

用自适应脉冲微扰引导混沌系统到周期解^{*}

张 荣[†] 徐振源

(江南大学理学院信息与计算科学系, 江苏无锡 214122)

(2006 年 2 月 22 日收到, 2006 年 3 月 4 日收到修改稿)

用自适应脉冲微扰方法控制的系统的某个系统变量作为驱动, 设计了一种自适应控制器方法对两个或多个响应混沌系统进行脉冲微扰, 引导这些系统从混沌运动到低周期运动, 实现同时控制多个混沌系统到不同的周期态. 当选择相同的自适应控制器输入变量实施脉冲微扰时, 还可控制两个或多个混沌系统达到不同的周期态同步. 通过对 Rössler 混沌系统的仿真研究证实了方法的有效性.

关键词: 混沌控制, 系统参量, 自适应控制器, 脉冲微扰, 周期态同步

PACC: 0545, 0547

1. 引言

目前, 混沌控制已经成为非线性科学中的一个研究热点, 混沌运动具有的对初值的敏感依赖性和长期演化趋势的不可预见性等特性, 造成了混沌控制的复杂性和多样性. 此外, 在混沌控制的具体应用中, 还必须考虑实现控制的代价大小和实际操作难易程度. 因此, 寻求不同的优化控制方法实现对混沌系统的最佳控制, 仍然是一个富于挑战性的课题.

迄今已有的混沌控制方法一般分为两种: 一种是对混沌动力系统的变量实现反馈或微扰, 以期达到人们期望的目标周期轨道^[1-4]; 另一种是对混沌动力系统的参数施加微扰, 达到失稳轨道的稳定控制^[5-8]. 按控制的目的可将混沌控制分两类, 一类是根据实际需要, 将混沌吸引子中的某条不稳定周期轨道进行稳定化控制^[9-12], 这种控制不改变系统原有的周期轨道; 另一类是通过控制或驱动, 得到所需的周期轨道(这条轨道不一定是系统原有的轨道)或将混沌抑制掉^[13, 14], 这类控制将改变系统的动力学行为. 文献^[15]提出了自适应脉冲微扰方法, 集自适应控制法、脉冲控制法和控制器三者的优势, 对单个混沌系统实施控制, 可将系统稳定到不同的周期轨道或不动点上. 本文用自适应脉冲微扰方法控制的系统的某个系统变量作为驱动, 设计了一

种自适应控制器方法对两个或多个响应混沌系统进行脉冲微扰, 引导这些系统从混沌运动到周期运动, 即同时控制多个混沌系统到不同的周期态. 当选择相同的自适应控制器输入变量实施脉冲微扰时, 还可控制两个或多个混沌系统达到周期态同步. 通过对 Rössler 混沌系统系统的仿真研究, 证实了本文方法的有效性.

2. 控制方法的设计

2.1. 自适应脉冲微扰方法^[15]

设 n 维混沌系统为

$$\dot{x} = f(x, \alpha), \quad (1)$$

其中系统状态变量 $x = (x_1, \dots, x_n)$, 系统参量 $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_l)$.

选择系统某一参量 $\alpha_\lambda (1 \leq \lambda \leq l)$ 作为脉冲微扰对象. 从时间 t_0 开始, 每隔 Δt 时间, 以 α'_λ 代替 α_λ 加入到系统中去:

$$\alpha'_\lambda = \begin{cases} \alpha_\lambda (1 + r), & t = t_0 + h\Delta t, \\ \alpha_\lambda, & t \neq t_0 + h\Delta t, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $h = 0, 1, 2, \dots$, 自适应控制器为

$$r = kx_i^j + E, \quad 1 \leq i \leq n, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad (3)$$

在实际应用中, 常取 $E = 0$, (自适应控制器的阶)取为低阶, 自适应控制器的输入变量 x_i 可以是变量 x

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10372054)资助的课题

[†] E-mail: zhr89@163.com

的任一分量.

文献 15 所做的仿真结果表明:当采用 (3) 式所示的自适应控制器产生脉冲强度 r 时,可固定时间间隔 Δt 不变,通过改变自适应速度 $k > 0$ 的值,就可以使系统 (1) 稳定到单周期到多周期轨道.

