

含有界随机参数的双势阱 Duffing-van der Pol 系统的倍周期分岔*

孙晓娟 徐 伟† 马少娟

(西北工业大学应用数学系, 西安 710072)

(2005 年 4 月 27 日收到, 2005 年 5 月 25 日收到修改稿)

讨论简谐激励作用下含有界随机参数的双势阱 Duffing-van der Pol 系统的倍周期分岔现象. 首先用 Chebyshev 多项式逼近法将随机 Duffing-van der Pol 系统化成与其等价的确定性系统, 然后通过等价确定性系统来探索该系统的倍周期分岔现象. 数值模拟显示随机 Duffing-van der Pol 系统与均值参数系统有着类似的倍周期分岔行为, 同时指出, 随机参数系统的倍周期分岔有其自身独有的特点. 文中的主要数值结果表明 Chebyshev 多项式逼近法是研究非线性随机参数系统动力学问题的一种有效方法.

关键词: Chebyshev 多项式, 随机 Duffing-van der Pol 系统, 倍周期分岔

PACC: 0547

1. 引言

在随机结构分析中, 所用的数值方法主要有三种: Monte-Carlo 数值模拟法^[1], 随机摄动法^[2], 正交多项式逼近法. 众所周知, Monte-Carlo 方法的计算量比较大, 而随机摄动法虽不需要大的计算量, 但本质上要求随机系统的变异参数是一个小量, 故局限性较大. 第三种方法则为随机系统的正交多项式逼近法, 由 Spanos 和 Ghanem^[3], Jensen 和 Iwan^[4]相继提出, 后来又得到了 Li^[5]的进一步发展. 这种方法不需要假定小的随机扰动, 因此更加实用. Fang 等首次利用 Chebyshev 多项式^[6]、Gegenbauer 多项式^[7]逼近法研究了含有界随机变量的线性随机参数系统的演变随机响应问题, 继而又进一步将这一方法应用到随机 Duffing 系统的分岔与混沌的研究中. Ma 等^[8]又应用这一方法讨论了随机 van der Pol 系统的倍周期分岔问题.

诸多学者对 Duffing-van der Pol 系统的动力学行为做了大量的分析研究^[9-11], 研究结果显示该系统有非常丰富的动力学行为, 如对称破裂分岔、倍周期分岔、Neimark 分岔和混沌等等. 此外, 关于随机激励

作用下动力学系统的研究在许多文献中也都有报道^[12-15], 然而这些研究都局限于确定性参数系统.

本文讨论简谐激励作用下含有界随机参数的双势阱 Duffing-van der Pol 系统的倍周期分岔现象. 首先借助 Chebyshev 多项式将随机参数系统约化成与其等价的确定性系统, 然后由等价确定性系统的响应得原系统的逼近响应, 最后, 通过这些逼近响应与原系统以及原系统的均值参数系统的数值仿真结果的比较, 来探索随机参数系统的倍周期分岔现象.

2. Chebyshev 多项式

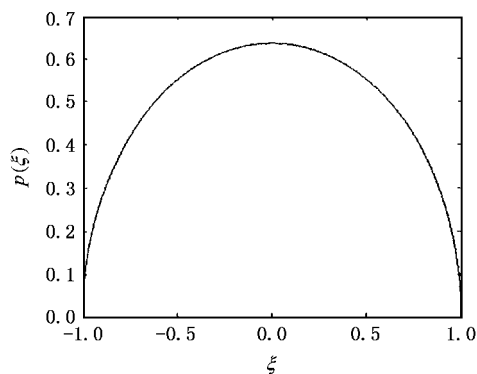
正交多项式逼近法中多项式基的选取依赖于方程中随机变量的概率密度函数. 这里, 选择服从拱形分布的随机变量, 其概率密度函数曲线如图 1 所示. 表达式为

$$p(\xi) = \begin{cases} (2/\pi)\sqrt{1-\xi^2} & |\xi| \leq 1, \\ 0 & |\xi| > 1. \end{cases} \quad (1)$$

基于此类概率密度函数, 可选择第二类 Chebyshev 多项式为正交多项式基^[16]. 此类多项式的一般表达式为

* 国家自然科学基金(批准号: 10332030, 10472091), 陕西省自然科学基金(批准号: 2003A03)和西北工业大学研究生创业种子基金(批准号: Z200572)资助的课题.

