

二维磁性光子晶体及其模场分析^{*}

张 浩 赵建林[†] 张晓娟 底 楠

(西北工业大学理学院光信息科学与技术研究所, 陕西省光信息技术重点实验室, 西安 710072)

(2006 年 9 月 18 日收到, 2006 年 11 月 19 日收到修改稿)

利用频域有限差分方法分析了两种二维磁性光子晶体结构(方形和圆形空气孔结构)的模场分布和有效折射率. 结果表明: 在该种结构的材料中, 原本简并的基模被分为两个不简并的偏振模——左旋模和右旋模, 且两种模式的有效折射率不同; 其次, 该种结构材料的法拉第旋转角较连续分布的磁光介质有显著增加. 通过选择适当的空气孔参数, 方孔结构材料的法拉第旋转角可增大一个数量级, 而圆孔结构可增加 4 倍左右. 同时发现, 当光通过这类材料后偏振态发生了变化, 随着法拉第旋转角的增加出射光的椭圆率也在增加. 最后分析了产生这一现象的原因并提出了解决偏振态变化这一问题的方法, 即在材料中心处引入缺陷.

关键词: 磁光效应, 二维磁性光子晶体, 频域有限差分法

PACC: 7820L, 7530G

1. 引 言

近十多年来, 光子晶体因为具有许多独特的性质, 如光子禁带、光局域效应等, 而受到广泛的关注. 其中已得到广泛应用的是光子晶体光纤(PCF), 大部分 PCF 的包层由未掺杂的 SiO_2 和周期性排列于其中且沿轴向均匀分布的空气孔构成. 由于 PCF 具有传统光纤所无法比拟的优良特性, 因而在通信与传感领域得到了广泛的应用与研究^[1-3].

1999 年, Inoue 等参考一维光子晶体的结构提出了一维磁性光子晶体(magnetophotonic crystals, MPCs)概念^[4], 用以描述磁光介质与电介质材料在一维方向上呈周期性排列的光子晶体结构. 这种磁性光子晶体结构的磁光效应较普通连续分布的磁光材料有明显的改变. 此后, 为进一步提高材料的磁光效应, 人们在一维磁性光子晶体的周期性结构中引入缺陷, 相继提出了三明治结构和多缺陷结构等^[5-9]. 这类材料磁光效应的增大源于不同介质周期性排列的人工结构有很强的光局域效应. 显然, 当光波在材料中所形成的驻波波峰正好处于磁光材料区域时, 必然会获得很强的磁光效应.

Matsumoto 等于 1992 年发现, 由 $\text{BaFe}_{10.2}\text{Co}_{0.9}\text{Ti}_{0.9}\text{O}_{19}$

与树脂组成的多孔网状膜, 其法拉第旋转角随波长变化的曲线向长波方向移动, 并且法拉第旋转角的峰值显著增加. 这种随机多孔网状膜结构类似于二维光子晶体, 空气孔随机分布于由 $\text{BaFe}_{10.2}\text{Co}_{0.9}\text{Ti}_{0.9}\text{O}_{19}$ 与树脂混合而成的磁光介质中^[10,11]. 2004 年 Ikezawa 等利用多孔铝作为模板制作出了二维磁性光子晶体^[12]. 周云松等人对二维磁性光子晶体的带隙结构进行了分析^[13]. Kono 等则根据二维磁性光子晶体的优良特性, 提出可将其应用于制作波导光隔离器^[14,15]. 磁性光子晶体在光隔离器和光学传感器中有着巨大的潜在应用, 因此有必要对其光学特性进行深入的理论研究. 本文提出一种可用于分析二维磁性光子晶体的频域有限差分方法, 且应用该方法对二维磁性光子晶体的模场分布与有效折射率进行了数值分析, 并进一步计算了一定厚度下该种材料的法拉第旋转角和椭圆率. 结果表明, 二维磁性光子晶体的法拉第旋转角较连续分布的磁光介质有显著增加, 但是随着法拉第旋转角的增加出射光的椭圆率也在增加.

2. 二维磁性光子晶体的理论模型与数值分析方法

二维磁性光子晶体模型如图 1 所示, 其中图 1(a)

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10477016)和西北工业大学研究生创业种子基金(批准号: Z200659)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: jlzhao@nwpu.edu.cn

为方形空气孔结构 图 1(b)为圆形空气孔结构. 两种结构的原胞均取边长为 D 的正方形, 其中方形孔结构的空气孔边长为 $2L$, 圆形孔结构的空气孔直径为 $2R$. 两种结构在 x - y 平面内无限延伸, 在 z 方向上厚度为 h . 为了方便讨论, 假设磁光材料的磁化方向沿 z 方向, 光波沿垂直于 x - y 平面方向入射.

