

# 有限温度下二维 Heisenberg 铁磁系统的 横向声频支声子激发\*

成泰民<sup>1)†</sup> 鲜于泽<sup>2)</sup>

1) 沈阳化工学院数理系 沈阳 110142)

2) 东北大学理学院 沈阳 110004)

(2006 年 1 月 23 日收到 2006 年 3 月 11 日收到修改稿)

在二维正方 Heisenberg 铁磁系统的基础上建立了磁振子-声子相互作用模型. 利用 Matsubara 格林函数理论研究了系统的横向声频支声子激发, 计算了布里渊区的主要对称点线上的横向声频支声子色散曲线, 发现在第一布里渊区的  $\Sigma$  线上, 小波矢区 ( $\Gamma$  附近  $k_x a < 0.2$ ) 横向声频支声子有硬化现象, 但是在软化区 ( $0.25 < k_x a < 0.7$ ) 有横向声频支声子有软化现象, 在  $M$  附近 ( $0.75 < k_x a$ ) 横向声频支声子有硬化现象. 在  $\Delta$  线上没有发生横向声频支声子有软化与硬化现象. 在  $Z$  线上小波矢区 ( $X$  附近  $k_x a < 0.65$ ) 横向声频支声子有软化现象, 但是在  $M$  附近横向声频支声子有硬化现象. 并且又讨论了各项参数对横向声频支声子激发的影响, 发现磁振子-声子耦合与自旋波刚度常数对横向声频支声子软化起很大的作用.

关键词: 磁振子-声子相互作用, 横向声频支声子软化, Matsubara 格林函数理论, 铁磁系统

PACC: 7136, 7650, 7255

## 1. 引 言

关于考虑磁振子-声子耦合的情况下研究磁有序物质的声子衰减方面的论文不多<sup>[1-3]</sup>. 而且磁振子-声子耦合的情况下研究声子色散是处于空白. 但是电子-声子耦合下的声子激发<sup>[4-10]</sup>研究很多. 晶态  $\text{Fe}_{65}\text{Ni}_{35}$ <sup>[11]</sup>,  $\text{Fe}_{72}\text{Pt}_{28}$ <sup>[12,13]</sup> 和  $\text{Fe}_{70}\text{Mn}_{30}$ <sup>[14]</sup> 因瓦合金的非弹性中子散射实验中均发现了横向声频支声子模式 ( $[\Gamma 110] \Gamma A_1$ ) 在磁相变温度以下变软. 但是没有发现纵向声频支声子的软化现象. 在晶态因瓦合金中, 虽然存在磁性电子的巡游性及局域性, 但是只考虑局域性也可以得到部分有意义的结果. Xianyu 和 Lu 等研究非晶态因瓦合金  $\text{Fe}_{86}\text{Co}_4\text{Zr}_{10}$  广义声子态密度时发现了低能广义声子谱的软化现象<sup>[15,16]</sup>. 他们都以电子-声子相互作用形式解释了这一现象. Xianyu 和 Lu 等进一步指出, 声子激发也将产生“磁矩效应”, 这就暗示着“磁振子-声子相互作用”的存在, 但是未能得到理论证明. 但是这些现象都是在磁相变温度

以下发生的, 那么磁振子是存在的, 难道磁振子对声子软化没有贡献? 带着这样的疑问我们对有限温度下的二维 Heisenberg 铁磁系统的声子色散曲线与衰减进行了系统的研究, 在低维铁磁性系统 He 与 Liu<sup>[17]</sup> 的对于具有自旋流的铁磁性纳米线的非线性磁化动力学的研究等, 这些都有助于全面揭示 Ishikawa 所预期的“潜藏”的磁激发<sup>[18]</sup>.

## 2. 声子谱的重正化

为了得到引入磁振子-声子相互作用微扰后的横向声频支声子能量, 我们对其做了重正化处理.

为此, 先介绍二维 Heisenberg 铁磁系统的磁振子-声子耦合模型及系统的 Hamiltonian<sup>[19,20]</sup>

$$H^p = \sum_{\sigma} \left[ b_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{q}) b_{\sigma}(\mathbf{q}) + \frac{1}{2} \right] \hbar \omega_{\sigma}(\mathbf{q}), \quad (1)$$

$\sigma$  表示不同的本征值,

$$H^s = -J_0 NZS^2 + \sum_{\mathbf{k}} E_{\text{m}}(\mathbf{k}) a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}}, \quad (2)$$

其中

\* 辽宁省教育厅高等学校科学研究项目(批准号 2005325)资助的课题.

† E-mail: ctm701212@126.com.

$$E_{m0}(\mathbf{k}) = 2ZJ_0 S(1 - \gamma_k),$$

$$\gamma_k = Z^{-1} \sum_{\delta} \exp(i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\delta}), \quad (3)$$

$$H^{\text{sp}} = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}, \sigma} M_{kq\sigma} a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} B_{\sigma}(\mathbf{q}), \quad (4)$$

其中

$$M_{kq\sigma} = C\Phi_{\sigma}(\mathbf{k}, \mathbf{q}), \quad (5)$$

$$C = 2S \left( \frac{\hbar}{2N\sqrt{f_1 M}} \right)^{1/2} |\nabla \mathcal{K}(a)|, \quad (6)$$

$$\Phi_{\sigma}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{i}{\sqrt{\psi_{p\sigma}(\mathbf{q})}} \left\{ \sum_{\delta} [e_{\sigma}(\mathbf{q}) \cdot \boldsymbol{\delta} / |\boldsymbol{\delta}|] \right. \\ \times [\sin(\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\delta}) - \sin(\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\delta} + \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\delta}) \\ \left. + \sin(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\delta}) \right\}. \quad (7)$$

因而各向同性绝缘铁磁晶体的总哈密顿量为

$$H = H_0 + H^{\text{sp}}, \quad (8)$$

其中  $H_0$  是无微扰的简谐哈密顿量,

$$H_0 = H^s + H^p. \quad (9)$$

对于正方绝缘铁磁体而言,利用晶格动力学可求得

$$E_{\text{po}\sigma}(\mathbf{q}) = \hbar\omega_{\sigma}(\mathbf{q}) = \hbar\sqrt{f_1/M}\psi_{p\sigma}(\mathbf{q}) \quad (\sigma = 1, 2), \quad (10)$$