† 通信联系人. E-mail: weixu@nwpu.edu.cn

图1 随机变量 ξ 的拱形概率密度函数曲线图

$$H_l(\xi) = \sum_{k=0}^{[l/2]} (-1)^k \frac{(l-k)!}{k!(l-2k)!} (2\xi)^{-2k}. \quad (2)$$

则

$$\begin{aligned} H_0(\xi) &= 1, \\ H_1(\xi) &= 2\xi, \\ H_2(\xi) &= 4\xi^2 - 1, \\ &\dots \end{aligned} \quad (3)$$

第二类 Chebyshev 多项式的循环递推公式为

$$\xi H_l(\xi) = \frac{1}{2}(H_{l-1}(\xi) + H_{l+1}(\xi)). \quad (4)$$

另外, 其加权正交性可表示为

$$\begin{aligned} &\int_{-1}^1 \frac{2}{\pi} \sqrt{1-\xi^2} H_l(\xi) H_j(\xi) d\xi \\ &= \begin{cases} 1, & i=j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

虽然 ξ 在 -1 到 $+1$ 之间随机取值, 但是其每一个样本都是服从拱形分布的随机变量. 因为加权函数正好为拱形概率密度函数, 即(1)式中的 $p(\xi)$, 所以(5)式左边可以认为是 $H_i(\xi)H_j(\xi)$ 乘积的期望. 本文将随机变量 ξ 的可测函数 $f(\xi)$ 展开成下列级数形式

$$f(\xi) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i H_i(\xi),$$

其中 $c_i = \int_{-1}^1 f(\xi) H_i(\xi) \frac{2}{\pi} \sqrt{1-\xi^2} d\xi$. 当函数为多个互相独立的随机变量的可测函数时, 同样也有相似的展开结果, 这种展开称为随机函数 $f(\xi)$ 的正交分解.

3. 含有界随机参数的 Duffing-van der Pol 系统的 Chebyshev 多项式逼近

考虑双势阱 Duffing-van der Pol 系统

$$\ddot{x} - \mu(1-x^2)\dot{x} - \alpha x + \beta x^3 = f \cos \omega t, \quad (6)$$

其中 α, β 是常数, μ 是一随机变量, $\mu = \bar{\mu} + \sigma\xi$, ξ 为服从 $[-1, 1]$ 上拱形分布的随机变量, $\bar{\mu}$ 是 μ 的均值, $\sigma^2/2$ 是其根方差. 本文取 $\alpha = \beta = 0.5$, $\sigma = 0.01$.

显然系统(6)的响应是时间 t 和随机变量 ξ 的函数, 即

$$x = x(t, \xi), \quad (7)$$

由随机函数的正交分解法, 系统(6)的响应可以写成

$$x(t, \xi) = \sum_{l=0}^{\infty} x_l(t) H_l(\xi),$$

其中 $H_l(\xi)$ 为第 l 个 Chebyshev 多项式. 实际计算中, 根据计算精度的要求, 取有限项 N 近似, 即

$$x(t, \xi) \approx \sum_{l=0}^N x_l(t) H_l(\xi),$$

本文取 $N=4$, 即

$$x(t, \xi) \approx \sum_{l=0}^4 x_l(t) H_l(\xi), \quad (8)$$

将(8)式代入(6)式中, 有

$$\begin{aligned} &\sum_{l=0}^4 \ddot{x}_l(t) H_l(\xi) - (\bar{\mu} + \sigma\xi) \sum_{l=0}^4 \dot{x}_l(t) H_l(\xi) \\ &+ (\bar{\mu} + \sigma\xi) \left(\sum_{l=0}^4 x_l(t) H_l(\xi) \right) \left(\sum_{l=0}^4 \dot{x}_l(t) H_l(\xi) \right) \\ &- \alpha \sum_{l=0}^4 x_l(t) H_l(\xi) + \beta \left(\sum_{l=0}^4 x_l(t) H_l(\xi) \right)^3 \\ &= f \cos \omega t. \end{aligned} \quad (9)$$