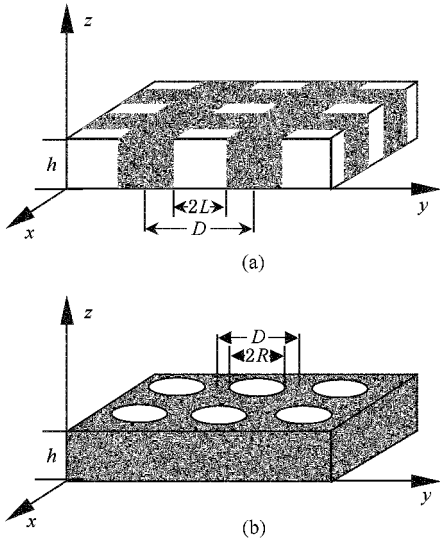


图 1 二维磁性光子晶体模型 (a)方形空气孔结构 (b)圆形空气孔结构

现采用频域有限差分法(FDFD)对上述结构进行数值模拟分析. FDFD 方法实际上就是利用有限差分原理, 先将麦克斯韦方程组化为矩阵形式的特征方程, 然后通过求解特征方程来分析不同结构下电磁波的传输特性. 应用 FDFD 方法可快速得到整个剖分域中的场值, 而不必人为细分总场值, 故简单易行^[16,17].

在分析光子晶体时, 为简单起见, 一般将所用材料假设为各向同性材料, 因此其介电张量可以简化为标量 ϵ . 根据文献 [18] 和 [19] 对磁光材料介电张量的描述, 沿 z 方向磁化的磁光材料的介电张量是一个复数张量, 可由下式表示:

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_0 & \epsilon_{12} & 0 \\ \epsilon_{21} & \epsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中张量元 ϵ_{12} 和 ϵ_{21} 为虚数, 且有 $\epsilon_{12} = -\epsilon_{21} = i\delta$, δ 为实数. 因此, 与分析传统的光子晶体方法不同, 这里需要对 FDFD 方法进行修改.

假设在磁光材料中传输着频率为 ω 的单色光波, 其电磁场强度矢量 E 或 H 可以表示为 $\Phi =$

$\phi \exp[i(\beta z - \omega t)]$ 其中, $\beta (= k_0 n_{\text{eff}})$ 为横向传播常数, n_{eff} 为有效折射率. 将麦克斯韦方程组中的两个旋度方程

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \quad \nabla \times H = -\frac{\partial D}{\partial t}, \quad (2)$$

按照 FDFD 方法在一个差分格点上离散化, 并在离散化过程中代入下式:

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_0 & \epsilon_{12} & 0 \\ \epsilon_{21} & \epsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

可得

$$ik_0 H_x(j, l) = \frac{E_z(j, l+1) - E_z(j, l)}{\Delta y} - i\beta E_y(j, l), \quad (4)$$

$$ik_0 H_y(j, l) = i\beta E_x(j, l) - \frac{E_z(j+1, l) - E_z(j, l)}{\Delta x}, \quad (5)$$

$$ik_0 H_z(j, l) = \frac{E_y(j+1, l) - E_y(j, l)}{\Delta x} - \frac{E_x(j, l+1) - E_x(j, l)}{\Delta y}, \quad (6)$$

$$- ik_0 \epsilon_0(j, l) E_x(j, l) - ik_0 \epsilon_{12}(j, l) E_y(j, l) = \frac{H_z(j, l) - H_z(j, l-1)}{\Delta y} - i\beta H_y(j, l), \quad (7)$$

$$- ik_0 \epsilon_{21}(j, l) E_x(j, l) - ik_0 \epsilon_0(j, l) E_y(j, l) = i\beta H_x(j, l) - \frac{H_z(j, l) - H_z(j-1, l)}{\Delta x}, \quad (8)$$

$$- ik_0 \epsilon_0(j, l) E_z(j, l) = \frac{H_y(j, l) - H_y(j-1, l)}{\Delta x} - \frac{H_x(j, l) - H_x(j, l-1)}{\Delta y}. \quad (9)$$

