第 56 卷 第 10 期 2007 年 10 月
1000-3290/2007/56(10)/5661-04

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.56,No.10,October,2007

Chen 系统的自适应追踪控制*

谌 龙† 王德石

(海军工程大学兵器工程系,武汉 430033)

(2006 年 12 月 27 日收到;2007 年 2 月 1 日收到修改稿)

利用非线性单输入控制器实现混沌 Chen 系统的自适应追踪控制.根据 Chen 系统的结构特点选取合适的反馈方式,设计单输入自适应控制器,使 Chen 系统自适应追踪参数未知的 Rossler 系统的某一变量,并由 Lyapunov 直接方法证明误差信号渐近稳定于零.数值仿真结果表明该控制方法可行,且可以实现未知参数的辨识.

关键词:Chen 系统,追踪控制,自适应控制,混沌同步
PACC:0545

1. 引 言

1990 年,Ott 等[1] 提出基于参数微扰反馈原理的混沌控制方法;同年,Pecora 等[2] 实现了混沌系统的同步.此后混沌的控制与同步在振动控制、保密通讯和生物医学等领域得到了广泛应用,各种控制和同步方法也得到了较深入的研究.最早提出的驱动-响应混沌同步方法[2] 可以使两个结构和参数相同的混沌系统达到一致的状态.此后各种自适应控制与同步方法[3—10] 相继被提出,可以使两个结构相同而参数未知的混沌系统实现同步,从而大大拓展了混沌同步的应用范围.

追踪控制[11,12] 是近年来出现的一类新型混沌控制方法,可以使受控混沌系统的单一变量或全部变量追踪任意参考信号,包括其他混沌系统的输出信号,即实现所谓的异结构同步.文献[11]提出了异结构同步的概念,实现了离散混沌系统对各种参考信号的追踪;文献[12]给出了 Rossler 混沌系统的一种追踪控制方案,可以使受控系统某一变量追踪包括混沌信号在内的任意参考信号;文献[13]提出一种带时变遗忘因子的自适应预测控制算法,可实现对参考信号的追踪以及异结构混沌同步.在目前有关追踪控制和异结构混沌同步的文献[11—16]中,其控制器可分为单输入和多输入两种,分别对应单一变量和多个变量的追踪.多输入情形下的自适应异结构同步已经实现[14],且可以完成未知参数辨识,不过控制器较复杂.单输入控制器结构简单,易于实现,在仅需单一变量同步的场合具有独特的优势,有关其自适应算法的研究较少.

本文以混沌 Chen 系统为控制对象,以全部参数未知的 Rossler 系统为追踪对象,基于 Lyapunov 稳定性理论设计单输入自适应控制器,使混沌 Chen 系统追踪 Rossler 系统的某一变量,同时实现全部未知参数的辨识.数值研究结果验证了此方法的有效性.

2. 自适应追踪控制的描述

混沌 Chen 系统[17] 的数学模型为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y-x), \\ \dot{y} &= (c-a)x - xz + cy, \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{aligned} \tag{1}$$

当参数 $a=35$,$b=3$,$c=28$ 时系统处于混沌状态.选取处于混沌状态的 Rossler 系统为追踪对象,其状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -y_1 - z_1, \\ \dot{y}_1 &= x_1 + \alpha y_1, \\ \dot{z}_1 &= \beta + z_1(x_1 - \gamma), \end{aligned} \tag{2}$$

其中参数 α,β,γ 未知.为实现 Chen 系统的自适应追踪控制,设计控制器 u 得到如下受控系统:

$$\dot{x} = a(y-x),$$

* 国家自然科学基金(批准号:10272113)资助课题.

† E-mail:xhrhzg@21cn.com

$$\dot{y} = (c - a)x - xz + cy + u,\qquad (3)$$
$$\dot{z} = xy - bz,$$

使得系统(3)的状态变量 $x(t)$追踪系统(2)的状态变量 $x_1(t)$,即

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{t\to\infty}[x(t) - x_1(t)] = 0,\qquad (4)$$

其中 $e(t) = x(t) - x_1(t)$为追踪误差信号.此外,系统(3)其他状态变量应满足有界条件,即存在正数 M 和 N,使得在任意时刻 t 都有

$$|y(t)| < M,\ |z(t)| < N.\qquad (5)$$

3. 控制器的设计

对于受控系统(3),设计控制器如下:

$$u = (k + 1 - c - k/a)x + (a - k - c - 1)y + xz + (k - 1)x_1/a - (k + 1 + \hat{\alpha})y_1/a - (k + 1 + x_1 - \hat{\gamma})z_1/a - \hat{\beta}/a,\qquad (6)$$