由 Chebyshev 多项式的循环递推公式, 有

$$\begin{aligned} &\sigma\xi \sum_{l=0}^4 \dot{x}_l(t) H_l(\xi) \\ &= \sigma \sum_{l=0}^4 \dot{x}_l(t) \left(\frac{H_{l-1}(\xi) + H_{l+1}(\xi)}{2} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

而(9)式中的非线性项 $\left(\sum_{l=0}^4 x_l(t) H_l(\xi) \right) \left(\sum_{l=0}^4 \dot{x}_l(t) H_l(\xi) \right) \left(\sum_{l=0}^4 x_l(t) H_l(\xi) \right)^3$, 可以利用 Chebyshev 多项式的循环递推关系及一些简单的代数运算将它们转化为 $H_l(\xi)$ 的线性组合的形式. 对于 Chebyshev 多项式, 有

$$\begin{aligned} H_0^3 &= H_0, \\ H_0^2 H_1 &= H_1, \\ H_1^2 H_2 &= H_4 + 2H_2 + H_0, \end{aligned} \quad (11)$$

.....

根据(11)式, 并定义非线性项 $\left(\sum_{l=0}^4 x_l(t) H_l(\xi) \right)^3$

$(\sum_{l=0}^4 \dot{x}_l(t)H_l(\xi))$ 及 $(\sum_{l=0}^4 x_l(t)H_l(\xi))^3$ 关于 $H_l(\xi)$ 的线性组合中 $H_l(\xi)$ 的系数分别 $X_{1l}(t)$ 和 $X_l(t)$,则

$$\begin{aligned} & (\sum_{l=0}^4 x_l(t)H_l(\xi))(\sum_{l=0}^4 \dot{x}_l(t)H_l(\xi)) \\ &= \sum_{l=0}^{12} x_{1l}(t)H_l(\xi), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & (\sum_{l=0}^4 x_l(t)H_l(\xi))^3 \\ &= \sum_{l=0}^{12} X_l(t)H_l(\xi), \end{aligned} \quad (13)$$

又

$$\begin{aligned} & \sigma \xi \sum_{l=0}^{12} X_{1l}(t)H_l(\xi) \\ &= \sigma \sum_{l=0}^{12} X_{1l}(t) \{ H_{l-1}(\xi) + H_{l+1}(\xi) \} / 2, \end{aligned} \quad (14)$$

将(10)(12)(13)(14)式代入(9)式中得

$$\begin{cases} \ddot{x}_0(t) - \bar{\mu}(\dot{x}_0(t) - X_{10}(t)) - \sigma(\dot{x}_1(t) - X_{11}(t))/2 - \alpha x_0(t) + \beta X_0(t) = f \cos \omega t, \\ \ddot{x}_1(t) - \bar{\mu}(\dot{x}_1(t) - X_{11}(t)) - \sigma[(\dot{x}_2(t) + \dot{x}_0(t)) - (X_{12}(t) + X_{10}(t))]/2 - \alpha x_1(t) + \beta X_1(t) = 0, \\ \ddot{x}_2(t) - \bar{\mu}(\dot{x}_2(t) - X_{12}(t)) - \sigma[(\dot{x}_3(t) + \dot{x}_1(t)) - (X_{13}(t) + X_{11}(t))]/2 - \alpha x_2(t) + \beta X_2(t) = 0, \\ \ddot{x}_3(t) - \bar{\mu}(\dot{x}_3(t) - X_{13}(t)) - \sigma[(\dot{x}_4(t) + \dot{x}_2(t)) - (X_{14}(t) + X_{12}(t))]/2 - \alpha x_3(t) + \beta X_3(t) = 0, \\ \ddot{x}_4(t) - \bar{\mu}(\dot{x}_4(t) - X_{14}(t)) - \sigma[(\dot{x}_5(t) + \dot{x}_3(t)) - (X_{15}(t) + X_{13}(t))]/2 - \alpha x_4(t) + \beta X_4(t) = 0, \end{cases} \quad (16)$$

由于取 $N=4$ 故实际计算中 $\dot{x}_5(t)$ 及 $x_5(t)$ 按近似假设取值为零.