将(4)–(9)式中的表示扩展到整个研究平面, 可得

$$P \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{xx} & P_{xy} \\ P_{yx} & P_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \beta^2 \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}. \quad (10)$$

式中

$$\begin{aligned} P_{xx} &= -k_0^{-2} U_x \epsilon_0^{-1} V_y V_x U_y \\ &\quad + (k_0^2 I + U_x \epsilon_0^{-1} V_x)(\epsilon_0 + k_0^{-2} V_y U_y) \\ &\quad + U_x \epsilon_0^{-1} V_y \epsilon_{21}, \\ P_{yy} &= -k_0^{-2} U_y \epsilon_0^{-1} V_x V_y U_x \\ &\quad + (k_0^2 I + U_y \epsilon_0^{-1} V_y)(\epsilon_0 + k_0^{-2} V_x U_x) \\ &\quad + U_y \epsilon_0^{-1} V_x \epsilon_{12}, \\ P_{xy} &= U_x \epsilon_0^{-1} V_y (\epsilon_0 + k_0^{-2} V_x U_x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -k_0^{-2}(k_0^2I+U_x\epsilon_0^{-1}V_x)V_yU_x \\ & +k_0^2\epsilon_{12}+U_x\epsilon_0^{-1}V_x\epsilon_{12}, \\ P_{yx} & =U_y\epsilon_0^{-1}V_x(\epsilon_0+k_0^{-2}V_yU_y) \\ & -k_0^{-2}(k_0^2I+U_y\epsilon_0^{-1}V_y)V_xU_y \\ & +k_0^2\epsilon_{21}+U_y\epsilon_0^{-1}V_y\epsilon_{21}. \end{aligned} \tag{11}$$

对于不同的边界, U_x, U_y 和 V_x, V_y 有不同的表示形式, 文献 [16, 17] 中已有详尽的描述.

通过求解 (10) 式构成的特征方程, 并对特征值进行筛选, 可以得到磁性光子晶体中实际可能存在模式的横向传播常数 β , 即方程的特征值. 将 β 相对应的特征向量经过由向量到矩阵的转化, 便可得到不同模式对应的模场分布. 同时利用横向传播常数 β 的定义也可以计算出对应不同模式的有效折射率 ($n_{\text{eff}} = \beta/k_0$).

3. 二维磁性光子晶体的模场分析

考虑到磁性光子晶体的周期性, 根据布洛赫定理^[19], 有

$$\begin{aligned} E_K(X) &= E_K(X+a), \\ H_K(X) &= H_K(X+a). \end{aligned} \tag{12}$$

因此在分析时只取磁性光子晶体一个单元即可, 原胞的选取方式如图 2 所示. 以磁光介质 Bi:YIG 为例, 在 $\lambda = 1.3 \mu\text{m}$ 时 (1) 式表示的介电张量中 $\epsilon_0 = 5.58, \epsilon_{12} = -\epsilon_{21} = 1.98 \times 10^{-3}i, \theta_F \simeq 0.0017\text{rad}/\mu\text{m}^{[20, 21]}$. U_x, U_y 和 V_x, V_y 可由周期性边界条件得到.

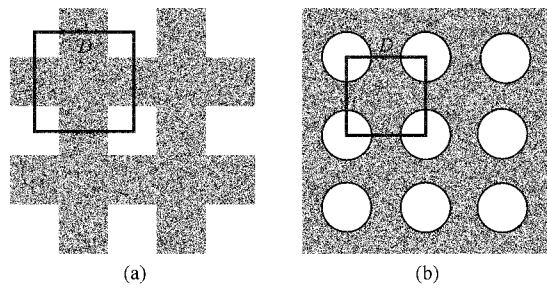


图 2 磁性光子晶体原胞的选取原则 (a) 方形空气孔模型; (b) 圆形空气孔模型

3.1. 方形空气孔模型

图 3 为方形空气孔模型在 $D = 2 \mu\text{m}, L = 0.7 \mu\text{m}$ 时的基模模场分布. 模拟结果表明有两种模式存在. 图 3(a) 和 3(b) 表示基模的一种偏振模式的电

