第 55 卷 第 9 期 2006 年 9 月
1000-3290/2006/55(09)/4535-07

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.55,No.9,September,2006
©2006 Chin. Phys. Soc.

内开槽螺纹回旋行波管线性理论研究*

张雅鑫† 祝大军 刘盛纲 王峨锋

(电子科技大学物理电子学院,成都 610054)

(2006 年 2 月 20 日收到;2006 年 3 月 14 日收到修改稿)

基于耦合波理论,运用阻抗微扰法得到了内开槽螺纹波导的色散方程及耦合条件,并从相对论电子运动方程入手得到了自洽非线性方程组,通过一阶线性近似导出了注-波互作用线性关系及色散方程.运用数值计算及 3 维粒子模拟软件冷腔分析对该波导冷腔色散特性及注-波互作用色散特性进行了研究.

关键词:内开槽螺纹波导,阻抗微扰,线性理论,自洽非线性方程组

PACC:3310,4170,5275,1150

1. 引 言

回旋行波管作为回旋管中重要的一员具有输出频率高,功率容量大,带宽比较宽的优点,因而有很好的应用前景.近年来,对回旋行波管的研究越来越广泛和深入[1—4].

但是要充分发挥回旋行波管的潜力还需要做许多工作,如何进一步提高回旋行波管的带宽、增益、效率成为了如今最热门的课题之一.上世纪 90 年代中后期由 Denisov[5—7] 提出了内开槽螺纹回旋行波管,该回旋管具有特殊的非对称几何结构,因此能使得光滑圆柱波导中模式之间发生耦合,改变了光滑圆柱波导在波数为零附近的色散特性,大大增加了注-波互作用区宽度以及互作用效率.因此 1998 年至今该波导一直得到了广泛的研究[6—10].

本文运用耦合波理论分析了内开槽螺纹波导的色散特性;从相对论电子运动方程入手得到了电子与波互作用的自洽非线性方程组,通过一阶线性近似导出了注-波互作用线性关系,及色散方程,并通过数值运算得到了注-波互作用色散曲线,进一步分析及证明了该波导的超宽带特性.

2. 内开槽螺纹波导冷腔色散特性分析

内开槽螺纹波导具有特殊的非对称结构,其边界条件为[6]

$$r = r_0 + r_1\cos(m_B\varphi + k_B z),$$

其中 r_0 为光滑圆波导的半径,r_1 为开槽螺纹的幅度,m_B 为螺纹角向的变化数,k_B 为螺纹纵向波数.其结构如图 1、图 2 所示.

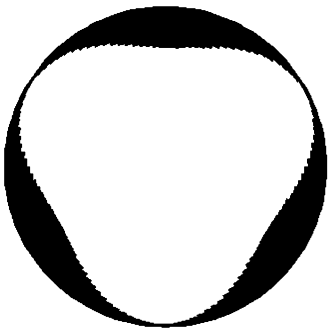

图 1 内开槽螺纹波导横截面

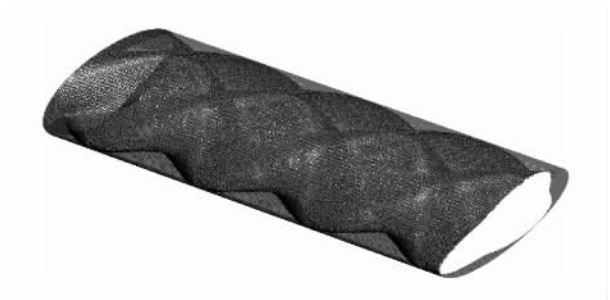

图 2 内开槽螺纹波导立体图

由于内开槽螺纹的存在,使得光滑圆波导中模式之间发生耦合现象.若选取光滑圆柱波导边界为

* 国家自然科学基金(批准号:10390160,60472013)资助的课题.