如果随机参数 $\xi=0$,也就是 $\mu=\bar{\mu}$,所得的系统称为均值参数系统,应用 Runge-Kutta 法可直接求得均值参数系统的确定性响应.由(8)式知,在最小均方残差意义下,通过求解等价确定性系统可得原随机系统的集合平均响应

$$E[x(t, \xi)] = \sum_{l=0}^4 x_l(t) E[H_l(\xi)] = x_0(t), \quad (17)$$

另外,由 Monte-Carlo 随机模拟法可得原随机参数系统(6)的响应,这里简称为随机响应.

由此可见,现有三个不同的系统:均值参数系统、等价确定性系统、与随机参数系统.均值参数系统是直接对系统参数进行平均而得.等价确定性系统是对响应关于随机参数进行加权平均而得.而随机参数系统则是原始系统.本文将通过比较以上三

$$\begin{aligned} & \sum_{l=0}^4 \ddot{x}_l(t)H_l(\xi) - \bar{\mu} \sum_{l=0}^4 \dot{x}_l(t)H_l(\xi) \\ & - \sigma \sum_{l=0}^4 \dot{x}_l(t) \{ H_{l-1}(\xi) + H_{l+1}(\xi) \} / 2 \\ & + \bar{\mu} \sum_{l=0}^{12} X_{1l}(t)H_l(\xi) \\ & + \sigma \sum_{l=0}^{12} X_{1l}(t) \{ H_{l-1}(\xi) + H_{l+1}(\xi) \} / 2 \\ & - \alpha \sum_{l=0}^4 x_l(t)H_l(\xi) + \beta \sum_{l=0}^{12} X_l(t)H_l(\xi) \\ &= f \cos \omega t, \end{aligned} \quad (15)$$

上式两边同时乘以 $H_j(\xi)$, $j=0, \dots, 4$,再关于 ξ 取数学期望,由 Chebyshev 多项式的正交性,就可以得到一组关于 $x_l(t)$ 的,与随机 Duffing-van der Pol 系统在最小均方残差(minimal mean square residual)意义下等价的确定性非线性微分方程组

个系统在各种情形下响应的相轨图来观察其中发生的倍周期分岔行为,并说明正交多项式逼近方法的有效性.同时,通过对随机参数系统倍周期分岔点的数值模拟来揭示此种随机倍周期分岔的特性.

4. 倍周期分岔

本节中,记(IC-1)为

$$x(0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$y(0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$x_0 = 1.0, y_0 = 1.0.$$

令系统其他参数为 $\bar{\mu}=0.1, f=3.5, \omega$ 在0.4325到0.4265间取值.数值模拟如图2.当 $\omega=0.4325$ 时,数值模拟结果显示存在两个稳态的互相对称的周期响应,其周期为 $1T$ ($T=2\pi/\omega$),其中对应初始条件(IC-1)的响应相轨如图2(a).而当 $\omega=0.4265$ 时,周期 $1T$ 的响应被另外两个互相对称的

稳态周期响应所替代,其周期倍增为 $2T$,其中对应初始条件为(IC-1)的响应相轨如图 2 (b).从图 2 中可见,三种响应几乎完全吻合,说明随着激励频率 ω

从 0.4325 到 0.4265 的减小,随机 Duffing-van der Pol 系统如同均值参数系统,发生了一个从周期 $1T$ 响应到周期 $2T$ 响应的倍周期分岔行为.

