

# 瓶颈开口角对二维颗粒流的影响<sup>\*</sup>

鲍德松<sup>†</sup> 雷哲敏 胡国琦 张训生 唐孝威

(浙江大学物理系 杭州 310027)

(2006 年 12 月 21 日收到 2007 年 1 月 29 日收到修改稿)

实验研究了平面传送带上颗粒流的特性,主要包括传送带出口处开口宽度以及瓶颈开口角度对颗粒流的影响.实验结果发现,改变瓶颈开口角度  $\theta$ ,当  $\theta$  大于  $15^\circ$  时,颗粒流量  $Q$  随着  $\cos\theta$  呈线性变化.同时,颗粒流量  $Q$  与传送带速度  $v$  以及开口大小  $R$  也密切相关,而在  $\theta$  小于  $15^\circ$  时,颗粒流量  $Q$  基本不随开口角度变化.

关键词:颗粒物质,二维颗粒流

PACC: 4630P, 4610, 8220M

## 1. 引言

颗粒物质通常指的是大量的离散固体所组成的宏观系统.它具有丰富的现象和不同于固态、液态、气态物质的独特的运动规律.这类离散态物质运动规律十分复杂,所以引起了物理学界的广泛关注,见文献 [1—7].近年来,关于颗粒物质的研究主要集中在以下三个方面:1)颗粒物质的静态行为,研究包括力链与力的分布情况、静摩擦力性质、成拱以及堆积特性等;2)颗粒物质的振动行为,主要是研究颗粒物质由于振动所形成的各类斑图及分离现象;3)颗粒物质的流动行为,包括崩塌、剪切流动、密度波,特别是研究稀疏流、密集流、堵塞这三种状态的性质及它们之间的转变<sup>[8—11]</sup>等.最近几年我们主要研究了二维颗粒流的流动行为<sup>[12—14]</sup>.结果发现,传送带上二维颗粒流通过瓶颈口时其流量主要受传送带的速度以及瓶颈开口的大小的影响,当开口尺寸  $d$  固定时,对应的颗粒流量存在临界速度  $v_c$ ,在  $v < v_c$  范围,流量  $Q$  随速度  $v$  线性增大;而当速度  $v$  固定时,对应不同开口  $d$ ,存在有相应的临界开口尺寸  $d_c$ .即改变颗粒运动速度  $v$  或改变开口尺寸  $d$  都可能导致颗粒流状态的变化.对于颗粒在光滑边界二维斜面上的流动,发现存在一从稀疏流到密集流的转变的临界开口,临界开口  $D_c$  与颗粒的初始流量和通道宽度有关.当通道宽度  $W$  一定时,临界开口尺寸

$D_c$  近似随初始流量  $Q_0$  的平方根增大.在初始流量  $Q_0$  一定时,临界开口尺寸  $D_c$  随通道宽度  $W$  近似线性增大.而粗糙边界条件下的二维斜面颗粒流,颗粒流在粗糙边界条件及稀疏流状态下,现象上表现出类似流体的性质,但由于颗粒流系统的能量耗散,所以颗粒流的速度和密度分布和牛顿流体完全不同,颗粒在通道中以通道中轴线呈对称分布,通道两侧的颗粒密度明显高于通道中间.本文主要是研究传送带上瓶颈开口角对二维颗粒流的影响.

## 2. 实验装置

实验装置如图 1(a)所示.实验采用直流调速电机,在  $0—0.6$  m/s 范围内可连续改变传送带速度.颗粒流通道的两侧挡板及开口两侧挡板均为经表面抛光处理过的钢板,实验使用的颗粒直径为  $D = 16.0$  mm,质量为  $10.0$  g 的铜圆片.在传送带一端安装加料口,同时保证颗粒单层分布于传送带上.传送带另一端设置一漏斗形开口,开口尺寸  $R$  连续可调,漏斗形开口两侧安装有可调挡板,可调节挡板与  $X$  轴(传送带前进方向为  $Y$  轴正方向)的夹角  $\theta$ ,文中简称开口角度,详细可见实验装置俯视图 1(b).颗粒流动通道宽度为 20 倍颗粒直径  $D$ ,通道长度约为  $2$  m;出口下方放置一容器收集流出的颗粒,用电子称记录各个时刻容器内颗粒的总质量,其精度为  $1.0$  g,采样频率  $0.2$  s.由电子称记录的颗粒质量随