† E-mail:iamaxin@163.com,iamaxin@tom.com

参考边界面，将波导壁上螺纹的几何特性用参考边界面上的等效表面磁流来表示为

$$J^{*} = -\boldsymbol{i} \times \Delta \boldsymbol{E}, \tag{1}$$

其中 ΔE 为边界形变引起的微扰场[11]，运用阻抗微扰法[12]可以得到一组相互耦合的方程组及耦合条件：

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}V_j}{\mathrm{d}z} &= \mathrm{i}\omega\mu_0 I_j \pm \mathrm{i}\frac{r_1 k_{\mathrm{B}}}{r_0 \eta_{\mathrm{k}} \eta_j} m_k m_j \mathrm{e}^{\mp \mathrm{i}k_{\mathrm{B}}z} V_k, \\
\frac{\mathrm{d}I_j}{\mathrm{d}z} &= \frac{\mathrm{i}k_{zj}^2}{\omega\mu_0} V_j \\
&\quad + \mathrm{i}\frac{r_1 k_{cj}^2 [(k_{ck}r_0)^2 - m_k m_j]}{\omega\mu_0 r_0 \eta_k \eta_j} \mathrm{e}^{\mp \mathrm{i}k_{\mathrm{B}}z} V_k, \\
\frac{\mathrm{d}V_k}{\mathrm{d}z} &= \mathrm{i}\omega\mu_0 I_k \pm \mathrm{i}\frac{r_1 k_{\mathrm{B}}}{r_0 \eta_k \eta_j} m_k m_j \mathrm{e}^{\mp \mathrm{i}k_{\mathrm{B}}z} V_j, \\
\frac{\mathrm{d}I_k}{\mathrm{d}z} &= \frac{\mathrm{i}k_{zj}^2}{\omega\mu_0} V_k \\
&\quad + \mathrm{i}\frac{r_1 k_{ck}^2 [(k_{cj}r_0)^2 - m_k m_j]}{\omega\mu_0 r_0 \eta_k \eta_j} \mathrm{e}^{\mp \mathrm{i}k_{\mathrm{B}}z} V_j, \\
& m_j - m_k \pm m_{\mathrm{B}} = 0,
\end{aligned} \tag{2}$$

其中 $\eta_{\mathrm{k}} = \sqrt{[(k_{ck}r_0)^2 - m_k^2]}$，$\eta_{\mathrm{j}} = \sqrt{[(k_{cj}r_0)^2 - m_j^2]}$；$k_c$ 为截止波数；m 为波的角向变化数；V，I 分别为波的‘电压幅度函数’和‘电流幅度函数’关系式；$m_j - m_k \pm m_{\mathrm{B}} = 0$ 为两种模式在 m_{B} 一定时的耦合条件，即仅且仅当两种模式角向变化次数 m_j，m_k 满足该条件时，该波导中才会出现模式间的耦合现象．本文仅选取低次模式的前向波和高次模式的前向、后向波相互耦合的情况进行了研究分析，引入本征模的传播系数 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$，由(2)式最终能得到冷腔色散方程[10]

$$(k_{zk}^2 - k_z^2)(k_{zj} - k_{\mathrm{B}} - k_z) = \frac{\sigma_{kj}\sigma_{jk}}{k_{zj}}, \tag{3}$$

其中 σ_{kj}，σ_{jk} 为耦合系数

$$\begin{aligned}
\sigma_{jk} &= \frac{1}{2}\frac{r_1}{r_0^3} \\
&\quad \times \frac{(k_{ck}r_0)^2 (k_{cj}r_0)^2 + r_0^2 m_k m_j (k_{\mathrm{B}} k_{zj} + k_{cj}^2)}{\sqrt{[(k_{cj}r_0)^2 - m_j^2]}\sqrt{[(k_{ck}r_0)^2 - m_k^2]}}, \\
\sigma_{jk} &= \frac{r_1}{r_0^3} \\
&\quad \times \frac{(k_{ck}r_0)^2 (k_{cj}r_0)^2 + r_0^2 m_k m_j [k_{\mathrm{B}}(k_{zj} - k_{\mathrm{B}}) + k_{cj}^2]}{\sqrt{[(k_{cj}r_0)^2 - m_j^2]}\sqrt{[(k_{ck}r_0)^2 - m_k^2]}}.
\end{aligned}$$