场分布, 为讨论方便暂且称该种偏振模式为模式 1. 图 3(d) 和 3(e) 则表示基模的另一种偏振模式的电场分布, 称为模式 2. 图 3(a) 和 3(b) 分别为模式 1 在 x 方向和 y 方向分量的电场分布, 图 3(c) 为该模式下 x 方向分量的电场与 y 方向分量的电场的相位差分布. 图 3(d) 和 3(e) 分别为模式 2 在 x 方向和 y 方向分量的电场分布, 图 3(f) 为该模式下 x 方向分量的电场与 y 方向分量的电场的相位差分布. 在图 3(c) 和 3(f) 中, 右侧灰度级分布对应相位差大小. 从图中可以看出, 无论是模式 1 还是模式 2, 电场都主要集中在磁光介质 (Bi:YIG) 区域. 在研究 x 方向和 y 方向分量的相位差时, 应主要分析模式中心区域电场强度最强处的相位差. 在模式 1 的中心区域, $|E_x|$ 与 $|E_y|$ 的相位差为 -91° (约为 -90°), 将模式 1 的 x 方向分量和 y 方向分量合成后为右旋偏振光, 故模式 1 对应为右旋模 (R-mode). 在模式 2 的中心区域, $|E_x|$ 与 $|E_y|$ 的相位差为 90° , 故模式 2 的 x 方向分量和 y 方向分量对应左旋模 (L-mode). 在右旋模中心区域, $|E_x|/|E_y| = 6$; 在左旋模中心区域, $|E_x|/|E_y| = 0.16$. 因为在左右旋模中 $|E_x|/|E_y|$ 均不等于 1, 所以右旋模对应右旋椭圆偏振光, 左旋模对应左旋椭圆偏振光, 如图 4 所示. 通过计算发现右旋模与左旋模的有效折射率不相等, $n_{\text{Reff}} = 2.22523, n_{\text{Leff}} = 2.22266$, 两者相差 0.00257. 正是由于左旋模与右旋模的有效折射率不同, 所以导致了光波经过一定厚度的该种晶体后偏振面发生了旋转.

图 5 给出了空气孔边长的一半 L 与晶体左右旋模的有效折射率和 $10 \mu\text{m}$ 厚时法拉第旋转角之间的关系. 从图 5 中可以看出, 随着空气孔增大 (原胞边长为 $2 \mu\text{m}$ 不变, 磁光介质的尺寸逐渐减小), 方形气孔左右旋模的有效折射率逐渐减小, 而有效折射率差逐渐增大. 当 $L > 0.7 \mu\text{m}$ 后, 其有效折射率迅速减小, 有效折射率差也随之减小. 这时右旋模和左旋模逐渐变为沿 x 和 y 方向偏振的线偏振光. 产生这一现象的原因是, 当该结构材料中空气孔尺寸接近入射光波长 ($\lambda = 1.3 \mu\text{m}$) 时, 材料中空气孔对入射光的衍射效应最强, 从而使由衍射效应造成的光局域效应也达到最强. 由于光局域效应使得入射光波局域在磁光介质处, 因此可以从图 5(b) 中看出, 两种模式的有效折射率差在空气孔边长 $2L$ 接近 $1.3 \mu\text{m}$ 时出现了极大值.