其中 $\hat{\alpha},\hat{\beta},\hat{\gamma}$是对未知参数 α,β,γ 的估计,$k>0$ 为控制参数,记参数估计误差为

$$\bar{\alpha} = \hat{\alpha} - \alpha,\ \bar{\beta} = \hat{\beta} - \beta,\ \bar{\gamma} = \hat{\gamma} - \gamma.\qquad (7)$$

令广义误差 $e_v = k(x - x_1) + (\dot{x} - \dot{x}_1)$,考虑到对信号直接求导会引起噪声放大等问题,可利用(2)式和(3)式中的第一个等式将 $\dot{x}$与 $\dot{x}_1$ 表示成为系统变量的组合,即有

$$\begin{aligned} e_v &= k(x - x_1) + (\dot{x} - \dot{x}_1)\\ &= k(x - x_1) + a(y - x) + y_1 + z_1.\end{aligned}\qquad (8)$$

为实现自适应追踪控制,设计参数估计的自适应律如下:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\alpha}} &= k_1 y_1 e_v,\\ \dot{\hat{\beta}} &= k_2 e_v,\\ \dot{\hat{\gamma}} &= -k_3 e_v z_1,\end{aligned}\qquad (9)$$

其中正数 k_1,k_2,k_3 为自适应律中的控制增益.下面给出关于以上控制器有效性的证明.

定理1 对于受控 Chen 系统(3),当采用由(6)式和(9)式表示的控制器时可以实现对全部参数未知的 Rossler 系统的自适应追踪控制.

证明 取受控系统 Lyapunov 函数为

$$V = e_v^2/2 + \bar{\alpha}^2/(2k_1) + \bar{\beta}^2(2k_2) + \bar{\gamma}^2/(2k_3),\qquad (10)$$

显然 V 是关于 $e_v,\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma}$的正定函数,对(10)式求导并将(6)—(9)式代入后可得

$$\begin{aligned}\dot{V} &= [k(x - x_1) + (\dot{x} - \dot{x}_1)][k(\dot{x} - \dot{x}_1) + \ddot{x} - \ddot{x}_1]\\ &\quad + (\hat{\alpha} - \alpha)\dot{\hat{\alpha}}/k_1 + (\hat{\beta} - \beta)\dot{\hat{\beta}}/k_2\\ &\quad + (\hat{\gamma} - \gamma)\dot{\hat{\gamma}}/k_3\\ &= [k(x - x_1) + (\dot{x} - \dot{x}_1)][-k(x - x_1)\\ &\quad - (\dot{x} - \dot{x}_1) - (\hat{\alpha} - \alpha)y_1 - (\hat{\beta} - \beta)\\ &\quad + (\hat{\gamma} - \gamma)z_1] + (\hat{\alpha} - \alpha)\dot{\hat{\alpha}}/k_1 + (\hat{\beta} - \beta)\dot{\hat{\beta}}/k_2\\ &\quad + (\hat{\gamma} - \gamma)\dot{\hat{\gamma}}/k_3\\ &= -e_v^2 + (\hat{\alpha} - \alpha)(\dot{\hat{\alpha}}/k_1 - y_1 e_v)\\ &\quad + (\hat{\beta} - \beta)(\dot{\hat{\beta}}/k_2 - e_v) + (\hat{\gamma} - \gamma)(\dot{\hat{\gamma}}/k_3 + e_v z_1)\\ &= -e_v^2 \leqslant 0.\end{aligned}$$

由于 $\dot{V}$是半负定的,根据 Lyapunov 稳定性理论不能直接判定广义误差 e_v 是否渐近稳定于零.考虑到 $\dot{V} \leqslant 0$,可知 $e_v,\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma} \in L_\infty$,且有

$$\int_0^t e_v^2 \mathrm{d}t = \int_0^t -\dot{V}\mathrm{d}t = V(0) - V(t) \leqslant V(0),$$

因此有 $e_v \in L_2$,根据 Barbalat 引理[10] 可得 $\lim_{t\to\infty} e_v = 0$,则根据误差 $e_v(t)$和 $e(t)$的定义可知当 $t\to\infty$ 时有 $\dot{e}(t) = -ke(t)$,因此 $\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$ 成立,即实现对目标信号 $x_1(t)$的追踪.