对应的极化向量以直角坐标轴的分量形式表示为

$\{e_{\alpha\sigma}(\mathbf{q}), e_{\sigma\gamma}(\mathbf{q})\}$ .

$$\psi_{p1}(\mathbf{q}) = \sqrt{A_{11} - A_{12}},$$

$$e_{1x}(\mathbf{q}) = \Delta_1 / \sqrt{\Delta_1^2 + 1},$$

$$e_{1y}(\mathbf{q}) = 1 / \sqrt{\Delta_1^2 + 1},$$

$$\psi_{p2}(\mathbf{q}) = \sqrt{A_{11} + A_{12}},$$

$$e_{2x}(\mathbf{q}) = \Delta_2 / \sqrt{\Delta_2^2 + 1},$$

$$e_{2y}(\mathbf{q}) = 1 / \sqrt{\Delta_2^2 + 1}, \quad (11)$$

其中

$$\Delta_1 = (2\eta)^{-1} \text{csc}(q_x a) \text{csc}(q_y a) \\ \times [-\cos(q_x a) + \cos(q_y a) - A_{12}],$$

$$\Delta_2 = (2\eta)^{-1} \text{csc}(q_x a) \text{csc}(q_y a) \\ \times [-\cos(q_x a) + \cos(q_y a) + A_{12}],$$

$$A_{11} = 2 + 2\eta - \cos(q_x a) - \cos(q_y a) \\ - 2\eta \cos(q_x a) \cos(q_y a),$$

$$A_{12} = \{[\cos(q_x a) - \cos(q_y a)]^2 \\ + 4\eta^2 \sin^2(q_x a) \sin^2(q_y a)\}^{1/2}. \quad (12)$$

利用自旋动力学可求正方绝缘铁磁体的简谐形式的磁振子谱

$$E_{m0}(\mathbf{k}) = 4J_0 S\psi_m(\mathbf{k}), \quad (13)$$

其中

$$\psi_m(\mathbf{k}) = 2 - \cos(k_x a) - \cos(k_y a). \quad (14)$$

对于二维正方晶格而言  $\eta = f_2/f_1$  (其中  $f_1$  最近邻力常数,  $f_2$  次近邻力常数).

(1)式、(2)式至(9)式、(10)式至(14)式确定了各向同性二维正方 Heisenberg 铁磁系统的哈密顿量,我们可以用 Matsubara 格林函数理论分析其系统.与文献 [19, 20] 中同样的方法及步骤可以得到声子的二阶 Matsubara 格林函数费曼图如图 1 所示.

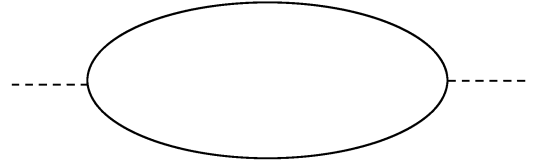


图 1 磁振子-声子耦合下声子的二阶松原格林函数费曼图

按图 1 声子的二阶 Matsubara 格林函数为

$$\mathcal{D}_{\sigma}^{(2)}(\mathbf{q}, i\epsilon_m) = \frac{-1}{\beta S_{\text{lattice}}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{i\epsilon_n} |M_{kq\sigma}|^2 \mathcal{D}_{\sigma}^0(\mathbf{q}, i\epsilon_n) \\ \times \mathcal{D}^0(\mathbf{k}, i\epsilon_n) \mathcal{D}^0(\mathbf{k} + \mathbf{q}, i\epsilon_m + i\epsilon_n) \\ \times \mathcal{D}_{\sigma}^0(\mathbf{q}, i\epsilon_m), \quad (15)$$

与之对应的声子的一级正规自能为

$$\Pi_{\sigma}^{*(1)}(\mathbf{q}, i\epsilon_m) = \frac{-1}{\beta S_{\text{lattice}}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{i\epsilon_n} |M_{kq\sigma}|^2 \\ \times \mathcal{D}^0(\mathbf{k}, i\epsilon_n) \\ \times \mathcal{D}^0(\mathbf{k} + \mathbf{q}, i\epsilon_n + i\epsilon_m) \quad (16)$$

对(16)式频率求和得

$$\Pi_{\sigma}^{*(1)}(\mathbf{q}, i\epsilon_m) = \frac{-1}{S_{\text{lattice}}} \sum_{\mathbf{k}} |M_{kq\sigma}|^2 \\ \times \left\{ \frac{N_B(E_m(\mathbf{k})) - N_B(E_m(\mathbf{k} + \mathbf{q}))}{i\epsilon_m + E_m(\mathbf{k}) - E_m(\mathbf{k} + \mathbf{q})} \right\}. \quad (17)$$

利用 Dyson's 方程,可求得声子的二阶 Matsubara 格林函数

$$\mathcal{D}_{\sigma}^{(2)}(\mathbf{q}, i\epsilon_m) = \frac{1}{(\mathcal{D}_{\sigma}^0(\mathbf{q}, i\epsilon_m))^{-1} - \Pi_{\sigma}^{*(1)}(\mathbf{q}, i\epsilon_m)}, \quad (18)$$

并且利用 Matsubara 格林函数与推迟热力学格林函数之间的关系

$$\mathcal{D}_{\sigma}(\mathbf{q}, i\epsilon_m) \xrightarrow{i\epsilon_m \rightarrow \tilde{E}_{\rho\sigma}(\mathbf{q}) + 0^+} D_{\text{retarded}}(\mathbf{q}, \tilde{E}_{\rho\sigma}(\mathbf{q})), \quad (19)$$

对于二维布里渊区而言

$$\sum_k(\dots) = S_{\text{lattice}}(2\pi)^{-2} \iint dk_x dk_y(\dots), \quad (20)$$

令

$$\prod_{\sigma}^{*(1)}(\mathbf{q}, i\epsilon_m) = \text{Re}\left(\prod_{\sigma}^{*(1)}(\mathbf{q}, i\epsilon_m)\right) + i\text{Im}\left(\prod_{\sigma}^{*(1)}(\mathbf{q}, i\epsilon_m)\right), \quad (21)$$