这里将法拉第旋转角 θ 定义为出射椭圆偏振

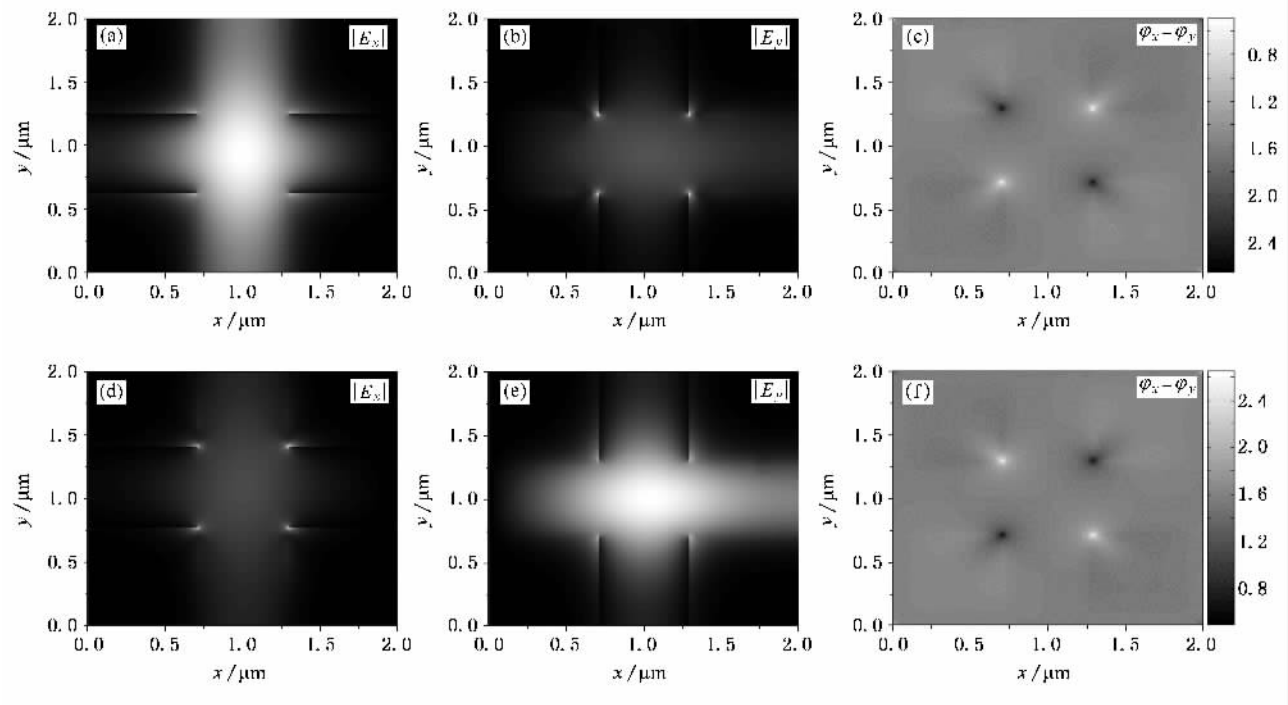


图3 $D=2\text{ }\mu\text{m}$, $L=0.7\text{ }\mu\text{m}$ 时的基模模式

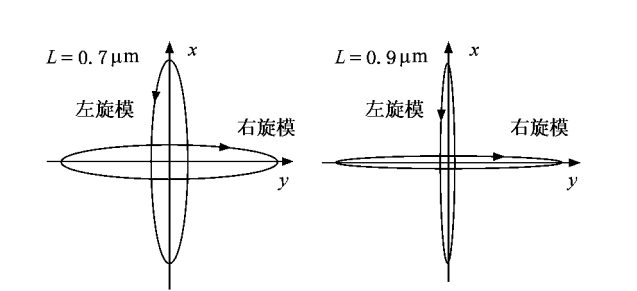


图4 不同空气孔尺寸下左右旋模的偏振态

光的长轴方向与入射线偏振光的偏振方向之间的夹角。图 5(d)表示光波通过厚度 $h=10\text{ }\mu\text{m}$ 的方形空气孔结构后的 θ 与 L 的关系,从图中可以看出变化趋势与右旋模和左旋模的有效折射率差的变化趋势近似。当空气孔边长的一半 L 为 $0.85\text{ }\mu\text{m}$ 时,该晶体的法拉第旋转角达到最大,较连续分布的 Bi:YIG 材料增大一个数量级。

3.2. 圆形空气孔模型

相比方孔结构,圆孔结构的磁性光子晶体更容易制作,所以有必要进一步对圆形空气孔模型进行分析。图 6 为空气孔半径 R 与模式有效折射率、折射率差及与 $h=10\text{ }\mu\text{m}$ 厚时法拉第旋转角之间的关系。与方形空气孔结构类似,当 $R<0.7\text{ }\mu\text{m}$ 时,有效折射率差随着 R 的增大而增大;当 $R>0.7\text{ }\mu\text{m}$ 时,

有效折射率差随着 R 的增大而减小。产生这一现象的原因与方形空气孔相同。当空气孔边长的一半 L 为 $0.7\text{ }\mu\text{m}$ 时,该晶体的法拉第旋转角达到最大,较连续分布的 Bi:YIG 材料增大约 4 倍。

3.3. 椭圆率

在连续分布的磁光介质中,左旋模和右旋模分别为左旋和右旋圆偏振光,所以最终合成后仍为线偏振光。但对于二维磁性光子晶体情况就有所不同了,从上面的分析结果可以看出,在方形空气孔结构中,随着磁光材料尺寸的减小,左旋模和右旋模越来越接近于线偏振光(在一维结构下也有相同的情况^[11]),从而导致左旋模和右旋模经过二维磁性光子晶体后合成为椭圆偏振光,图 7 表示线偏振光通过 $10\text{ }\mu\text{m}$ 方形空气孔和圆形空气孔结构的晶体后椭圆率与空气孔尺寸的关系。这里圆形空气孔结构和方形空气孔结构的椭圆率不同是由于二者结构不同造成的。