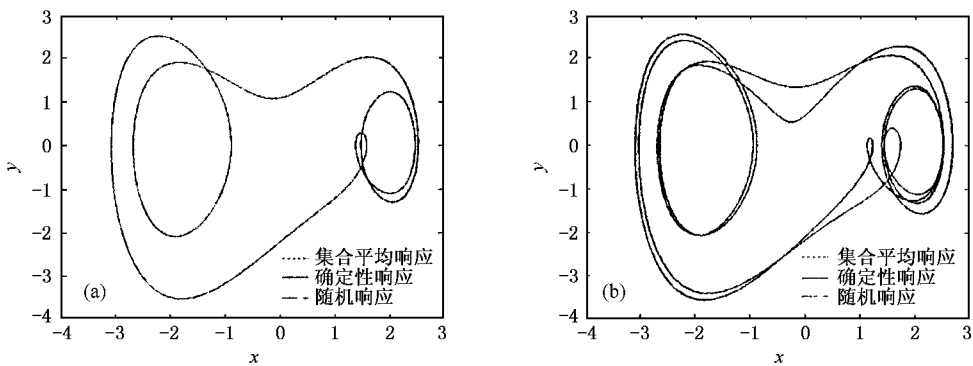


图 2 倍周期相轨图 $\bar{\mu}=0.1, f=3.5$ (a) $\omega=0.4325$ 周期 $1T$ 响应 (b) $\omega=0.4265$ 周期 $2T$ 响应

系统的其他参数取值为 $\bar{\mu}=1.5, f=5.0$,当 $\omega=2.0648$ 时,数值模拟结果显示存在两个稳态的互相对称的周期响应,其周期为 $2T$,其中对应初始条件(IC-1)的响应相轨如图 3 (a).而当 $\omega=2.0593$ 时,周期 $2T$ 的响应被另外两个互相对称的周期为

$4T$ 的稳态响应所替代,其中对应初始条件为(IC-1)的响应相轨如图 3 (b).图 3 中,三种响应的一致性说明,随着激励频率 ω 从 2.0648 到 2.0593 的减小,随机 Duffing-van der Pol 系统也存在一个周期 $2T$ 响应到周期 $4T$ 响应的倍周期分岔过程.

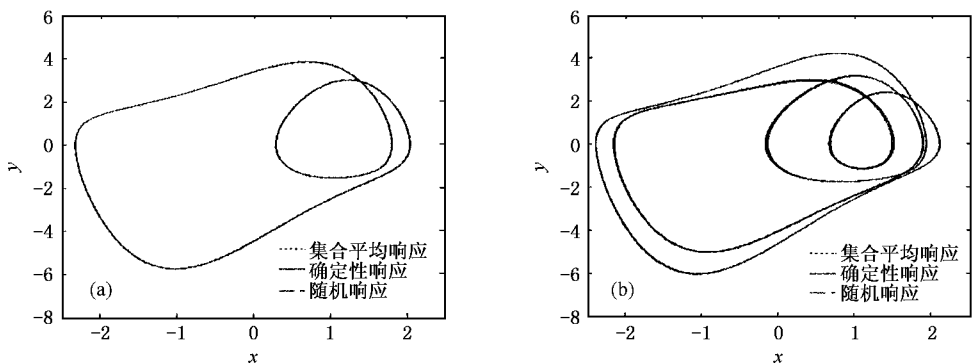


图 3 倍周期相轨图 $\bar{\mu}=1.5, f=5.0$ (a) $\omega=2.0648$ 周期 $2T$ 响应, (b) $\omega=2.0593$ 周期 $4T$ 响应

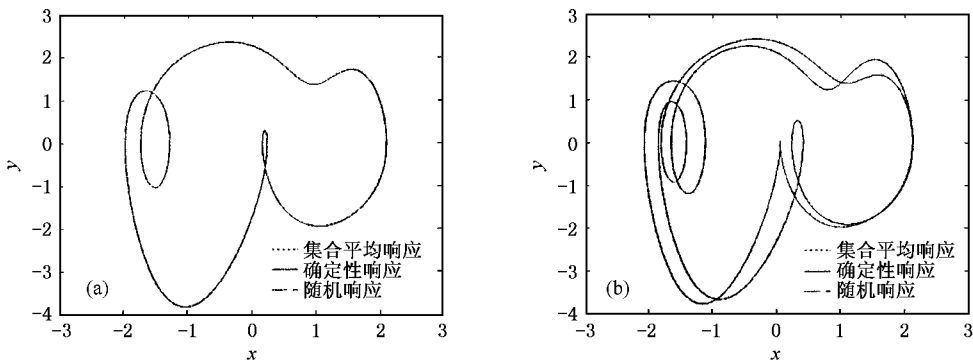


图 4 倍周期相轨图 $\bar{\mu}=1.5, f=5.0$ (a) $\omega=3.528$ 周期 $4T$ 响应, (b) $\omega=3.514$ 周期 $8T$ 响应

仍取 $\bar{\mu} = 1.5$, $f = 5.0$, 而让简谐激励频率 ω 从 3.528 减小到 3.514, 数值模拟如图 4. 数值模拟结果显示随机 Duffing-van der Pol 系统存在一个周期 $4T$ 响应到周期 $8T$ 响应的更为复杂的倍周期分岔过程. 图 4(a, b) 分别为此倍周期分岔之前和分岔之后的相轨图.