根据文献[7]的实验模型参数，见表 1．

表 1 内开槽螺纹波导结构参数

r_1/cm	r_0/cm	m_{B}	d/cm	模式 k	模式 j
0.15	1.45	3	3.75	TE_{21} 右旋	TE_{11} 左旋

通过对色散方程的数值计算，可以得到内开槽螺纹波导的冷腔色散曲线图见图 3 和图 4．

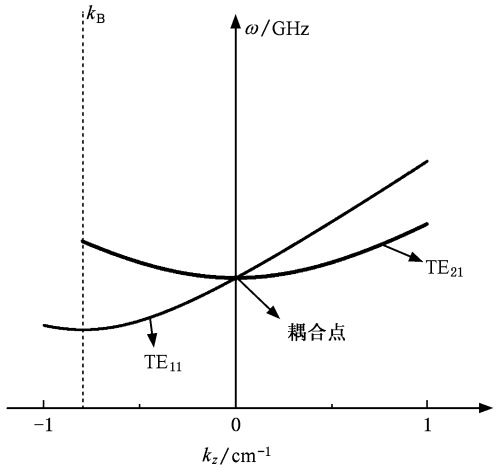

图 3 $r_1 \approx 0$ 波导中两种模式色散特性

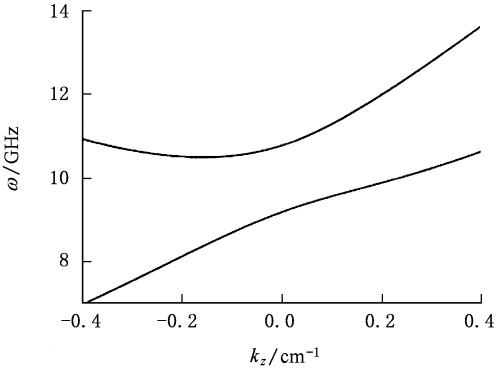

图 4 采用表 1 数据，内开槽波导两种模式色散特性

将图 3 与图 4 相比较可以发现，图 3 中 $k_z \approx 0$ 的区域，正是低次模和高次模在螺纹边界影响下发生耦合的区域，并且图 3 中两条曲线交点处是图 4 中耦合现象最明显的地方．耦合后，两条冷腔色散曲线在耦合点附近完全分离开，其中低次模色散曲线变得更加平直，并且在 $k_z \approx 0$ 附近的区域内低次模的曲线近似一条直线，由群速度公式 $v_{\mathrm{g}} = \frac{\partial\omega}{\partial k}$ 可知在这个区域内低次模的群速度接近一个正常数，因此当电子注速度与该区域群速度相匹配时，该波导显示出了波和回旋电子注极宽的互作用区(图 4)；在电子注速度与群速度相匹配时，电子注与电磁波能持续互作用，从而可以大大增加互作用效率．

本文在运用数值运算求解色散方程的同时，也使用了粒子模拟软件对该波导进行了冷腔分析．在 3 维冷腔模拟分析时，采用的方法为输入一线性极

化的 TE_{11} 模式宽带脉冲；因为在柱型波导中线性极化的 TE_{11} 模式存在“极化简并”，因此该 TE_{11} 模式脉冲在螺纹波导中传播时，其极化方向会因为波导边界的非对称性而发生旋转，从而使得该模式在螺纹波导中传播的纵向波数与其在光滑圆波导中的纵向波数出现差别，二者的关系满足以下等式[9]：

$$k_{zTE_{11}}(\omega_n) = k_{z0TE_{11}}(\omega) + \frac{\pi}{L}(2n-1) + \varphi_0;$$
$$n = 1,2,3,\cdots$$

式中 L 为波导总长度；$k_{zTE_{11}}(\omega_n)$ 为 TE_{11} 模在螺纹波导中传播的纵向波数；$k_{z0TE_{11}}(\omega_n)$ 为 TE_{11} 模在光滑圆波导中传播的纵向波数；φ_0 为初始极化角度；n 为冷腔模拟中在某一垂直方向上对径向场进行傅里叶变化后得到的频率点个数.

根据该方法，选取螺纹波导参数为 $r_1 = 0.14\text{cm}$，$r_0 = 1.47\text{cm}$，$d = 2.9\text{cm}$，在波导初始端输入 TE_{11} 脉冲，在波导末端的垂直面上对径向场进行分析，可以得到以下结果，图 5(a) 为垂直方向上径向场傅里叶变化结果，图 5(b) 为模拟结果与数值计算结果的比较，从图中可以看到 3 维冷腔模拟结果同数值运算结果基本一致，并且误差仅在(0.02%—2%)这个范围内. 从而证明了本文推导及数值运算的正确性，并且为进一步的注波互作用模拟计算奠定了基础.

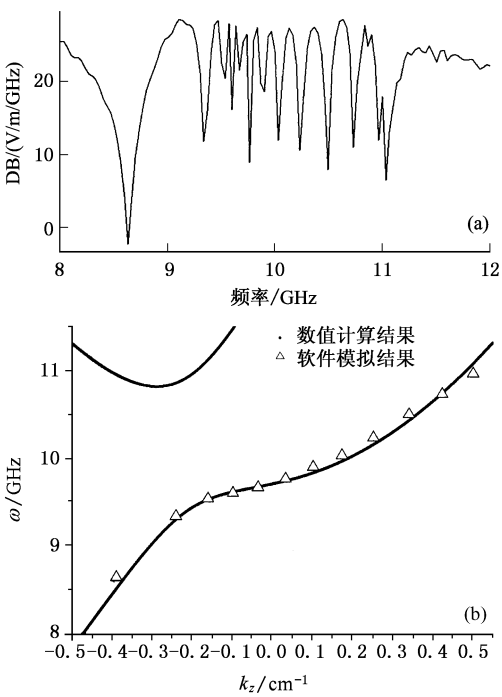

图 5　(a)径向场傅里叶变化；(b)数值运算结果同 PIC 软件模拟结果比较

3. 内开槽螺纹回旋行波管线性理论

电子的相对论运动方程为

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} + \frac{|e|}{\gamma}\boldsymbol{p}\times\boldsymbol{B}_0 = -|e|\left(\boldsymbol{E} + \frac{1}{\gamma}\boldsymbol{p}\times\boldsymbol{B}\right), \quad (4)$$

其中腔场采用 TE 模式，场的表达式为

$$\boldsymbol{E}_t(r,t) = \sum_j V_j(z)\boldsymbol{e}(r)e^{-i\omega t},$$
$$\boldsymbol{H}_t(r,t) = \sum_j I_j(z)\boldsymbol{h}(r)e^{-i\omega t},$$
$$\boldsymbol{H}_z(r,t) = \sum_j i\frac{k_t^2}{\omega}\psi V_j(z)\boldsymbol{e}(r)e^{-i\omega t},$$
$$\boldsymbol{e}(r) = \boldsymbol{z}\times\nabla_t\psi,$$
$$\boldsymbol{h}(r) = -\nabla_t\psi. \quad (5)$$