2.2. 本文控制方法

将 n 维混沌系统 (1) 施加参量脉冲微扰后作为驱动系统,记为

$$\dot{x}^{(0)} = f(x^{(0)}, \alpha_1, \dots, \alpha'_\lambda, \dots, \alpha_l), \quad (4)$$

其中

$$\alpha'_\lambda = \begin{cases} \alpha_\lambda(1 + k(x_i^{(0)})^3), & t = t_0 + h\Delta t, \\ \alpha_\lambda, & t \neq t_0 + h\Delta t, \end{cases} \quad (5)$$

$h = 0, 1, 2, \dots$, 自适应控制器的输入变量 $x_i^{(0)}$ 是变量 $x^{(0)}$ 的任一分量. 取 n 维响应系统为

$$\dot{x}^{(m)} = f(x^{(m)}, \alpha_1, \dots, \alpha'_\lambda, \dots, \alpha_l), \quad (6)$$

其中

$$\alpha'_\lambda = \begin{cases} \alpha_\lambda(1 + k(x_i^{(m-1)})^3), & t = t_0 + h\Delta t, \\ \alpha_\lambda, & t \neq t_0 + h\Delta t, \end{cases} \quad (7)$$

$$h = 0, 1, 2, \dots, m = 1, 2, \dots, N.$$

即用系统 (6) 中的前一个系统中的某一个系统变量 $x_i^{(m-1)}$ 作为自适应控制器的输入变量去微扰下一个系统, 这样 (4)–(7) 式中的 $N+1$ 个系统构成一条链式微扰驱动 (如图 1). 还可对系统 (6) 中的每个系统选择相同的自适应控制器输入变量 $x_i^{(0)}$, 即改变 (7) 式为

$$\alpha'_\lambda = \begin{cases} \alpha_\lambda(1 + k(x_i^{(0)})^3), & t = t_0 + h\Delta t, \\ \alpha_\lambda, & t \neq t_0 + h\Delta t, \end{cases} \quad (8)$$



图 1 链式微扰驱动示意图

此时 (4)–(7) 式中的 $N+1$ 个系统构成一个星式微扰驱动 (如图 2).

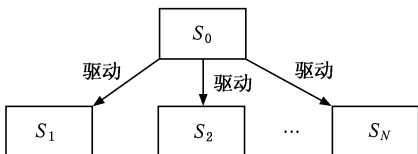


图 2 星式微扰驱动示意图

3. 仿真结果

混沌系统 (1) 取为 Rössler 混沌系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_2 - x_3, \\ \dot{x}_2 &= x_1 + ax_2, \\ \dot{x}_3 &= b + x_3(x_1 - c), \end{aligned} \quad (9)$$

式中 a, b 和 c 均为系统参量, 当 $a = 0.398, b = 2, c = 4$ 时系统是混沌状态. 以系统参量 a 作为微扰对象, 选择系统变量 x_2 为自适应控制器的输入变量, 相应的驱动系统 (4) 为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^{(0)} &= -x_2^{(0)} - x_3^{(0)}, \\ \dot{x}_2^{(0)} &= x_1^{(0)} + a'x_2^{(0)}, \\ \dot{x}_3^{(0)} &= b + x_3^{(0)}(x_1^{(0)} - c), \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$a' = \begin{cases} a(1 + k(x_2^{(0)})^3), & t = t_0 + h\Delta t, \\ a, & t \neq t_0 + h\Delta t, \end{cases} \quad (11)$$

$$h = 0, 1, 2, \dots$$

相应的响应系统 (6) 为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^{(m)} &= -x_2^{(m)} - x_3^{(m)}, \\ \dot{x}_2^{(m)} &= x_1^{(m)} + a'x_2^{(m)}, \\ \dot{x}_3^{(m)} &= b + x_3^{(m)}(x_1^{(m)} - c), \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$a' = \begin{cases} a(1 + k(x_2^{(m-1)})^3), & t = t_0 + h\Delta t, \\ a, & t \neq t_0 + h\Delta t, \end{cases} \quad (13)$$

$$h = 0, 1, 2, \dots, m = 1, 2, \dots, N.$$

取开始时间 $t_0 = 0$, 响应系统个数 $N = 11$, 脉冲微扰时间间隔 $\Delta t = 0.01$, 自适应速度 $k = 0.4$, 11 个响应系统 (12) 逐个被引导到低周期轨道, 仿真结果见图 3.