利用(18)式至(21)式,可求得声子的推迟热力学格林函数

$$D_{\text{retarded}}^{(2)}(\mathbf{q}, \tilde{E}_{\rho\sigma}(\mathbf{q})) = \frac{2E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q})}{(\tilde{E}_{\rho\sigma}(\mathbf{q}) + i0^+)^2 - (E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q}))^2 - 2E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q})\prod_{\sigma}^{*(1)}(\mathbf{q}, \tilde{E}_{\rho\sigma}(\mathbf{q}) + i0^+)}. \quad (22)$$

然后利用  $\frac{1}{x + i0^+} = P\left(\frac{1}{x}\right) - i\pi\delta(x)$  其中  $P$  表示积分主值,求其极点,并令

$$\tilde{E}_{\rho\sigma}(\mathbf{q}) = E_{\rho\sigma}(\mathbf{q}) - i\Gamma_{\rho\sigma}(\mathbf{q}), \quad (23)$$

其中  $E_{\rho\sigma}(\mathbf{q})$  是声子的重正化能量,因此是实数.  
 $\Gamma_{\rho\sigma}(\mathbf{q})$  是代表声子波(即晶格振动形式的 Bloch 波 = 格波)的衰减,也是实数.

最后求其极点的实部与虚部如下:

极点的实部为

$$E_{\rho\sigma}(\mathbf{q}) = \left(\frac{\Omega_{\sigma} + \sqrt{\Omega_{\sigma}^2 + 4\Delta_{\sigma}^2}}{2}\right)^{1/2}. \quad (24)$$

极点的虚部为

$$\Gamma_{\rho\sigma}(\mathbf{q}) = \hbar(2\tau_{\sigma}), \quad (25)$$

$$\Gamma_{\rho\sigma}(\mathbf{q}) = \frac{-E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q})\text{Im}\prod_{\sigma}^{*(1)}(\mathbf{q}, E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q}))}{E_{\rho\sigma}(\mathbf{q})}, \quad (26)$$

其中

$$\Omega_{\sigma} = (E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q}))^2 + 2E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q}) \times \text{Re}\prod_{\sigma}^{*(1)}(\mathbf{q}, E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q})), \quad (27)$$

$$\Delta_{\sigma} = E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q})\text{Im}\prod_{\sigma}^{*(1)}(\mathbf{q}, E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q})), \quad (28)$$

其中

$$\text{Re}\prod_{\sigma}^{*(1)}(\mathbf{q}, E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q})) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint dk_x dk_y |M_{k\rho\sigma}|^2 \times \left\{ \frac{N_B(E_{m0}(\mathbf{k})) - N_B(E_{m0}(\mathbf{k} + \mathbf{q}))}{E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q}) + E_{m0}(\mathbf{k}) - E_{m0}(\mathbf{k} + \mathbf{q})} \right\}, \quad (\sigma = 1, 2) \quad (29)$$

$$- \text{Im}\prod_{\sigma}^{*(1)}(\mathbf{q}, E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q})) = \frac{\pi}{(2\pi)^2} \iint dk_x dk_y |M_{k\rho\sigma}|^2 \times \{N_B(E_{m0}(\mathbf{k})) - N_B(E_{m0}(\mathbf{k} + \mathbf{q}))\} \times \delta(E_{\rho\sigma 0}(\mathbf{q}) + E_{m0}(\mathbf{k}) - E_{m0}(\mathbf{k} + \mathbf{q})), \quad (\sigma = 1, 2) \quad (30)$$

为了数值计算上的方便令

$$\begin{aligned} C(4\pi aJ_0 S) &= \alpha_1; \\ \hbar\sqrt{f_1/M}(4J_0 S) &= \alpha_2; \\ 4J_0 S/\hbar_B &= T_m, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} E_{\rho m} &= \hbar\sqrt{f_1/M}; \\ \beta_1 &= C/(\pi E_{\rho m} a); \\ \beta_2 &= 4J_0 S/E_{\rho m}, \end{aligned} \quad (32)$$

(31)式与(32)式对比得

$$\beta_1 = \alpha_1/\alpha_2, \beta_2 = 1/\alpha_2. \quad (33)$$

### 3. 横向声频支声子色散曲线

在有限温度下,把(1)式、(2)式至(14)式、(27)

式至(33)式代入到(24)式.处理(7)式时,必须考虑其晶格的对称性<sup>[19-21]</sup>.并且利用  $I = \int_a^b \mathcal{F}(x)\delta[g(x)]dx = \sum_i \mathcal{F}(x_i)/|g'(x_i)|$  进行了数值计算.数值计算中上述诸式中  $\sigma$  都取了  $\sigma = 1$ (即只考虑了横向声频支声子).数值计算中,我们虽参照了钙钛矿  $\text{Pr}_{0.63}\text{Sr}_{0.37}\text{MnO}_3$  的测量数据<sup>[22,23]</sup>,  $a = 0.386\text{nm}$ ,  $D = 2J_0 Sa^2 = 0.0165\text{eV}(\text{nm})^2$ ,  $\hbar_B = 8.617385(73) \times 10^{-5}\text{eV}\text{K}^{-1}$ ,从而得  $T_m = 257.02\text{K}$ ,但是对于定性解释铁磁系统的声子激发还是有一定的意义,所得到的结论对于磁性电子具有局域性的铁磁系统有一定的共性.参数  $\alpha_1, \alpha_2, \eta, T_m$  以及温度  $T$  的变化下的数值计算结果如下:

图2至图7说明,在  $\Sigma$  线(包括  $\Gamma$  点,  $M$  点)上,

随波矢  $q$  增加在  $\Gamma$  点附近横向声频支声子谱急剧硬化. 横向声频支声子谱的硬化达到极大后, 横向声频支声子谱的硬化开始逐渐减弱最终消失. 而后开始出现了横向声频支声子谱的软化, 横向声频支声子谱的软化随波矢  $q$  增加逐渐增大, 横向声频支声子谱的软化达到极大后, 横向声频支声子谱的软化开始逐渐减弱.  $\alpha_2$  参量小条件下横向声频支声子谱随波矢  $q$  增加最终软化消失, 然后又开始逐渐硬化.