由(4)式和(5)式可以得到第 k 个模式下电子的动力学方程的分量式[13]

$$\frac{dp_t}{dt} = \mathrm{Re}\Big\{-\frac{e}{2}(V_k - v_zI_k)\times\Big[e^{i(\varphi-\omega_c\tau)}\Big(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{i}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\Big)\psi + e^{i(-\varphi+\omega_c\tau)}\Big(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{i}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\Big)\psi\Big]e^{-i\omega t)}\Big\},$$

$$\frac{dp_z}{dt} = \mathrm{Re}\Big\{-\frac{ev_t}{2}I_k\Big[e^{i(\varphi-\omega_c\tau)}\Big(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{i}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\Big)\psi + e^{i(-\varphi+\omega_c\tau)}\Big(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{i}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\Big)\psi\Big]e^{-i\omega t)}\Big\},$$

$$\frac{d\Lambda}{dt} = \mathrm{Re}\Big\{i\frac{e}{2p_t}(V_k - v_zI_k)\times\Big[e^{i(\varphi-\omega_c\tau)}\Big(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{i}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\Big)\psi - e^{i(-\varphi+\omega_c\tau)}\Big(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{i}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\Big)\psi - 2\frac{v_tk_c^2}{\omega}V_k\psi\Big]e^{-i\omega t)}\Big\},$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \mathrm{Re}\Big\{-\frac{ev_t}{2}V_k\Big[e^{i(\varphi-\omega_c\tau)}\Big(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{i}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\Big)\psi + e^{i(-\varphi+\omega_c\tau)}\Big(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{i}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\Big)\psi\Big]e^{-i\omega t}\Big\}. \quad (6)$$

从第一部分冷腔色散特性的研究中得知，该螺纹波导实际是将两个光滑圆柱波导中的模式通过边界螺纹几何特性而相互耦合起来从而改变了波导色散特性，因此不难看出本波导中工作模式的波函数与圆柱波导中的模式波函数是相同的.

$$\psi = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\pi}}\frac{1}{\sqrt{k_c^2r_0^2 - m^2}}\frac{J_m(k_cr_c)}{J_m(k_cR_g)}e^{im\varphi}. \quad (7)$$

将上式代入(6)式,得到 TE 模式下第 n 个电子与第 k 个波相互作用的运动方程[6,13]

$$\frac{\mathrm{d}p_{tn}}{\mathrm{d}z} = -|e| C_{kn} J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}}) \frac{1}{v_{zn}} \times \frac{\partial J_s(k_{ck}r_{cn})}{\partial r_{cn}} \mathrm{Re}\{(\gamma_n V_k - v_{zn}\mu_0 I_k)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_n}\},$$

$$\frac{\mathrm{d}p_{zn}}{\mathrm{d}z} = -|e| \frac{v_{tn}}{v_{zn}} C_{kn} J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}}) \times \frac{\partial J_s(k_{ck}r_{cn})}{\partial r_{cn}} \mathrm{Re}\{\mu_0 I_k \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_n}\},$$

$$\frac{\mathrm{d}\Lambda_n}{\mathrm{d}z} = \frac{\omega\gamma_n - s\omega_c\gamma_0}{v_{zn}} + \frac{|e|}{p_{tn}} C_{kn} J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}}) \frac{s}{r_{cn}} J_s(k_{ck}r_{cn}) \times \mathrm{Re}\left\{\mathrm{i}\left(\gamma_n V_k - v_{zn}\mu_0 I_k - \frac{k_{ck}^2 v_{tn}^2}{s\omega\omega_c\gamma_0} V_k\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_n}\right\},$$

$$\frac{\mathrm{d}\gamma_n}{\mathrm{d}z} = -|e| \frac{v_{tn}}{v_{zn}} C_{kn} J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}}) \times \frac{\partial J_s(k_{ck}r_{cn})}{\partial r_{cn}} \mathrm{Re}\{\gamma_n V_k \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_n}\},$$

$$\frac{\mathrm{d}V_k}{\mathrm{d}z} = (\mathrm{i}\omega\mu_0) I_k,$$

$$\frac{\mathrm{d}I_k}{\mathrm{d}z} = \left(\mathrm{i}\frac{k_{zk}^2}{\omega\mu_0}\right) V_k + 2(\mathrm{i}\omega\mu_0) I_0 C_{kn} J_{k-s} \times (k_{ck}R_{\mathrm{g}}) \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{p_t}{p_z} \frac{\partial J_s(k_{ck}r_c)}{\partial r_c} \mathrm{e}^{+\mathrm{i}\Lambda} \mathrm{d}\Lambda, \quad (8)$$

其中 $C_{kn} = \frac{1}{J_k(k_{ck}r_0)\sqrt{\pi(k_{ck}^2 r_0^2 - m_k^2)}}$, ω_c 为电子回旋频率, $r_c = \frac{p_t}{m_0\omega_c}$, γ_n 为能量因子, s 为谐波次数, R_{g} 为回旋电子引导半径. 上式中

$$2(\mathrm{i}\omega\mu_0) I_0 C_{kn} J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}}) \frac{1}{2\pi} \times \int_0^{2\pi} \frac{p_t}{p_z} \frac{\partial J_s(k_{ck}r_c)}{\partial r_c} \mathrm{e}^{+\mathrm{i}\Lambda} \mathrm{d}\Lambda$$