图 4 是对响应系统 (12) 中的每个系统选择相同的自适应控制器输入变量 $x_2^{(0)}$ 实施脉冲微扰得到的仿真结果, 其中响应系统个数 $N = 5$, 脉冲微扰时间间隔 $\Delta t = 0.01$, 自适应速度 $k = 0.2$, 5 个响应系统 (12) 被控制到周期态同步, 相应的误差为

$$e_m = x_1^{(m)} - x_1^{(1)}, m = 2, \dots, 5.$$

如果不采用脉冲控制: $\Delta t = 0$, 即对混沌系统 (10) 和 (12) 实施随时间连续的自适应控制, 同样可以对混沌系统实施有效的控制. 图 5 是对响应系统 (12) 中的每个系统选择不同的自适应控制器输入变

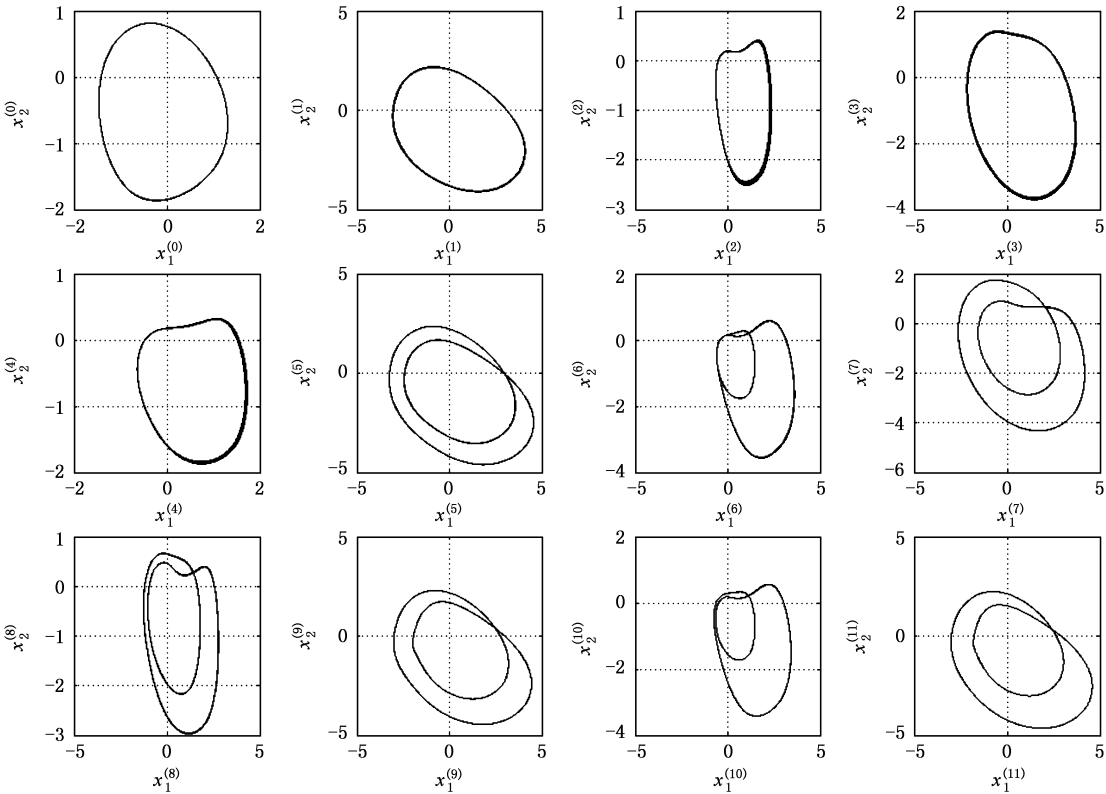


图 3 驱动和响应系统被脉冲引导到低周期轨道

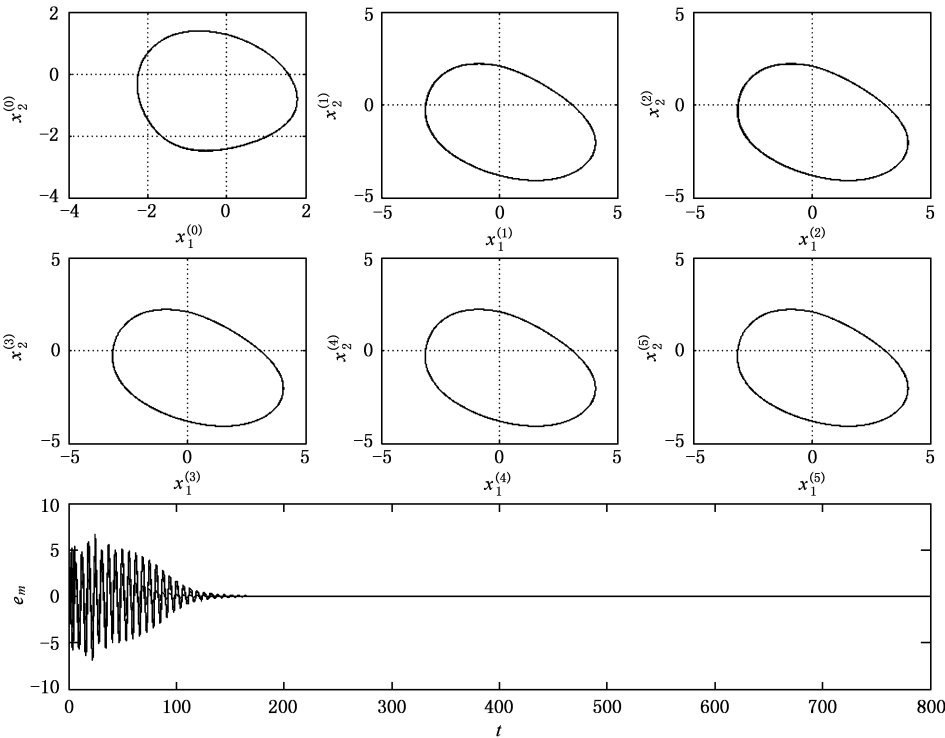


图 4 响应系统被控制到周期态同步及误差 e_m

量实施连续微扰得到的仿真结果,其中 $N = 11$, $\Delta t = 0.01$, $\mu k = 0.31$, 响应系统被引导到周期解. 图 6—8 是对响应系统(12)中的每个系统选择相同的自适应控制器输入变量实施连续微扰得到的