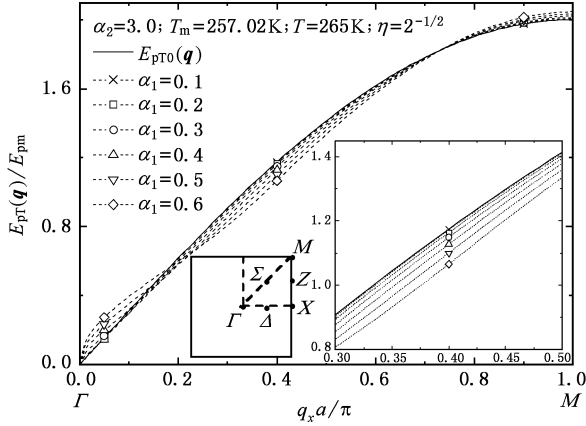


图 2 在  $\Sigma$  线 (包括  $\Gamma, M$  点) 上, 不同的  $\alpha_1$  参量下的横向声频支声子谱

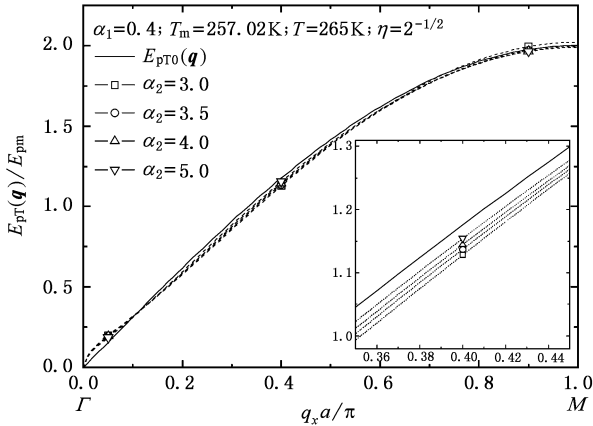


图 3 在  $\Sigma$  线 (包括  $\Gamma, M$  点) 上, 不同的  $\alpha_2$  参量下的横向声频支声子谱

图 2 说明,  $\alpha_1$  参量越大在  $\Gamma$  点附近横向声频支声子谱硬化越大, 并且在小波矢区的硬化区域增宽, 在  $\Sigma$  线上的软化区域变窄, 但是在软化区中心附近  $\alpha_1$  参量越大, 横向声频支声子谱软化越大. 但是横向声频支声子谱从软化到硬化的波矢位置相同. 在布里渊区边界附近的横向声频支声子谱的硬化区域不变, 并且  $\alpha_1$  参量越大横向声频支声子谱硬化越

大. 从 (31) 式可知, 磁振子 - 声子耦合越强, 在软化区中心附近横向声频支声子谱软化越强. 这与因瓦效应愈大, 磁弹耦合系数  $\kappa_C$  愈大较相符.

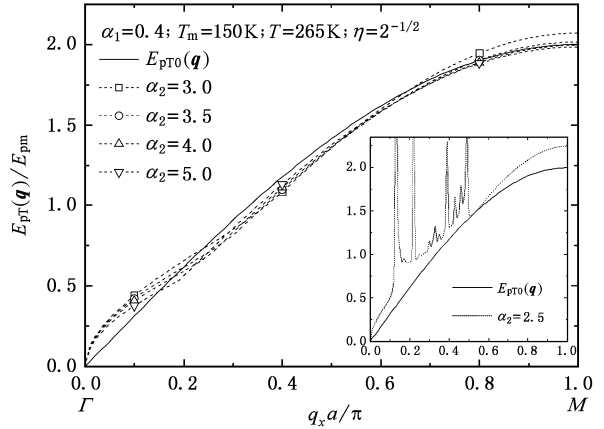


图 4 在  $\Sigma$  线 (包括  $\Gamma, M$  点) 上, 不同的  $\alpha_2$  参量下的横向声频支声子谱

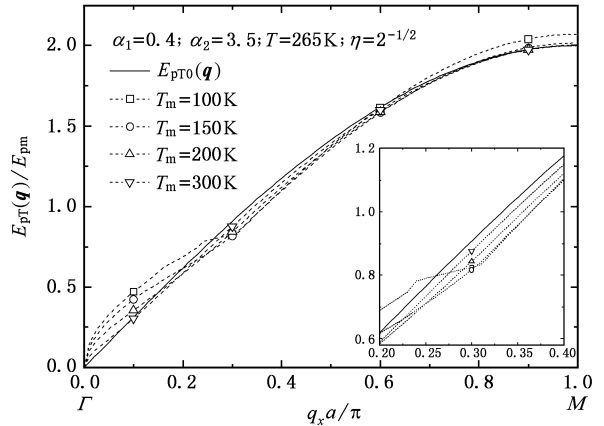


图 5 在  $\Sigma$  线 (包括  $\Gamma, M$  点) 上, 不同的  $T_m$  参量下的横向声频支声子谱

图 3, 图 4 说明,  $\alpha_2$  参量越小在  $\Gamma$  点附近横向声频支声子谱硬化越大, 并且在小波矢区的硬化区域增宽. 在布里渊区边界附近的横向声频支声子谱的硬化区域也增宽, 并且  $\alpha_2$  参量越小横向声频支声子谱硬化越大. 在  $\Sigma$  线上的软化区域变窄, 但是在软化区中心附近  $\alpha_2$  参量越小, 横向声频支声子谱软化越大. 小到某一临界值开始在  $\Sigma$  线上的软化区域彻底消失, 横向声频支声子谱线在整个  $\Sigma$  线上硬化了, 并且出现了强烈的振荡. 但是  $\alpha_2$  大到某一临界值开始在布里渊区边界附近不出现横向声频支声子谱的硬化, 而出现了软化. 从 (31) 式可知,  $\alpha_2 \propto \Theta_D$  (材料的德拜温度  $\Theta_D$ ) 即  $\Theta_D$  越低在软化区中心

附近横向声频支声子谱软化越大. 这与同类因瓦合金中随成分的不同, 所发现的实验现象中因瓦效应愈大的其德拜温度  $\theta_D$  愈小较相符<sup>[24]</sup>.