光波偏振态变化的主要原因是材料具有周期性结构。由磁光材料(Bi:YIG)和空气在 x - y 平面内周期性分布构成的二维磁性光子晶体,对在其内部传播的光波有很强的调制作用。正是由于这种调制作用的存在,才导致了光偏振态的变化。为了有效地抑制光场偏振态的变化,可以考虑在二维磁性光子

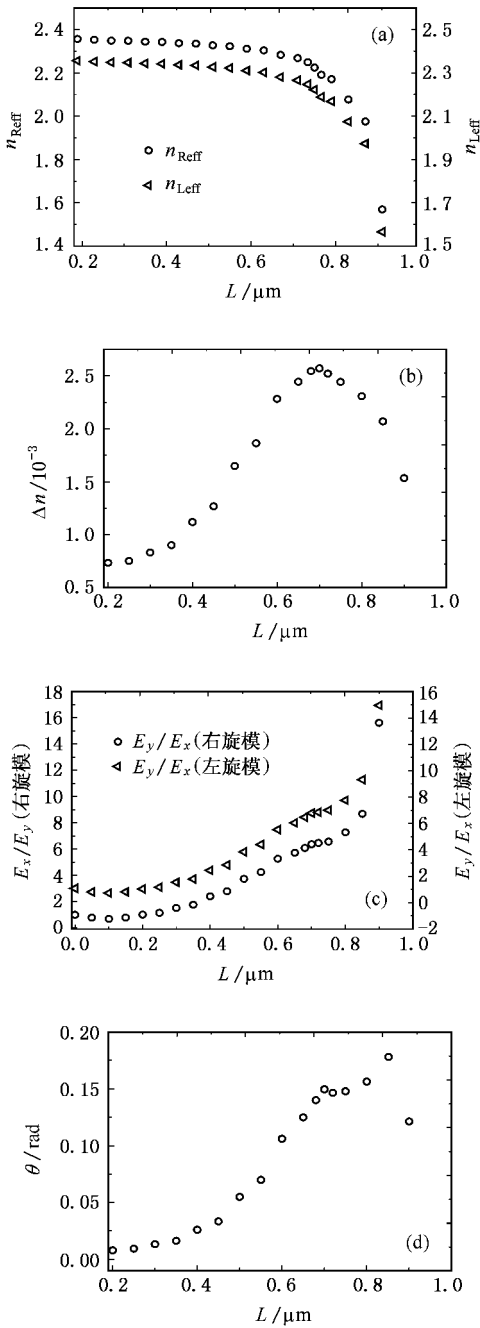


图 5 方形空气孔边长的变化与晶体有效折射率和法拉第旋转角之间的关系 (a)左、右旋模式的有效折射率 (b)右旋模与左旋模的有效折射率差 (c) E_x/E_y (右旋模)和 E_y/E_x (左旋模); (d) $h = 10 \mu\text{m}$ 时的法拉第旋转角

晶体中引入如图 8 所示的缺陷. 缺陷的引入破坏了材料的周期性结构,同时也破坏了材料对光波周期性的调制作用,类似于光波在光子晶体光纤中的传播,光场会被局域到中心缺陷处,在缺陷周围的周期性结构中光强很弱. 图 9 所示的模拟计算结果表明,线偏振光通过 $10 \mu\text{m}$ 缺陷结构二维磁性光子晶