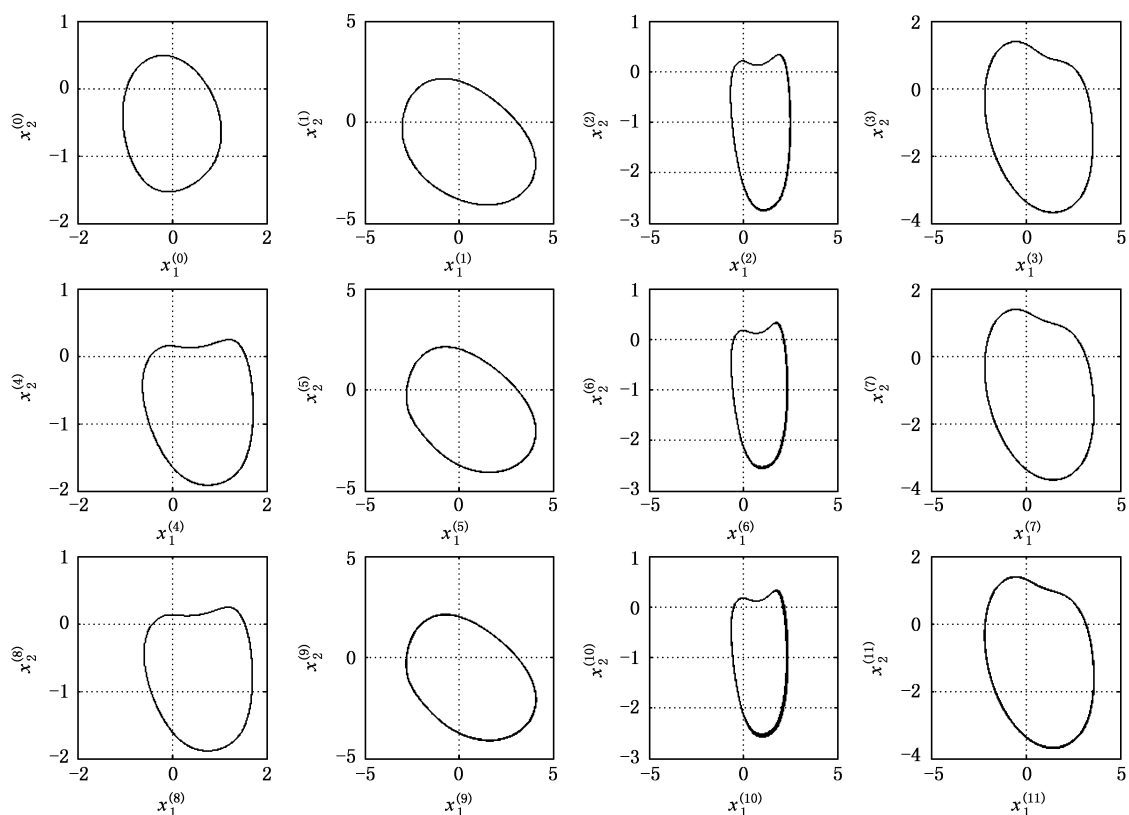
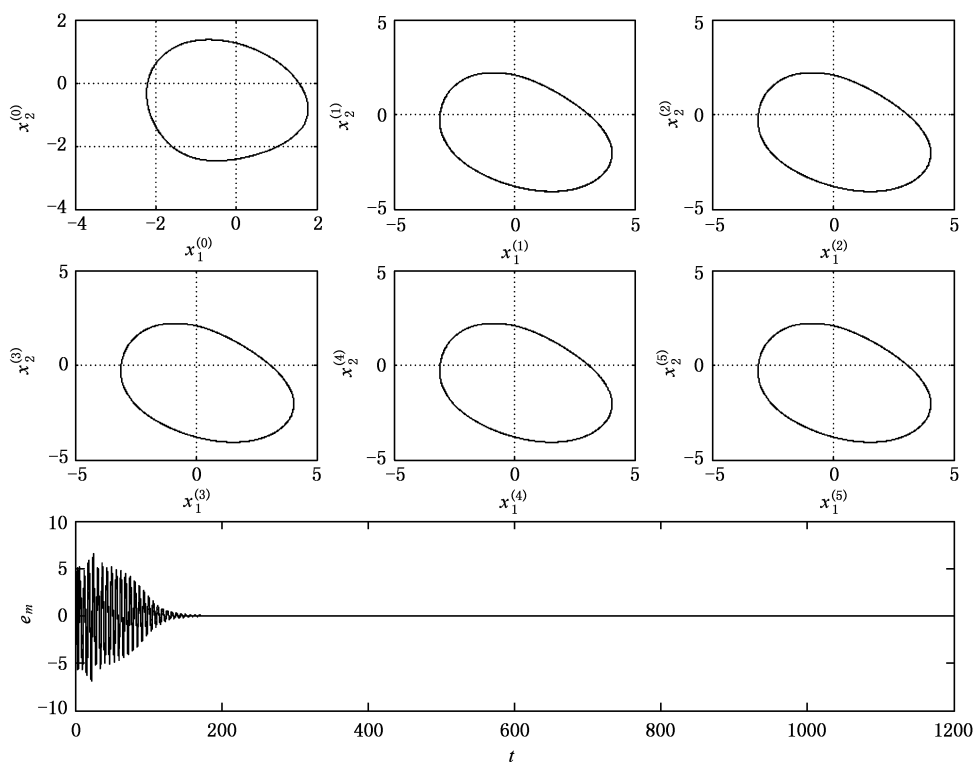


图 5 驱动和响应系统被连续控制引导到周期解

图 6 响应系统被连续控制到 $T=1$ 周期态同步及误差 $e_m = x_1^{(m)} - x_1^{(1)}$ ($k=0.1$)