图 5 说明,  $T_m$  参量越小在  $\Gamma$  点附近横向声频支声子谱硬化越大, 并且在小波矢区的硬化区域增宽. 在布里渊区边界附近的横向声频支声子谱的硬化区域也增宽, 并且  $T_m$  参量越小横向声频支声子谱硬化越大. 在  $\Sigma$  线上的软化区域变窄, 但是在软化区中

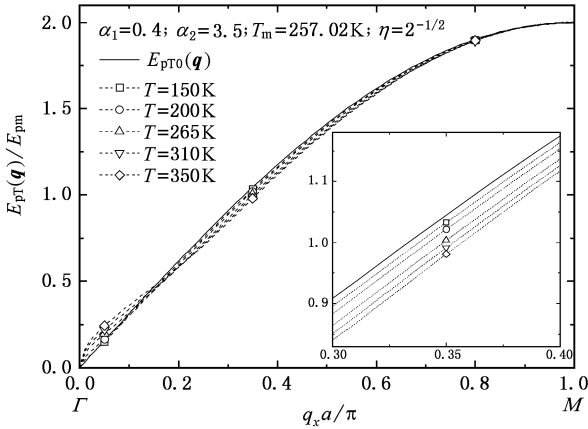


图 6 在  $\Sigma$  线 (包括  $\Gamma, M$  点) 上, 不同的温度  $T$  下的横向声频支声子谱

心附近  $T_m$  参量越小, 横向声频支声子谱软化越大. 从 (31) 式可知,  $T_m \propto D$  (自旋波劲度常数  $D$ ) 即  $D$  越小在软化区中心附近横向声频支声子谱软化越大. 这也与因瓦效应愈大, 自旋波劲度常数  $D$  愈小的实验现象较相符<sup>[25, 26]</sup>.

图 6 说明, 温度越高在  $\Gamma$  点附近横向声频支声子谱硬化越大, 并且在小波矢区的硬化区域增宽. 在布里渊区边界附近的横向声频支声子谱的硬化区域

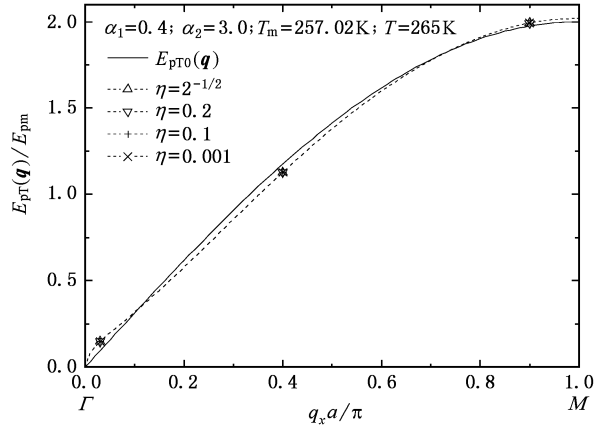


图 7 在  $\Sigma$  线 (包括  $\Gamma, M$  点) 上, 不同的  $\eta$  参量下的横向声频支声子谱

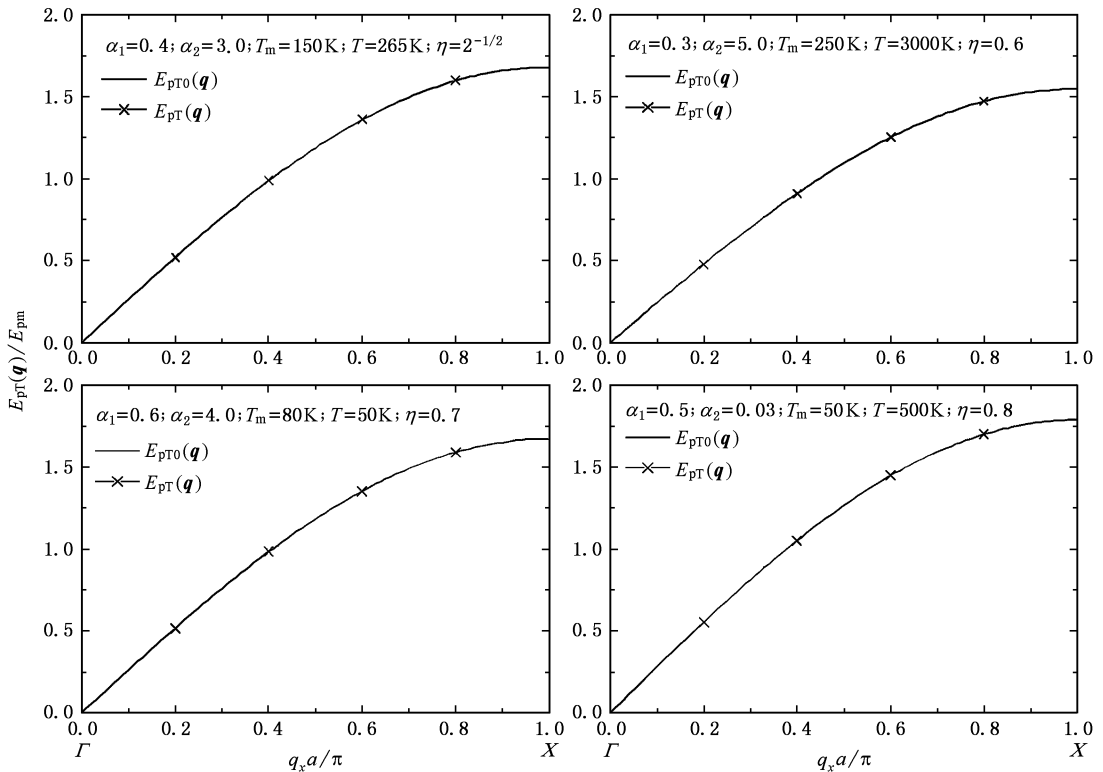


图 8 在  $\Delta$  线 (包括  $\Gamma, X$  点) 上, 不同的参量下的横向声频支声子谱

也增宽,并且温度越高横向声频支声子谱硬化越大.在  $\Sigma$  线上的软化区域变窄,但是在软化区中心附近温度越高,横向声频支声子谱软化越大.磁相变温度以下的因瓦合金的行为与此相近,但是对于磁相变温度附近的反常行为无法解释.我们认为这是没有考虑电子-声子相互作用与电子的巡游性之故.