5. 随机倍周期分岔的特性

当系统 (6) 的其他参数取值为 $\bar{\mu} = 0.1$, $f = 3.5$, 简谐激励参数 ω 从 0.4325 减小到 0.4265 时, 随机参数系统存在一个从周期 $1T$ 响应到周期 $2T$ 响应的倍周期分岔过程. 记等价确定性系统 (16) 的庞加莱映射为

$$u_{k+1} = P(u_k), u_k \in R^{10}, (k = 0, 1, 2, \dots, L). \quad (18)$$

庞加莱映射 (18) 在不动点 u^* 处的 Jacobi 矩阵 $DP(u^*)$ 的某一特征值记为 γ_d , 其实部和虚部分别记为 $\text{Re}(\gamma_d)$, $\text{Im}(\gamma_d)$. 图 5(a, b) 为 $\text{Re}(\gamma_d)$ 和 $\text{Im}(\gamma_d)$ 随分岔参数 ω 减小而变化的数值模拟图. 从图 5 易见, 在 $\omega_{cl} = 0.4312$ 附近, 有 $\text{Re}(\gamma_d) = -1$, $\text{Im}(\gamma_d) = 0$, 这意味着随机参数系统在 ω_{cl} 处发生了周期 $1T$ 响应到周期 $2T$ 响应的倍周期分岔^[17].

对均值参数系统而言, 类似于等价确定性系统, 通过数值模拟可得其 $1T \rightarrow 2T$ 倍周期分岔点 $\omega_{c2} = 0.4310$, 数值模拟结果如图 6(a, b) 所示, 其中 γ'_d 为均值参数系统庞加莱映射在不动点 u'^* 处的 Jacobi 矩阵的某一特征值, $\text{Re}(\gamma'_d)$ 和 $\text{Im}(\gamma'_d)$ 分别为 γ'_d 的实部和虚部.

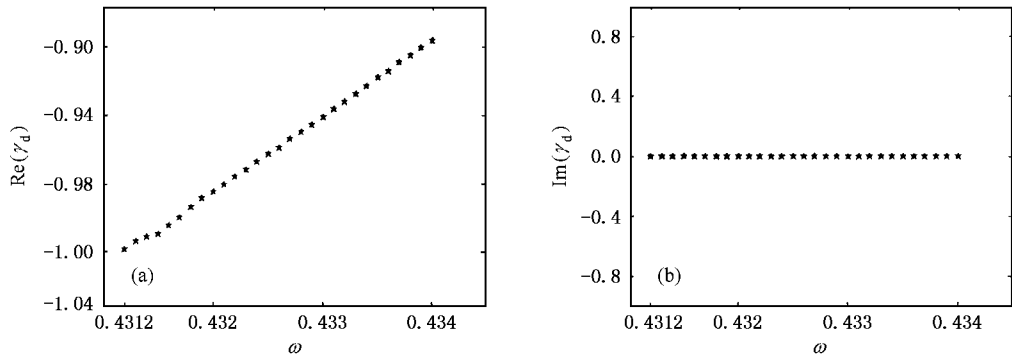


图 5 $1T \rightarrow 2T$ 倍周期分岔时, 特征值 γ_d 随 ω 变化的数值模拟图 (a) $\text{Re}(\gamma_d)$ (b) $\text{Im}(\gamma_d)$