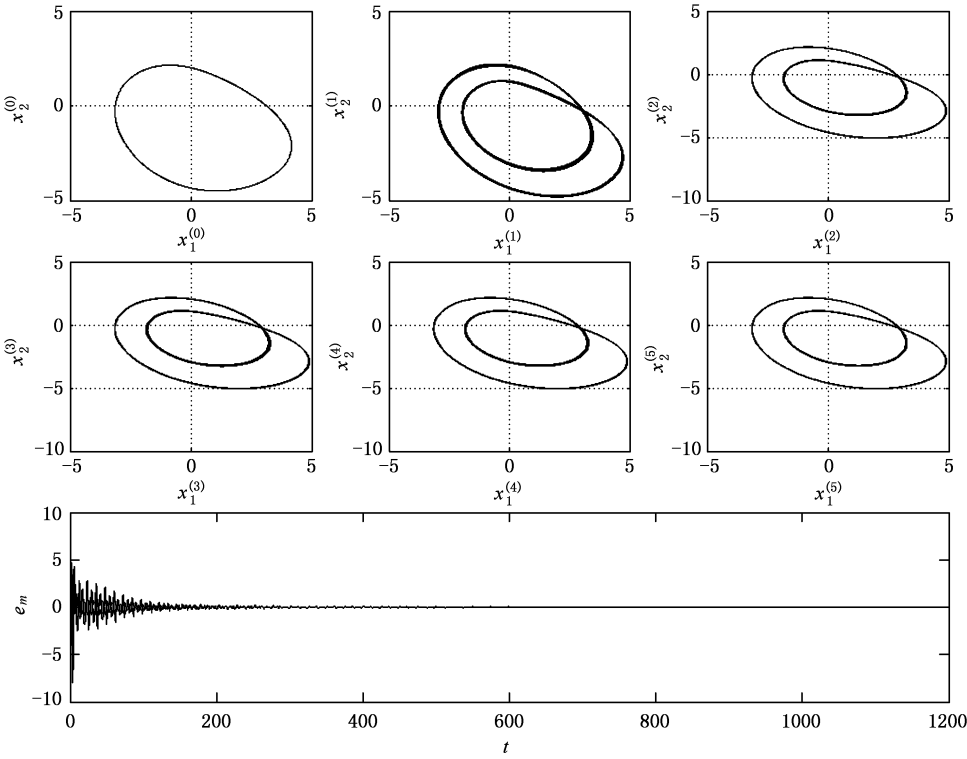


图 7 响应系统被连续控制到 $T=2$ 周期态同步及误差 $e_m = x_1^{(m)} - x_1^{(2)}$ ($k=0.0043$)

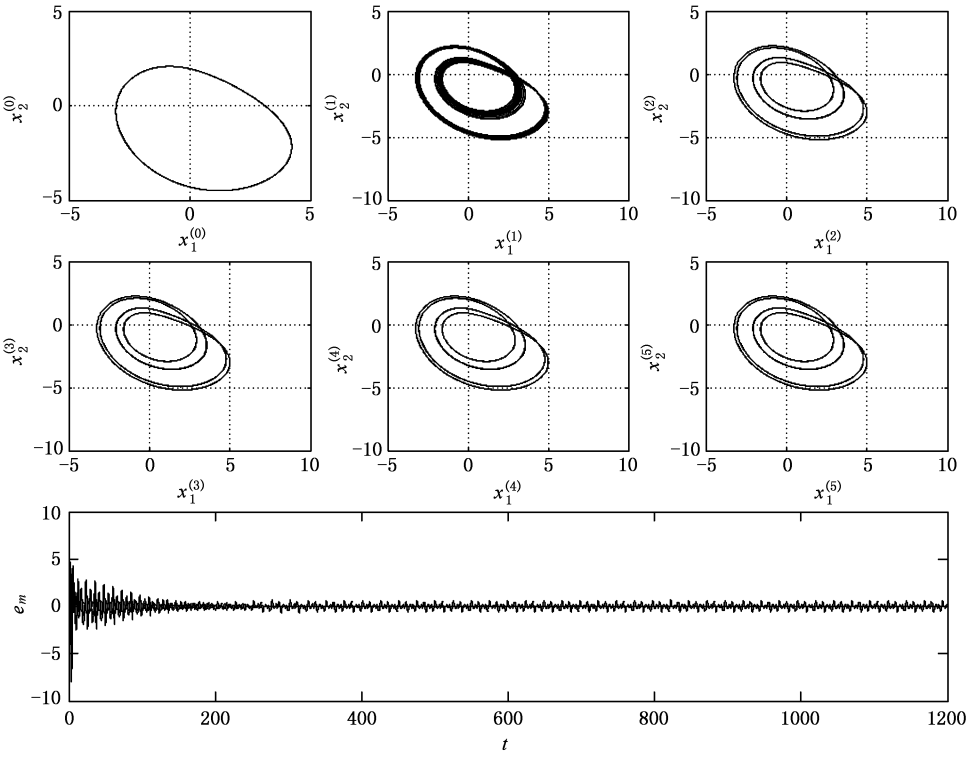


图 8 响应系统被连续控制到 $T=4$ 周期态同步及误差 $e_m = x_1^{(m)} - x_1^{(2)}$ ($k=0.0033$)

仿真结果 ,响应系统被分别控制到 $T = 1$, $T = 2$ 和 $T = 4$ 的周期态同步 .