下面证明受控系统其他变量的有界性.当 $t\to\infty$时,由于 $e_v\to 0$ 且 $x\to x_1$,根据(8)式可得

$$y \to x_1 - (y_1 + z_1)/a.\qquad (11)$$

由于当 Rossler 系统(2)处于混沌状态时其变量 x_1,y_1,z_1 都是有界信号,因此变量 y 也有界.由系统(3)的第3个等式可得

$$\dot{z} + bz = xy.\qquad (12)$$

显然(12)式为关于 z 的线性时不变系统,其输入信号 $s(t) = xy$. 由于系统(12)的单位冲激响应为

$$h(t) = \mathrm{e}^{-bt}U(t),$$

其中 $U(t)$为单位阶跃信号,易知 $h(t)\in L_1$,即满足绝对可积条件,根据信号与系统方面有关理论可知系统(12)为稳定系统,即对于任意有界输入其输出 $z(t)$有界.由于 x 和 y 均有界,因此变量 z 有界,(5)式成立.证毕.

4. 数值研究结果

取控制参数 $k=2$,自适应控制增益 $k_1 = k_2 = k_3$

$=0.3$，受控 Chen 系统(3)的初值$[x(0),y(0),z(0)]=[1,1,1]$，参数 $a=35$，$b=3$，$c=28$. Rossler 系统(2)的初值为$[x_1(0),y_1(0),z_1(0)]=[2,1,1]$，参数真实值为 $\alpha=\beta=0.2$，$\gamma=5.7$，相应的参数估计值初值为$[\hat{\alpha}(0),\hat{\beta}(0),\hat{\gamma}(0)]=[1,2,3]$，利用四阶 Runge-Kutta 方法对受控系统进行数值仿真，结果如图 1 所示. 在追踪过程中变量 $x(t)$迅速收敛于变量 $x_1(t)$，实现对参考信号的稳定有效追踪. 此外，受控系统(3)的其他变量保持有界，如图 2 所示.

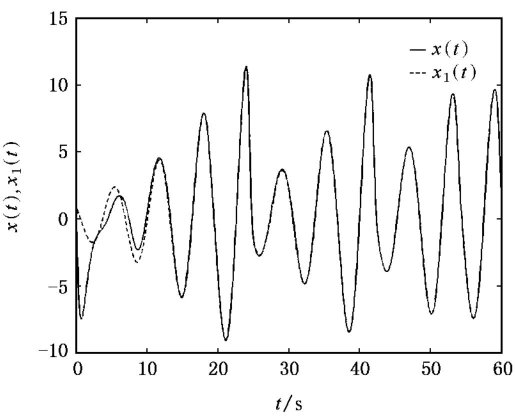

图 1　变量 $x(t)$和 $x_1(t)$随时间的变化

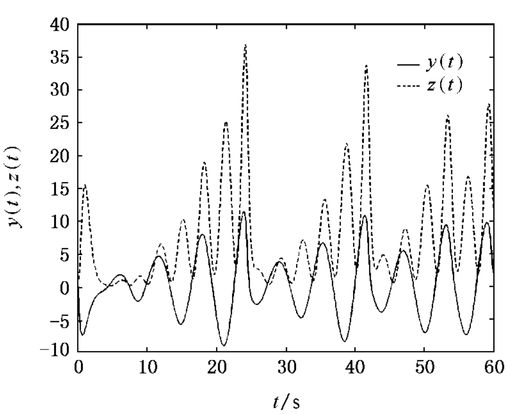

图 2　变量 $y(t)$和 $z(t)$随时间的变化

在追踪过程中，控制器 $u(t)$中的未知参数估计值 $\hat{\alpha}$，$\hat{\beta}$，$\hat{\gamma}$在自适应律(9)的作用下不断调整，数值仿真结果表明其逐渐趋于参数真实值. 参数估计误差 $\bar{\alpha}$，$\bar{\beta}$，$\bar{\gamma}$随时间变化的情况如图 3 所示，其中图 3(a)—(c)分别对应估计误差 $\bar{\alpha}$，$\bar{\beta}$，$\bar{\gamma}$的变化曲线，可见尽管参数误差的局部起伏较大，但都能逐渐收敛于零，表明自适应律(9)是准确有效的.