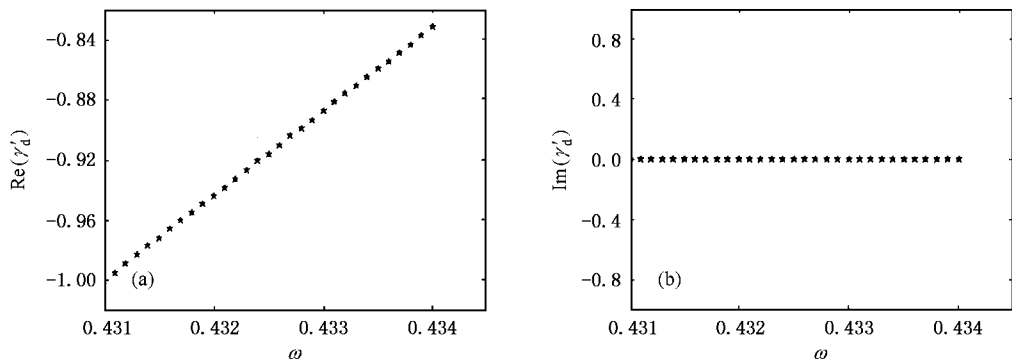


图 6 $1T \rightarrow 2T$ 倍周期分岔时, 特征值 γ'_d 随 ω 变化的数值模拟图 (a) $\text{Re}(\gamma'_d)$ (b) $\text{Im}(\gamma'_d)$

由图 5 及图 6 知, 当 $f = 3.5$, $\bar{\mu} = 0.1$ 时, 随着 ω 的减小, 在相同的初始条件下, 随机参数系统的倍周期分岔与均值参数系统的倍周期分岔发生的时刻不同. 事实上, 随机分岔不同于确定性分岔, 它有一个产生、发展和成熟的孕育过程. 我们对系统 (6) 中的

随机变量 μ 随机地取 40 个值, 从而得原随机参数系统的 40 个样本系统, 通过数值模拟求得每一个样本系统 $1T \rightarrow 2T$ 的倍周期分岔点 ω_c . 数值模拟结果如图 7 所示. 由图 7 知, 并不是每一个样本系统都在相同的临界点发生分岔, 不论多小的区间, 在这个区

间内,有些样本系统已经发生分岔,而有些样本系统还没有发生分岔,因此随机参数系统的倍周期分岔点会发生转迁.在本文的例子中,随机参数系统从 $\omega_{cl} = 0.4312$ 开始产生 $1T \rightarrow 2T$ 倍周期分岔,到 $\omega_{cs} = 0.4290$ 时这一倍周期分岔成熟了,这样便形成一个分岔过渡区间 $[0.4290, 0.4312]$,渡过这个参数小区间后,几乎所有的样本系统均已发生此倍周期分岔行为,此时可以说随机参数系数的倍周期分岔完全成熟.从统计的角度讲, $\omega_{cl} = 0.4312$ 时,随机参数系统以较小的概率产生这一倍周期分岔,之后随着分岔参数 ω 的减小直到 $\omega_{cs} = 0.4290$,随机参数系统

将以较大概率发生此分岔行为.当随机参数系统以较大概率发生分岔行为时认为此分岔行为成熟了.由上分析可知,随机参数系统的倍周期分岔与确定性系统的倍周期分岔有着本质性的区别.

6. 结 论

通过集合平均响应与随机响应的比较,可知等价确定性系统可以很好的反应随机参数系统的动力学行为.因此,实际计算中,应用正交多项式逼近法将随机非线性系统约化成在最小均方残差意义下等价的确定性非线性系统,再应用确定性系统中的数值方法于等价的确定性系统中以研究随机系统的动力学行为的这种做法是可行的.文中主要的数值结果显示随机参数系统保持了简谐激励参数 ω 为分岔参数时均值参数系统的一些倍周期分岔行为.同时也揭示出,随机参数系统的倍周期分岔行为所独有的一个特点,即随机参数系统的倍周期分岔存在一个产生、发展和成熟的过渡区间,这是确定性系统所没有的.综上所述,正交多项式逼近法是探索随机参数非线性系统动力学行为的一种新的有效方法,我们可以借助此方法去研究随机非线性系统的其他动力学现象.