图 7 说明,在  $\Sigma$  线(包括  $\Gamma$  点,  $M$  点)上横向声频支声子谱的硬化和软化与  $\eta$  参量无关.这说明在  $\Sigma$  线(包括  $\Gamma$  点,  $M$  点)上横向声频支声子谱的硬化和软化只与最近邻力常数  $f_1$  有关.最近邻力常数  $f_1$  对横向声频支声子谱的硬化和软化起主要作用.

图 8 说明,在  $\Delta$  线(包括  $\Gamma$ ,  $X$  点)上,不发生横向声频支声子谱的软化与硬化.

图 9 至图 14 说明,在  $Z$  线(包括  $X$ ,  $M$  点)上横向声频支声子谱随波矢  $q$  增加软化越大,软化达到极大后开始逐渐减弱,直至消失,而后开始随波矢  $q$  增加横向声频支声子谱逐渐硬化.但  $\alpha_2$  参量大的条件下,在布里渊区边界附近横向声频支声子谱不出现硬化.

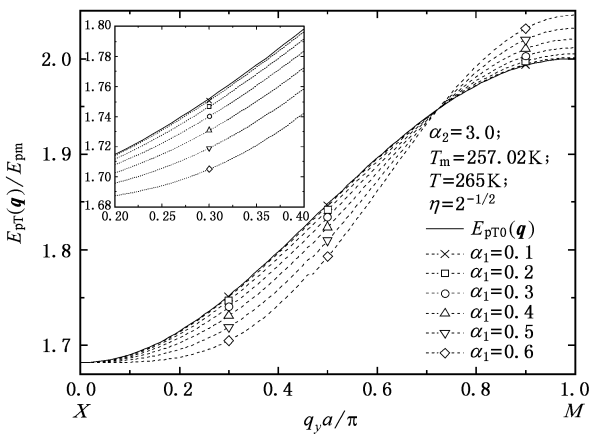


图 9 在  $Z$  线(包括  $X$ ,  $M$  点)上,不同的  $\alpha_1$  参量下的横向声频支声子谱

图 9 说明,  $\alpha_1$  参量越大横向声频支声子谱在软化区软化越大.软化区与硬化区不随  $\alpha_1$  参量改变发生变化.即横向声频支声子谱从软化到硬化的波矢位置不改变.但是在布里渊区边界附近  $\alpha_1$  参量越大横向声频支声子谱硬化越大.所以磁振子-声子耦合越强,在软化区横向声频支声子谱软化越大.

图 10 说明,  $\alpha_2$  参量越小横向声频支声子谱在软化区软化越大.  $\alpha_2$  参量越小软化区变窄,布里渊区边界附近的硬化区增宽.在硬化区  $\alpha_2$  参量越小,声频支声子谱硬化越大.但是  $\alpha_2$  参量大到某一临界值

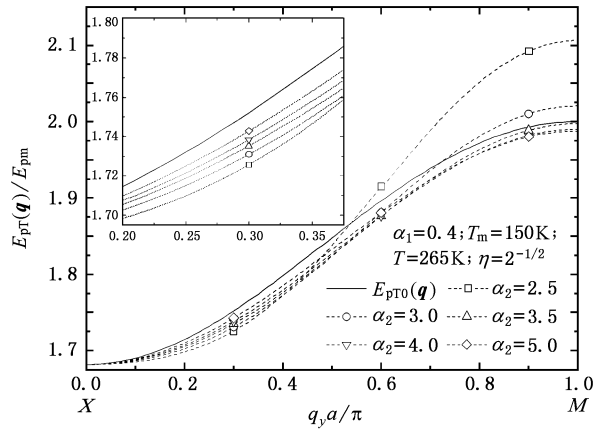


图 10 在  $Z$  线(包括  $X$ ,  $M$  点)上,不同的  $\alpha_2$  参量下的横向声频支声子谱

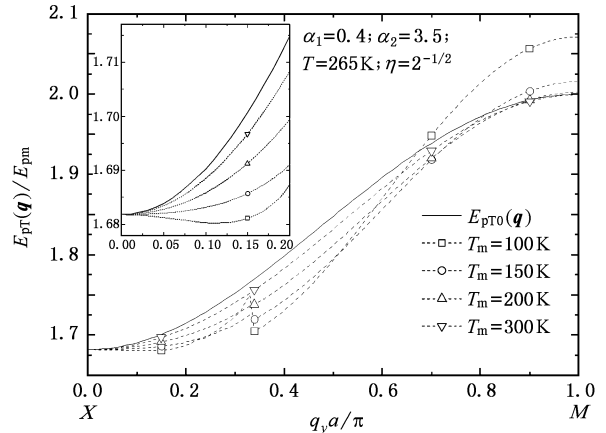


图 11 在  $Z$  线(包括  $X$ ,  $M$  点)上,不同的  $T_m$  参量下的横向声频支声子谱

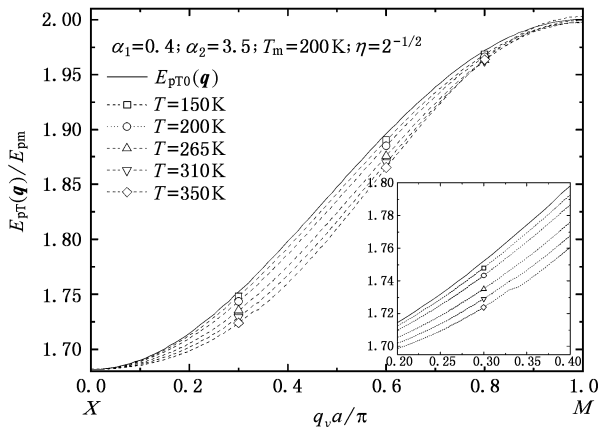


图 12 在  $Z$  线(包括  $X$ ,  $M$  点)上,不同的温度  $T$  下的横向声频支声子谱

开始在  $Z$  线(包括  $X$ ,  $M$  点)上,横向声频支声子谱

不出现硬化. 所以材料的德拜温度  $\Theta_D$  越小, 横向声

频支声子谱在软化区软化越大.