为电流密度 J 的傅里叶展开式[13,14],同时这个展开式也可以表示为一个周期内对 n 个电子求平均的表达式[15]

$$J_{kn} = (2\mathrm{i}\omega\mu_0) I_0 \left\langle C_{kn} J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}}) \times \frac{p_{tn}}{p_{zn}} \frac{\partial J_s(k_{ck}r_{cn})}{\partial r_{cn}} \mathrm{e}^{+\mathrm{i}\Lambda_n} \right\rangle_n. \quad (9)$$

在做冷腔分析时,在 Maxwell 方程组中只考虑了表面等效磁流 J^*,这里由于电子束的存在,因此 $J \neq 0$,从有源 Maxwell 方程组

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mathrm{i}\omega\mu\boldsymbol{H} - \boldsymbol{J}^*,$$
$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \mathrm{i}\omega\varepsilon\boldsymbol{E} + \boldsymbol{J}, \quad (10)$$

得到两种模式的耦合方程组

$$\frac{\mathrm{d}V_j}{\mathrm{d}z} = \mathrm{i}\omega\mu_0 I_j \pm \mathrm{i}\frac{r_1 k_{\mathrm{B}}}{r_0 \eta_k \eta_j} m_k m_j \mathrm{e}^{\mp \mathrm{i}k_{\mathrm{B}}z} V_k,$$

$$\frac{\mathrm{d}I_j}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathrm{i}k_{zj}^2}{\omega\mu_0} V_j + \mathrm{i}\frac{r_1 k_{cj}^2 [(k_{ck}r_0)^2 - m_k m_j]}{\omega\mu_0 r_0 \eta_k \eta_j} \mathrm{e}^{\mp \mathrm{i}k_{\mathrm{B}}z} V_k,$$

$$\frac{\mathrm{d}V_k}{\mathrm{d}z} = \mathrm{i}\omega\mu_0 I_k \pm \mathrm{i}\frac{r_1 k_{\mathrm{B}}}{r_0 \eta_k \eta_j} m_k m_j \mathrm{e}^{\mp \mathrm{i}k_{\mathrm{B}}z} V_j,$$

$$\frac{\mathrm{d}I_k}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathrm{i}k_{zj}^2}{\omega\mu_0} V_k + \mathrm{i}\frac{r_1 k_{ck}^2 [(k_{cj}r_0)^2 - m_k m_j]}{\omega\mu_0 r_0 \eta_k \eta_j} \mathrm{e}^{\mp \mathrm{i}k_{\mathrm{B}}z} V_j + (2\mathrm{i}\omega\mu_0) I_0 \left\langle C_{kn} J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}}) \times \frac{p_{tn}}{p_{zn}} \frac{\partial J_s(k_{ck}r_{cn})}{\partial r_{cn}} \mathrm{e}^{+\mathrm{i}\Lambda_n} \right\rangle_n. \quad (11)$$

选择螺纹传播因子为正向传播,根据(11)式可以导出

$$\frac{\mathrm{d}^2 V_k}{\mathrm{d}z^2} + k_{zk}^2 V_k = \frac{\sigma_{kj}\sigma_{jk}}{(k_{zj} - k_{\mathrm{B}} - k_z) k_{zj}} V_k + (2\mathrm{i}\omega\mu_0) I_0 \left\langle C_{kn} J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}}) \times \frac{p_{tn}}{p_{zn}} \frac{\partial J_s(k_{ck}r_{cn})}{\partial r_{cn}} \mathrm{e}^{+\mathrm{i}\Lambda_n} \right\rangle_n. \quad (12)$$

在此引入一组线性近似,即电子在与电磁波发生互作用时的扰动量仅为一阶小量,忽略高阶小量,并且满足下面引入的电子参量及电压、电流幅度函数扰动量的线性表达式

$$p_{tn} \approx p_{tn0} + p_{tn1},$$
$$p_{zn} \approx p_{zn0} + p_{zn1},$$
$$\gamma_n \approx \gamma_{n0} + \gamma_{n1},$$
$$\Lambda_n \approx \Lambda_{n0} + \Lambda_{n1} + k_{zn0} z,$$
$$V_k \approx V_{k0} + V_{k1},$$
$$I_k \approx I_{k0} + I_{k1}, \quad (13)$$

其中 k_{zn0} 为纵向波数, $k_{zn0} = \frac{\omega - s\omega_c}{v_{z0}}$,

$$p_{tn1} \approx \varepsilon p_{tn0}, p_{zn1} \approx \varepsilon p_{zn0}, \gamma_{n1} \approx \varepsilon\gamma_{n0},$$
$$\Lambda_{n1} \approx \varepsilon\Lambda_{n0}, V_{k1} \approx \varepsilon V_{k0}, I_{k1} \approx \varepsilon I_{k0}, \quad (14)$$

下标‘0’表示未扰量,“1”代表扰动量,“n”代表第 n 个电子,其中扰动量为极小量,远小于未扰量, ε 代表一微小量,即 $\varepsilon \ll 1$.