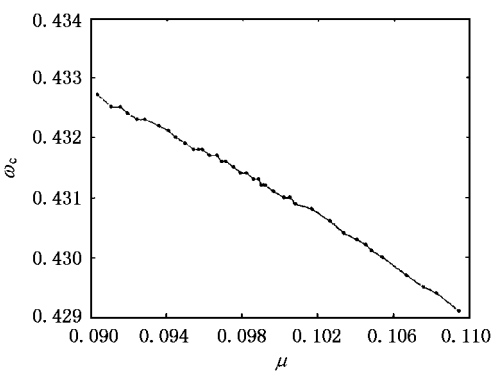


图 7 样本系统倍周期分岔点 ω_c 的数值模拟

[1] Shinozuka M 1988 *J. Eng. Mech.* **114** 1335

[2] Liu W K, Besterfied G H, Belytschko P 1988 *J. Eng. Mech.* **114** 2115

[3] Spanos P D, Ghanem R G 1989 *J. Eng. Mech.* **115** 1035

[4] Jensen H, Iwan W D 1992 *J. Eng. Mech.* **118** 1012

[5] Li J, Liao S 2001 *Comp. Mech.* **27** 61

[6] Fang T, Leng X L, Song C Q 2003 *J. Sound. Vibr.* **266** 198

[7] Fang T, Leng X L, Ma X P et al 2004 *Acta Mech. Sin.* **20** 292

[8] Ma S J, Xu W, Li W, Jin Y F 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3508 [in Chinese] 马少娟,徐 伟、李 伟、靳艳飞 2005 物理学报 **54** 3508]

[9] Venkatesan A, Lakshmanan M 1997 *Phys. Rev. E* **56** 6321

[10] Xu W, He Q, Rong H W, Fang T 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1365 [in Chinese] 徐 伟、贺 群、戎海武、方 同 2003 物理学报 **52** 1365]

[11] Kao Y, Wang C S 1993 *Phys. Rev. E* **48** 2514

[12] Kang Y M, Xu J X, Xie Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 802 [in Chinese] 康艳梅、徐健学、谢 勇 2003 物理学报 **52** 802]

[13] Zhang G J, Xu J X 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 557 [in Chinese] 张广军、徐健学 2005 物理学报 **54** 557]

[14] Xie W X, Xu W, Lei Y M, Cai L 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1105 [in Chinese] 谢文贤、徐 伟、雷佑铭、蔡 力 2005 物理学报 **54** 1105]

[15] Rong H W, Wang X D, Xu W, Fang T 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4610 [in Chinese] 戎海武、王向东、徐 伟、方 同 2005 物理学报 **54** 4610]

[16] Liu S K, Liu S D 1988 *Special Function* (Beijing : China Meteorological Press) [in Chinese] 刘式适、刘式达 1988 特殊函数 (北京 : 气象出版社)]

[17] Hu H Y 2000 *Applied Nonlinear Dynamics* (Beijing : Aviation Industry Press) [in Chinese] 胡海岩 2000 应用非线性动力学 (北京 : 航空工业出版社)]

Period-doubling bifurcation of a double-well Duffing-van der Pol system with bounded random parameters^{*}

Sun Xiao-Juan Xu Wei[†] Ma Shao-Juan

(*Department of Applied Mathematics , Northwestern Polytechnical University , Xi 'an 710072 , China*)

(Received 27 April 2005 ; revised manuscript received 25 May 2005)

Abstract

Period-doubling bifurcation in a double-well Duffing-van der Pol system with bounded random parameters and subject to harmonic excitations is studied. The random system is reduced to its equivalent deterministic one by the Chebyshev polynomial approximation , through which the response of the random system can be obtained by deterministic numerical methods. Numerical simulations show that similar to their counterparts in deterministic nonlinear systems , period-doubling bifurcation may occur in the random Duffing-van der Pol system , and that the period-doubling bifurcation of the random-parameter system has its own characteristics. Numerical results also show that the Chebyshev polynomial approximation is an effective approach in solving dynamical problems of nonlinear systems with random parameters .

Keywords : Chebyshev polynomial , random Duffing-van der Pol system , period-doubling bifurcation

PACC : 0547

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant Nos. 10332030 , 10472091) , Shaan 'xi Natural Science Foundation(Grant No. 2003A03) , and Graduate Starting Seed Fund of Northwestern Polytechnical University(Grant No. Z200572).

[†] Corresponding author. E-mail : weixu@nwpu.edu.cn