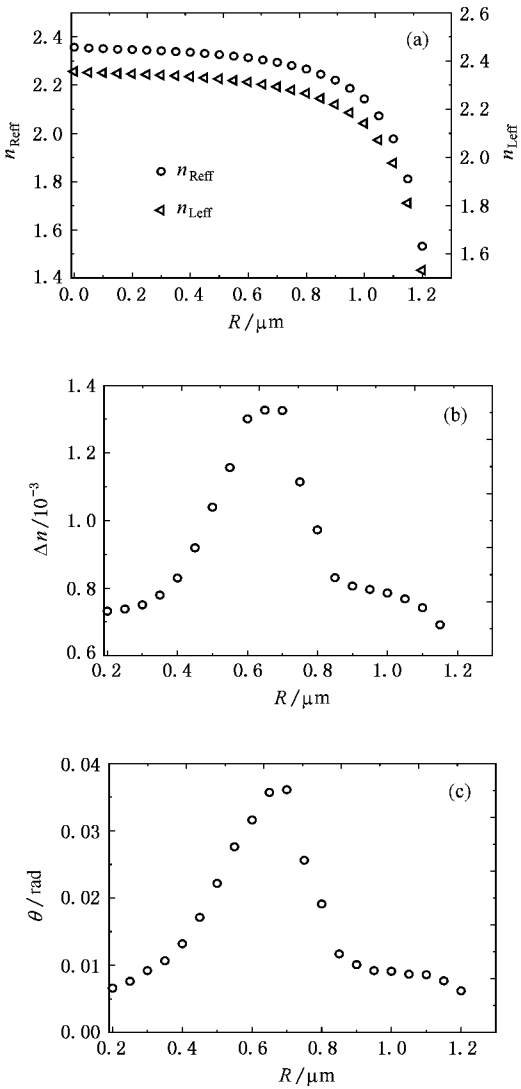


图 6 圆形空气孔半径的变化与晶体有效折射率和法拉第旋转角之间的关系 (a)左、右旋模式的有效折射率 (b)右旋模与左旋模的有效折射率差 (c) $h = 10 \mu\text{m}$ 时的法拉第旋转角

体后的椭圆率几乎没有改变,因此该方法可以有效的抑制光波偏振态的变化.

4. 结 论

以上分析结果表明,由于衍射效应的存在,光波在二维磁性光子晶体中传播时被局域在磁光介质处,其左右旋模的有效折射率差和法拉第旋转角较连续分布磁光介质有显著增加. 选择适当的结构尺寸,可使方孔结构材料的法拉第旋转角增大约一个数量级,圆孔结构增加 4 倍左右,但光波的椭圆率也随着法拉第旋转角的增大而增大. 这种变化源于材

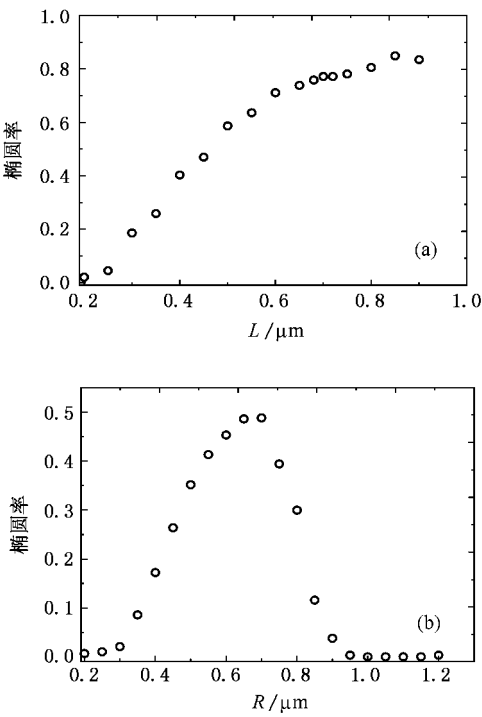


图 7 线偏振光通过 10 μm 材料后的椭圆率 (a) 方形空气孔；(b) 圆形空气孔

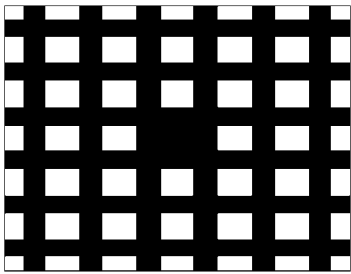


图 8 具有缺陷结构的二维磁性光子晶体

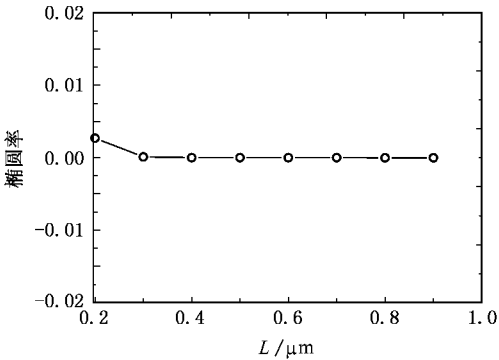


图 9 线偏振光通过 10 μm 缺陷结构二维磁性光子晶体后的椭圆率

料的周期性结构,因此抑制光波偏振态变化的有效途径是破坏材料的这种周期性结构,即在二维磁性

光子晶体中引入缺陷.模拟计算结果表明该方法可以有效地抑制光波偏振态的变化.