4. 结 论

本文用自适应脉冲微扰方法控制的系统的某个系统变量作为驱动 ,设计了一种自适应控制器方法对两个或多个响应混沌系统进行脉冲(或连续)微扰 ,引导这些系统从混沌运动到周期运动 ,该方法控制代价小 ,易于实现 ,可同时控制多个混沌系统到不同的周期态 .当选择相同的自适应控制器输入变量实施脉冲(或连续)微扰时 ,还可控制两个或多个混沌系统达到不同的周期态同步 .所做的仿真表明 :

1)适当地选择脉冲作用时间间隔 Δt 和自适应速度 k ,就可以把两个或多个混沌系统(6)引导到周期轨道 .

2)特殊地 ,若在对混沌系统(6)实施脉冲微扰时 ,对每个系统选择相同的自适应控制器输入变量 $x_i^{(0)}$,则可使两个或多个混沌系统(6)达到周期态同步 .

3)如果不采用脉冲控制(取 $\Delta t = 0$) ,即对混沌系统(4)和(6)实施随时间连续的自适应控制方法 ,可使两个或多个混沌系统(6)更快更有效地达到预期的周期轨道 .

[1] Pyragas K 1992 *Phys. Lett. A* **170** 421

[2] Matías M A , Gutiérrez J 1994 *Phys. Rev. Lett.* **10** 1455

[3] Huberman B A , Lumer E 1990 *IEEE Trans. CAS* **37** 547

[4] Sinhs S *et al* 1990 *Physica D* **43** 118

[5] Ott E , Grebogi C , Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1996

[6] Yang L , Liu Z R 1998 *Appl. Math. and Mech.* **19** 1 (in Chinese)
[杨 凌、刘曾荣 1998 应用数学与力学 **19** 1]

[7] Braiman Y Goldhirsch I 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 2545

[8] Yang S P , Niu H Y , Tian G *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **4** 619 (in Chinese) [杨世平、牛海燕、田 钢等 2001 物理学报 **4** 619]

[9] Yang T , Yang C M , Yang L B 1997 *Phys. Lett. A* **232** 356

[10] Min F H , Xu W P , Xu Z Y 2001 *Acta Phys. Sin.* **10** 847 (in Chinese) [闵富红、须文波、徐振源 2001 物理学报 **10** 847]

[11] Cai C H , Xu Z Y , Xu W B 2002 *Automatica* **38** 1927

[12] Min F H , Xu Z Y , Xu W P 2003 *Acta Phys. Sin.* **6** 1360 (in Chinese) [闵富红、徐振源、须文波 2003 物理学报 **6** 1360]

[13] Li L X , Peng H P , Lu H B 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 629 (in Chinese) [李丽香、彭海朋、卢辉斌 2001 物理学报 **50** 629]

[14] Wang X Y , Shi Q J 2005 *Acta Phys. Sin.* **12** 5591 (in Chinese) [王兴元、石其江 2005 物理学报 **12** 5591]

[15] Gong L H 2005 *Acta Phys. Sin.* **8** 3502 (in Chinese) [龚礼华 2005 物理学报 **8** 3502]

Directing chaos systems towards low-period motion based on adaptive pulse perturbation^{*}

Zhang Rong[†] Xu Zhen-Yuan

(*School of Science , Southern Yangtze University , Wuxi 214122 , China*)

(Received 22 February 2006 ; revised manuscript received 4 March 2006)

Abstract

A method is presented here to direct two or many chaotic systems towards low-period motions by using adaptive pulse perturbation method. Many chaotic systems can be controlled to different periodic orbits simultaneously. When the same input state variable of the adaptive pulse perturbation is used , two or more chaotic systems can be controlled to different periodic synchronizations. Simulation shows that the Rössler chaotic system can be stabilized to different periodic orbits by using the method , which verifies its effectiveness.

Keywords : chaos control , system parameter , adaptive , pulse perturbation , periodic synchronization

PACC : 0545 , 0547

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10372054).

[†] E-mail : zhr89@163.com