由上述近似不难看出，电子运动参量扰动量是由于电压、电流幅度函数造成的，而电压、电流幅度函数的扰动量又是由于电子运动中的扰动而产生的. 因此将(13)式代入(8)式能得到电子参量扰动量和电压、电流幅度函数扰动量的自洽方程组为

$$\frac{\mathrm{d}\left(p_{tn1}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}\right)}{\mathrm{d}z}-\mathrm{i}k_{zn0}p_{tn1}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}$$
$$=-|e|C_{kn}J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}})\frac{m_0\gamma_0}{p_{zn0}}\frac{\partial J_s(k_{ck}r_{cn})}{\partial r_{cn}}$$
$$\times\mathrm{Re}\left\{(\gamma_{n0}V_{k1}-v_{zn0}\mu_0I_{k1})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}\right\},$$
$$\frac{\mathrm{d}\left(p_{zn1}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}\right)}{\mathrm{d}z}-\mathrm{i}k_{zn0}p_{zn1}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}$$
$$=-|e|\frac{p_{tn0}}{p_{zn0}}C_{kn}J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}})\frac{\partial J_s(k_{ck}r_{cn})}{\partial r_{cn}}$$
$$\times\mathrm{Re}\left\{\mu_0I_{k1}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}\right\},$$
$$\frac{\mathrm{d}\left(\Lambda_{n1}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}\right)}{\mathrm{d}z}-\mathrm{i}k_{zn0}\Lambda_{n1}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}$$
$$=m_0\gamma_0\left(\frac{\omega\gamma_{n1}}{p_{zn0}}+\frac{\omega\gamma_{n0}-s\omega_c\gamma_0}{p_{zn0}}p_{zn1}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}$$
$$\times s\frac{|e|}{p_{tn1}}C_{kn}J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}})\frac{s}{r_{cn}}J_s(k_{ck}r_{cn})$$
$$\times\mathrm{Re}\left\{\mathrm{i}\left(\gamma_{n1}V_{k1}-v_{zn1}\mu_0I_{k1}-\frac{k_{ck}^2v_{tn1}^2}{s\omega\omega_c\gamma_0}V_{k1}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}\right\},$$
$$\frac{\mathrm{d}\left(\gamma_{n1}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}\right)}{\mathrm{d}z}-\mathrm{i}k_{zn0}\gamma_{n1}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}$$
$$=-|e|\frac{p_{tn0}}{p_{zn0}}C_{kn}J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}})\frac{\partial J_s(k_{ck}r_{cn})}{\partial r_{cn}}$$
$$\times\mathrm{Re}\left\{\gamma_{n0}V_{k1}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}\right\},$$
$$\frac{\mathrm{d}V_{k1}}{\mathrm{d}z}=\mathrm{i}\omega\mu_0I_{k1}+\mathrm{i}\frac{r_1k_{\mathrm{B}}}{r_0\eta_k\eta_j}m_km_j\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_{\mathrm{B}}z}V_{j1},$$
$$\frac{\mathrm{d}I_{k1}}{\mathrm{d}z}=\frac{\mathrm{i}k_{zj}^2}{\omega\mu_0}V_{k1}+\mathrm{i}\frac{r_1k_{ck}^2[(k_{cj}r_0]^2-m_km_j]}{\omega\mu_0r_0\eta_k\eta_j}$$
$$\times\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_{\mathrm{B}}z}V_{j1}+J_{kn1},\tag{15}$$

其中 $r_{cn}=\dfrac{p_{tn0}}{m_0\omega_c}$，$J_{kn1}$ 为扰动电流，由电子的扰动参量决定.

$$J_{kn1}=(2\mathrm{i}\omega\mu_0)I_0k_{ck}C_{kn}J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}})$$
$$\times\frac{p_{tn0}}{p_{zn0}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}\Big\langle-\frac{p_{zn1}}{p_{zn0}}J'_s(k_{ck}r_{cn})$$
$$+\frac{p_{tn1}}{p_{tn0}}\left[J'_s(k_{ck}r_{cn})+\frac{k_{ck}}{m_0\omega_c}J'_s(k_{ck}r_{cn})\right]$$
$$+\mathrm{i}J'_s(k_{ck}r_{cn})\Lambda_{n1}\Big\rangle_n.\tag{16}$$

对上式求微分得

$$\frac{\mathrm{d}J_{kn1}}{\mathrm{d}z}=\mathrm{i}k_{zn0}J_{kn1}+(2\mathrm{i}\omega\mu_0)I_0k_{ck}C_{kn}J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}})$$
$$\times\frac{p_{tn0}}{p_{zn0}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Lambda_{n0}+\mathrm{i}k_{zn0}z}\Big\langle-\frac{J'_s(k_{ck}r_{cn})}{p_{zn0}}\frac{\mathrm{d}p_{zn1}}{\mathrm{d}z}$$
$$+\frac{\left[J'_s(k_{ck}r_{cn})+\dfrac{k_{ck}}{m_0\omega_c}J'_s(k_{ck}r_{cn})\right]}{p_{tn0}}\frac{\mathrm{d}p_{tn1}}{\mathrm{d}z}$$
$$+\mathrm{i}J'_s(k_{ck}r_{cn})\frac{\mathrm{d}\Lambda_{n1}}{\mathrm{d}z}\Big\rangle_n.\tag{17}$$