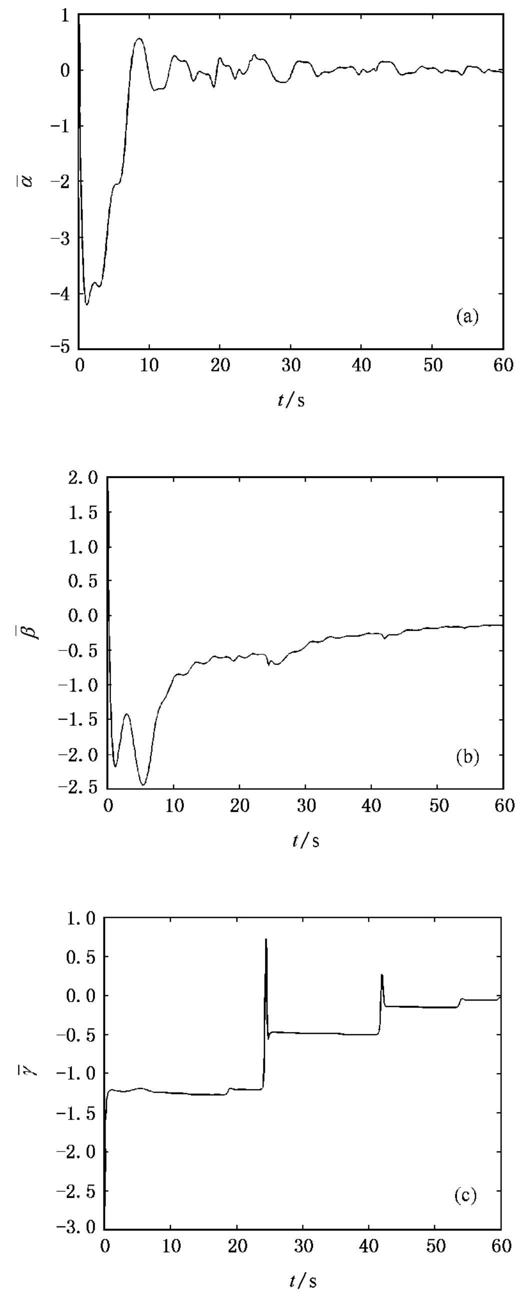

图 3　各参数误差随时间的变化曲线

5. 结　　论

本文提出一种基于非线性单输入反馈方式的混沌 Chen 系统自适应追踪控制方法，可以使受控 Chen 系统追踪全部参数未知的 Rossler 系统的某一变量，同时受控系统所有状态变量都满足有界条件. 利用 Lyapunov 稳定性理论证明了该控制策略的有效性. 数值研究结果表明自适应追踪控制可以实现，且参数估计误差收敛于零，不过有关参数自适应律

的严格证明还需要进一步研究.本方法可以有效实现异结构混沌系统的单一变量同步,同时也可以对含有未知参数的混沌系统进行参数辨识,可为实现各种条件下的混沌同步提供新的途径.

[1] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196

[2] Pecora L M, Caroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821

[3] Zhang J S, Xiao X C 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2092 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2001 物理学报 **50** 2092]

[4] Li Z, Han C Z 2002 *Chin. Phys.* **11** 666

[5] Chen S H, Zhao L M, Liu J 2002 *Chin. Phys.* **11** 543

[6] Li Z, Han C Z 2002 *Chin. Phys.* **11** 9

[7] Tu L L, Lu J A 2005 *Chin. Phys.* **14** 1755

[8] Qi D L 2006 *Chin. Phys.* **15** 1715

[9] El-Gohary A 2006 *Chaos, Solitons & Fractals* **27** 345

[10] Wang X Y, Wu X J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 605 (in Chinese) [王兴元、武相军 2006 物理学报 **55** 605]

[11] Li L X, Peng H P, Lu H B, Guan X P 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 629 (in Chinese) [李丽香、彭海朋、卢辉斌、关新平 2001 物理学报 **50** 629]

[12] Wang X Y, Shi Q J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5591 (in Chinese) [王兴元、石其江 2005 物理学报 **54** 5591]

[13] Dong E Z, Chen Z Q, Yuan Z Z 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4578 (in Chinese) [董恩增、陈增强、袁著祉 2005 物理学报 **54** 4578]

[14] Cai G L, Huang J J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3997 (in Chinese) [蔡国梁、黄娟娟 2006 物理学报 **55** 3997]

[15] Li S, Xu W, Li R H, Li Y P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5681 (in Chinese) [李 爽、徐 伟、李瑞红、李玉鹏 2006 物理学报 **55** 5681]

[16] Li J F, Lin H, Li N 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3992 (in Chinese) [李建芬、林 辉、李 农 2006 物理学报 **55** 3992]

[17] Chen G R, Ueta T 1999 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **9** 1465

Adaptive tracking control of the Chen system*

Chen Long† Wang De-Shi

(*Weaponry Engineering Department, Naval University of Engineering, Wuhan* 430033, *China*)

(Received 27 December 2006; revised manuscript received 1 February 2007)

Abstract

The tracking control of chaotic Chen system is realized using a nonlinear single-input controller. According to the structure characteristic of the Chen system, proper feedback form is selected and an adaptive single-input controller is designed, which makes the Chen system track a certain variable of the Rossler system with unknown parameters. The Lyapunov direct method is applied to prove that the error signal asymptotically approaches zero. Numerical simulations show that the proposed control method is feasible, and the identification of unknown parameters can be realized.

Keywords: Chen system, tracking control, adaptive control, chaos synchronization

PACC: 0545

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10272113).

† E-mail: xhrhzg@21cn.com