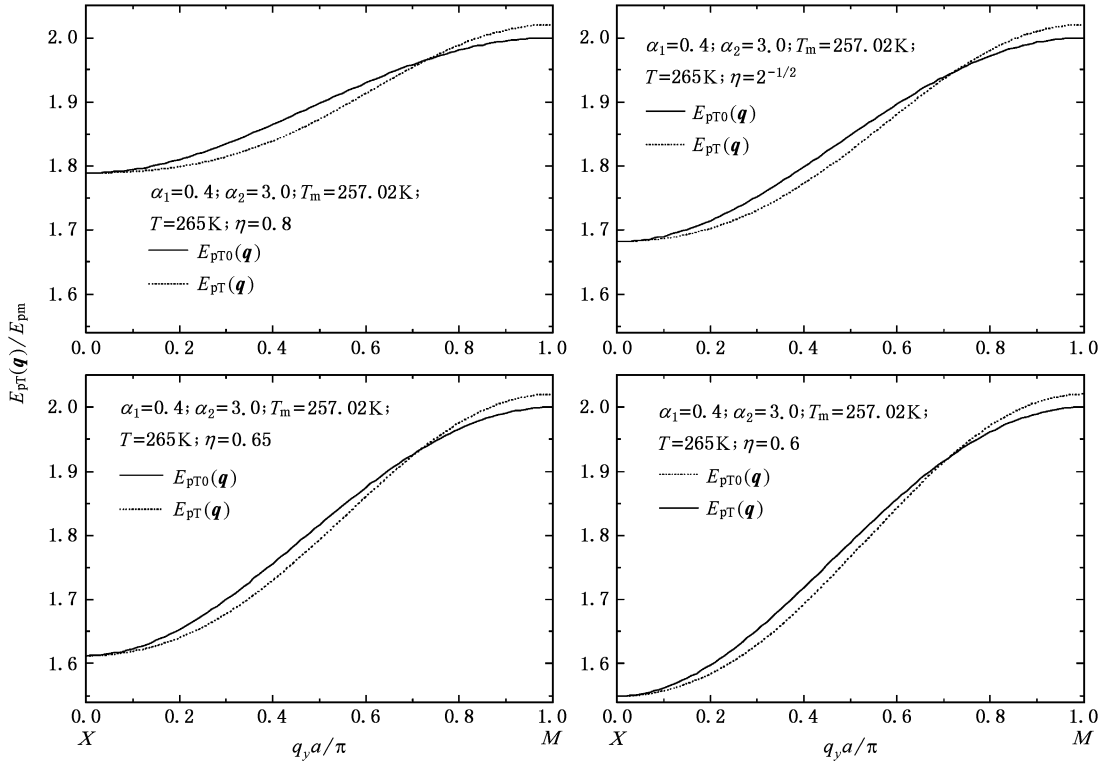


图 13 在  $Z$  线 (包括  $X, M$  点) 上, 不同的  $\eta$  参量下的横向声频支声子谱

图 11 说明,  $T_m$  参量越小横向声频支声子在软化区软化越大, 但是  $T_m$  参量小到某一临界值开始发生振荡.  $T_m$  参量越小软化区变窄, 布里渊区边界附近的硬化区增宽. 在硬化区  $T_m$  参量越小, 声频支声子谱硬化越大. 但是  $T_m$  参量大到某一临界值开始在  $Z$  线 (包括  $X, M$  点) 上, 横向声频支声子谱不出现硬化. 所以材料的自旋波劲度常数  $D$  越小, 横向声频支声子谱在软化区软化越大. 这与文献 [25, 26] 的实验结果较相符.

图 12 说明, 温度越高横向声频支声子在软化区软化越大, 但是温度大到某一临界值开始在布里渊区边界附近出现了硬化, 从而软化区开始变窄.

图 13, 图 14 说明, 在  $Z$  线 (包括  $X, M$  点) 上, 最近邻力常数  $f_1$  对横向声频支声子谱的硬化和软化起主要作用.  $\eta$  参量对横向声频支声子谱的硬化和软化起的作用不大, 但是在小波矢区  $\eta$  参量越小横向声频支声子软化越强.  $\alpha_1 = 0.4, \alpha_2 = 3.0, T_m = 257.02 \text{ K}, T = 265 \text{ K}$  时, 在  $Z$  线 (包括  $X, M$  点) 上  $q_y a / \pi = 0.42$  点附近, 开始  $\eta$  参量越小横向声频支声子软化越弱.  $q_y a / \pi = 0.72$  点附近,  $\eta$  参量小的横向

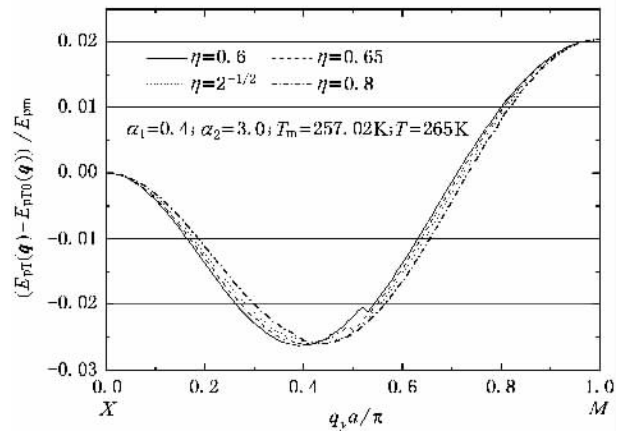


图 14 在  $Z$  线 (包括  $X, M$  点) 上, 不同的  $\eta$  参量下微扰与未微扰时的横向声频支声子的能量差

声频支声子先开始硬化, 而且在硬化区  $\eta$  参量越小横向声频支声子硬化越强. 并且在  $M$  点的硬化与  $\eta$  参量无关.

### 4. 结 论

在有限温度下, 通过系统地研究磁振子 - 声子

耦合对二维海森堡铁磁系统的横向声频支声子色散的影响如下:

1. 磁振子 - 声子耦合越强, 材料的德拜温度  $\Theta_D$  越小, 磁相变温度  $T_c$  以下, 温度越高, 横向声频支声子在软化区软化越明显.

2. 自旋波劲度常数  $D$  越小, 横向声频支声子在软化区软化越明显, 在硬化区硬化更强. 这一结果与晶态因瓦合金中的横向声频支声子的软化行为非常相似, 从而间接地证实了晶态因瓦合金中的横向声频

支声子软化现象也与磁振子 - 声子相互作用有关.