将(15)式中关于电子扰动量的方程代入(17)式，并且引入本征模的传播系数 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_zz}$，再结合(12)式中 V_{k1}，I_{k1} 的关系式，可以得到用 V_{k1}，I_{k1} 表示的扰动电流函数 J_{kn1} 的表达式，即

$$J_{kn1}=(2\mathrm{i}\omega\mu_0)I_0k_{ck}C_{kn}J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}})$$
$$\times\left\{\frac{\omega v_{t0}^2}{v_{z0}}\left[\frac{-\omega V_{k1}+\dfrac{k_z}{\omega\mu_0}I_{k1}}{(\omega-k_zv_{z0}-s\omega_c)^2}\right]W_{ks}\right.$$
$$\left.-\frac{\omega}{v_{z0}}\frac{V_{k1}-\dfrac{v_{z0}}{\omega\mu_0}I_{k1}}{(\omega-k_zv_{z0}-s\omega_c)}Q_{ks}-\frac{\omega}{v_{z0}}U_{ks}\right\},\tag{18}$$

其中

$$W_{ks}=[J'_s(k_{ck}r_c)J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}})]^2,$$
$$Q_{ks}=2W_{ks}+2[J'_s(k_{ck}r_c)+(k_{ck}r_c)J''_s(k_{ck}r_c)]$$
$$\times J'_s(k_{ck}r_c)J_{k-s}^2(k_{ck}R_{\mathrm{g}}),$$
$$U_{ks}=\frac{m_k-s}{s}J_{k-s}^2(k_{ck}R_{\mathrm{g}})J'_s(k_{ck}r_c)J_s(k_{ck}r_c).$$

将(18)式中 J_{kn1} 的表达式代入到方程(12)中，并且将 $V_k=\dfrac{\omega\mu}{k_z}I_k$ 代入，最终得到注-波互作用色散方程：

$$(k_{zk}^2-k_z^2)(k_{zj}-k_{\mathrm{B}}-k_z)-\frac{\sigma_{kj}\sigma_{jk}}{k_{zj}}$$
$$=(k_{zj}-k_{\mathrm{B}}-k_z)(2\mathrm{i}\omega\mu_0)I_0k_{ck}C_{kn}J_{k-s}(k_{ck}R_{\mathrm{g}})$$
$$\times\left\{\frac{v_{t0}^2}{v_{z0}}\left[\frac{-\omega^2+k_z^2}{(\omega-k_zv_{z0}-s\omega_c)^2}\right]W_{ks}\right.$$
$$\left.+\frac{1}{v_{z0}}\frac{\omega-k_zv_{z0}}{(\omega-k_zv_{z0}-s\omega_c)}Q_{ks}+\frac{\omega}{v_{z0}}U_{ks}\right\}.\tag{19}$$

4. 注波互作用色散方程数值计算

根据已推出的色散方程(19)进行数值计算，数值计算采用表 2 中的参数，采用真空中光速 c、截止频率 ω_{kp} 与截止波数 k_c 对速度、频率与波数进行归一化处理，得到结果如图 6 所示.

表 2 内开槽螺纹波导结构参数[7]

r_1/cm	r_0/cm	m_B	d/cm	模式 k	模式 j	电流 I/A	电压 V/kV
0.15	1.45	3	3.75	TE_{21} 右旋	TE_{11} 左旋	20/10	300/180

图 6 即为螺纹波导回旋管线性色散方程曲线，图 7，图 8 为螺纹波导回旋管与圆柱波导回旋管色散曲线的比较图，其中纵坐标 ω_i 为注-波互作用范围内数值计算得到的频率虚部，代表增长率，横坐标 k_z 为纵向波数. 通过比较可以看出螺纹波导的注-波互作用区的宽度大于圆柱波导中注-波互作用区的宽度. 通过线性理论的数值计算，从另一方面也验证了前面部分对冷腔的分析.