[1] Knight J C , Birks T A , Russell P S J , Atkin D M 1996 *Opt . Lett .* **21** 1547

[2] Knight J C , Broeng J , Birks T A , Russell P S J 1998 *Science* **282** 1476

[3] Birks T A , Knight J C , Russell P S J 1998 *Opt . Lett .* **23** 961

[4] Inoue M , Arai K , Fujii T , Abe M 1999 *J . Appl . Phys .* **85** 5768

[5] Kato H , Inoue M 2002 *J . Appl . Phys .* **91** 7017

[6] Kahl S , Grishin A M 2004 *Appl . Phys . Lett .* **84** 1438

[7] Khartsev S I , Grishin A M 2005 *Appl . Phys . Lett .* **87** 122504-1

[8] Wen X W , Li G J , Qiu G X , Li Y P , Ding L , Sui Z 2004 *Acta Phys . Sin .* **53** 3571 (in Chinese) [温晓文、李国俊、仇高新、李永平、丁磊、隋展 2004 物理学报 **53** 3571]

[9] Wen X W , Li G J , Qiu G X , Li Y P , Ding L , Sui Z 2004 *Acta Phys . Sin .* **54** 1847 (in Chinese) [温晓文、李国俊、仇高新、李永平、丁磊、隋展 2004 物理学报 **54** 1487]

[10] Matsumoto K , Sasaki S , Haraga K , Yamaguchi K , Fujii T , Okamoto I , Kimura T , Fujii I 1993 *J . Appl . Phys .* **73** 339

[11] Isamoto K , Yamamoto T , Inoue M , Fujii T 1995 *IEEE T . Magn .* **31** 3286

[12] Ikezawa Y , Nishimura K , Uchida H , Inoue M 2004 *J . Magn . Magn . Mater .* **272** 1690

[13] Che M , Zhou Y S , Wang F H , Gu B Y 2005 *Acta Phys . Sin .* **54** 4770 (in Chinese) [车明、周云松、王福合、顾本源 2005 物理学报 **54** 4770]

[14] Kono N , Tsuji Y 2004 *J . Lightwave Technol .* **22** 1741

[15] Kono N , Koshiha M 2005 *IEEE Photonic Tech . L .* **17** 1432

[16] Zhao M Z , Brown T G 2002 *Opt . Express* **10** 853

[17] Yu C P , Chang H C 2004 *Opt . Express* **12** 1397

[18] Višnovsk'y S , Lopušn' k R , Bauer M , Bok J , Fassbender J , Hillebrands B 2001 *Opt . Express* **9** 121

[19] Yariv A , Yeh P 1983 *Optical Waves in Crystals* (New York : John Wiley&Sons) p95

[20] Wittekoek W , Popma T J A , Robertson J M , Bongers P F 1975 *Phys . Rev . B* **12** 2777

[21] Kato H , Inoue M 2002 *J . Appl . Phys .* **91** 7017

Two-dimensional magnetophotonic crystals and analysis of the mode field^{*}

Zhang Hao Zhao Jian-Lin[†] Zhang Xiao-Juan Di Nan

(*Institute of Optical Information Science and Technology, School of Science, Northwestern Polytechnical University, Shaanxi Key*

Laboratory of Optical Information Technology, Xi'an 710072, China)

(Received 18 September 2006 ; revised manuscript received 19 November 2006)

Abstract

The mode field and effective index of two structures (square air core and circular air core) of two-dimensional magnetophotonic crystals is analyzed using finite-difference frequency-domain (FDFD) method. According to the result of numerical analysis , the two degenerate fundamental modes become non-degenerate (L-mode and R-mode) in the structures , and the two corresponding effective indices are different. The Faraday rotation of these two structures is enhanced compared with that of the continuous magneto-optical materials. By choosing proper parameters of the air core , the Faraday rotation can be increased by one order for the square air core structure and 4 times for the circular core structure. The polarization state of optical waves is changed after passing through the structure. With the increasing of Faraday rotation , the ellipticity of outgoing optical waves is increased. Finally , we discuss the cause of the phenomena and present a method to resolve the problem of variation of ellipticity by introducing defect in the structure.

Keywords : magneto-optical effect , two-dimensional magnetophotonic crystals , finite-difference frequency-domain (FDFD)

PACC : 7820L , 7530G

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10477016) and the Seeds Foundation of Northwestern Polytechnical University , China (Grant No. Z200659).

[†] Corresponding author. E-mail: jljzhao@nwpu.edu.cn