC** : 4630P , 4610 , 8220M

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China( Grant No. 10274071 ) and the National Hi-Technology Inertial Confinement Fusion Foundation of China( Grant No. 2002AA84ts06 ).

<sup>†</sup> E-mail : physx@zju.edu.cn