3. 次近邻力常数  $f_2$  与最近邻力常数  $f_1$  的比值  $\eta$ , 对横向声频支声子的软化与硬化所起的影响很小.

对横向声频支声子软化起主要的是自旋波劲度常数  $D$ 、磁振子 - 声子耦合强度、材料的德拜温度  $\Theta_D$ 、温度  $T$ . 并且这些行为与晶态因瓦合金在磁相变温度以下的行为非常相似. 这间接地说明因瓦合金中存在“磁振子 - 声子相互作用”.

- [ 1 ] Wan J F, Lei X L, Chen S P, Xu Z P 2004 *Phys. Lett. A* **327** 216
- [ 2 ] Wang X B, Li J X, Jiang Q, Zhang Z H 1994 *Phys. Rev. B* **50** 7056
- [ 3 ] Wesselinowa J M 2004 *J. Magn. Magn. Mater.* **279** 276
- [ 4 ] Wang L T, Wu C Q 1996 *Acta Phys. Sin.* **45** 1717 ( in Chinese )  
[ 王连涛、吴长勤 1996 物理学报 **45** 1717 ]
- [ 5 ] Kim D J 1988 *Phys. Rep.* **171** 129
- [ 6 ] Kim D J 1982 *Phys. Rev. B* **25** 6919
- [ 7 ] Kim D J 1989 *Phys. Rev. B* **39** 6844
- [ 8 ] Kim D J 1993 *J. Magn. Magn. Mater.* **125** L257
- [ 9 ] Kim D J 1988 *J. Magn. Magn. Mater.* **74** L255
- [ 10 ] Kim D J 1988 *Phys. Rev. B* **37** 3948
- [ 11 ] Noda Y, Endoh Y 1988 *J. Phys. Soc. Jpn.* **57** 4225
- [ 12 ] Tajima K, Endoh Y, Ishikawa Y 1976 *Phys. Rev. Lett.* **37** 519
- [ 13 ] Wiele N, Franz H, Petry W 1999 *Physica B* **263-264** 716
- [ 14 ] Endoh Y 1979 *J. Magn. Magn. Mater.* **10** 177
- [ 15 ] Lu Z C, Xianyu Z, Li J Z, Kang J, Ye C T, Li Z Q, Shen B G 1995 *J. Magn. Magn. Mater.* **140-144** 219
- [ 16 ] Xianyu Z, Li J Z, Lu Z C, Kang J, Ye C T, Li Z Q 1995 *Physica B* **213-214** 535
- [ 17 ] He P B, Liu W M 2005 *Phys. Rev. B* **72** 064410
- [ 18 ] Ishikawa Y, Onda S, Tajima 1979 *J. Magn. Magn. Mater.* **10** 813
- [ 19 ] Cheng T M, Xianyu Z, Du A, Zou J D 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2239 ( in Chinese ) [ 成泰民、鲜于泽、杜安、邹君鼎 2005 物理学报 **54** 2239 ]
- [ 20 ] Cheng T M, Xianyu Z, Du A 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5314 ( in Chinese ) [ 成泰民、鲜于泽、杜安 2005 物理学报 **54** 5314 ]
- [ 21 ] Cheng T M, Xianyu Z, Gang T C 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2941 ( in Chinese ) [ 成泰民、鲜于泽、铁臣 2006 物理学报 **55** 2941 ]
- [ 22 ] Dai P C, Hwang H Y, Fernandez-Baca J A, Cheong S W, Kloc C, Tomioka Y, Tokura Y 2000 *Phys. Rev. B* **61** 9553
- [ 23 ] Hwang H Y, Dai P, Cheong S W, Aepli G, Tennant D A, Mook H A 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 1316
- [ 24 ] Wassermann E F, Schubert N, Kästner J, Rellinghaus B 1995 *J. Magn. Magn. Mater.* **140-144** 229
- [ 25 ] Xianyu Z, Ishikawa Y, Fukunaga T, Watanabe N 1985 *J. Phys. F: Met. Phys.* **15** 1787
- [ 26 ] Fernandez-Baca J A, Lynn J W, Rhyne J J, Fish G E 1987 *Phys. Rev. B* **36** 8497

# Transverse acoustic phonon excitation of two-dimensional Heisenberg ferromagnetic system<sup>\*</sup>

Cheng Tai-Min<sup>1)†</sup> Xianyu Ze<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> *Department of Mathematics and Physics, Shenyang Institute of Chemical Technology, Shenyang 110142, China*

<sup>2)</sup> *Department of Physics School of Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China*

(Received 23 January 2006; revised manuscript received 11 March 2006)

## Abstract

A magnon-phonon interaction model is developed on the basis of two-dimensional square Heisenberg ferromagnetic system. The transverse acoustic phonon excitation is studied through Matsubara Green function theory, and the transverse acoustic phonon dispersion curve is calculated at the main symmetric point and on the symmetric line in the first Brillouin zone. It is found that on the line  $\Sigma$  in first Brillouin zone, there is hardening for the transverse acoustic phonon in the smaller wave vector zone (point  $\Gamma$  near  $k_x a < 0.2$ ), but there is softening for the transverse acoustic phonon in the softening zone ( $0.25 < k_x a < 0.7$ ), there is hardening for the transverse acoustic phonon at point  $M$  near ( $0.75 < k_x a$ ). On the line  $\Delta$ , there is no phonon softening and hardening for transverse acoustic phonon. On the line  $Z$ , there is softening for transverse acoustic phonon in smaller wave vector zone (point  $X$  near  $k_x a < 0.65$ ), but there is hardening for the transverse acoustic phonon at the point  $M$  nearby. The influences of different parameters on the transverse acoustic phonon excitation are also illustrated. It is found that the coupling of the magnon-phonon coupling and the spin wave stiffness are the main factors affecting the transverse acoustic phonon softening.

**Keywords** : magnon-phonon interaction, transverse acoustic phonon softening, Matsubara Green function theory, ferromagnetic system.

**PACC** : 7136, 7650, 7255

<sup>\*</sup> Project supported by the Scientific Research Foundation of the Educational Bureau of Liaoning Province, China (Grant No. 2005325).

<sup>†</sup> E-mail : ctm701212@126.com.