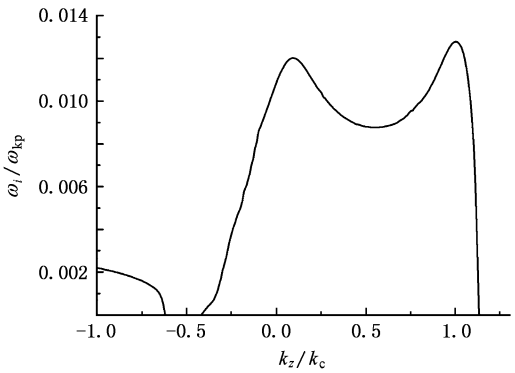

图 6 内开槽螺纹波导回旋行波管线性色散方程曲线（I_0 = 20A，V = 300kV）

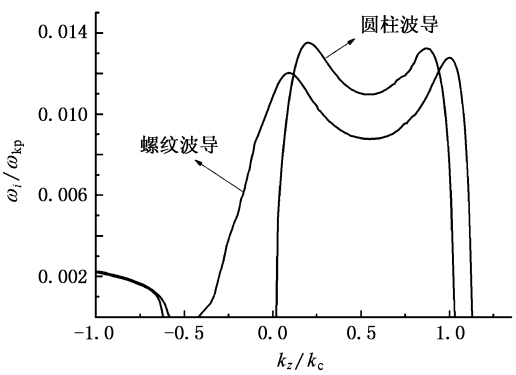

图 7 圆柱波导和螺纹波导线性色散方程曲线比较（I_0 = 20A，V = 300kV）

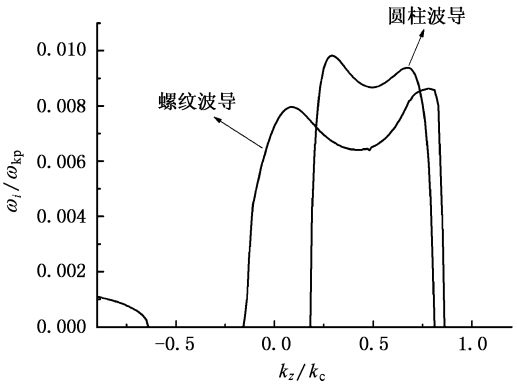

图 8 圆柱波导和螺纹波导线性色散方程曲线比较（I_0 = 10A，V = 180kV）

5. 结 论

本文从冷腔色散特性以及注-波互作用线性理论两个方面对内开槽螺纹回旋行波管进行了具体分析，通过理论研究，可以看到正是内开槽螺纹的几何特性使得波导中出现了非对称的不规则边界条件，该边界的出现使得两种圆柱波导模式相互发生耦合，耦合后两种模式的色散曲线发生变化，相互间发生分离，使得波导显示出了极宽的带宽. 由电子相对论运动方程，导出了螺纹波导中电子与波互作用的自洽非线性方程组，通过一阶线性近似，完成了螺纹波导线性理论的研究分析，得出了内开槽螺纹波导回旋管中注-波互作用的色散方程. 同时通过数值运算得到了内开槽螺纹回旋行波管的超宽带特性，通过比较也可以看出，内开槽螺纹回旋行波管的注-波互作用区宽度比圆柱波导的宽了很多.

[1] Lai G J, Liu P K 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 321 (in Chinese) [来国军、刘濮鲲 2006 物理学报 **55** 321]

[2] Chu K R, Chen H Y 1999 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **29** 391

[3] Wu Y Y, Zhang J L 1983 *Acta Phys. Sin.* **32** 48 (in Chinese) [吴元燕、张晋林 1983 物理学报 **32** 48]

[4] Yu S, Li H F, Xe Z L 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 151 (in Chinese) [喻 胜、李宏福、谢仲怜 2001 物理学报 **50** 151]

[5] Denisov G G, Bratman V L 1998 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **26** 508

[6] Denisov G G, Bratman V L 1998 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **26** 519

[7] Denisov G G, Bratman V L 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5680

[8] Bratman V L, Denisov G G 2000 *Phys. Rev. Letters* **84** 2746
[9] Graeme Burt, Samsonov S V, Alan Phelps D R 2005 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **33** 661
[10] Wang E F, Li H F 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5339 (in Chinese) [王峨锋、李宏福 2005 物理学报 **54** 5339]
[11] Huang H J 1965 *Principle of Microwave* 215-246 (in Chinese) [黄宏嘉 微波原理(卷 1) 1965 (北京 科学出版社) 215-246]
[12] Qian J R, Huang H J 1965 *Acta Electronica Scini* 67-72 (in Chinese) [钱景仁、黄宏嘉 1965 电子学报 67-72]
[13] Fliflet 1982 *Int. J. Electron.* **53** 505
[14] Flyagin V A, Gaponov 1977 *IEEE Tran. Microwave Theory. Tech.* **25** 514
[15] Chen C P, Wurtele J S 1991 *Phys. Fluids* B **3** 2133

The linear theory of helically corrugated gyro-TWT *

Zhang Ya-Xin† Zhu Da-Jun Liu Sheng-Gang Wang E-Feng
(*School of Physical Electronics, University of Electronics Science and Technology of China, Chengdu* 610054, *China*)
(Received 20 February 2006; revised manuscript received 14 March 2006)

Abstract

Based on the theory of coupled-wave, the dispersion equation and coupling condition of helically corrugated waveguide are obtained by the method of impedance perturbation. Then the nonlinear coupled equations are obtained from the relativistic equation which describes the motion of electrons. The numerical calculation and analysis of cold cavity by PIC software are applied to analyze both hot and cold dispersion characteristics of this waveguide.

Keywords: spiral corrugated waveguide, impedance perturbation, linear theory, nonlinear coupled equations
PACC: 3310, 4170, 5275, 1150

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10390160, 60472013) 资助的课题.
† E-mail: iamaxin@163.com, iamaxin@tom.com