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号:10274071)和浙江省教育厅(批准号:20050916)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: baodesong@zju.edu.cn

时间变化率可得颗粒流量<sup>[12]</sup>. 我们将开口尺寸以颗粒直径标度, 即为  $R = d/D$ . 流量  $Q$  以用颗粒数/s 表示. 实验过程中传送带速度从 0.20 m/s 开始, 步长为 0.05 m/s, 最大速度 0.55 m/s. 实验主要研究固定开口宽度  $R$  和传送带速度  $v$  条件下颗粒流量随开口角度  $\theta$  的变化规律. 角度范围从  $0^\circ$  到  $60^\circ$ , 步长为  $5^\circ$ .

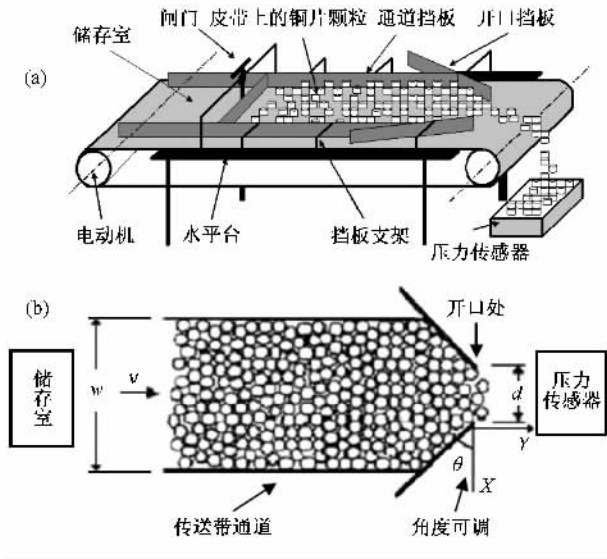


图 1 实验装置图 (a) 示意图; (b) 俯视图

### 3. 实验结果与讨论

实验测量了不同开口宽度  $R$  ( $R = d/D$ ) 分别为 4.0 4.5 5.0 5.5 6.0 和 6.5 下颗粒流量  $Q$  随开口角度  $\theta$  的变化规律, 由于  $R \geq 4.0$ , 所以此时颗粒流为稀疏流状态<sup>[11,12]</sup>. 图 2 所示是开口宽度  $R$  为 4.0 时颗粒流量  $Q$  随开口角度  $\theta$  变化的实验结果, 曲线 B, C, D 和 E 对应的传送带速度分别为 0.25, 0.35, 0.45 和 0.55 m/s. 由图 2 可以看到, 在开口角度  $\theta$  小于  $15^\circ$  时颗粒流量随角度基本不变, 这是由于出口处阻挡板的存在, 使得颗粒在开口处两侧堆积而形成了一个相对稳定的倾斜角. 颗粒堆积形成的倾斜角在  $15^\circ$  左右, 所以, 以下分析选择开口角度范围为  $15^\circ$  至  $60^\circ$  的实验数据. 由图 2 可以清楚看到, 在整个角度范围内颗粒流量随角度  $\theta$  呈非线性变化, 但通过变换横坐标为  $\cos\theta$  后, 发现在不同的开口宽度  $R$  以及不同的输送带速度下, 颗粒流量  $Q$  随  $\cos\theta$  却呈较好的线性关系, 如图 3 所示. 图 3 是关于开口宽度  $R$  为 5.5 时颗粒流量  $Q$  随  $\cos\theta$  的变化曲线, 图中曲线 B, C 和 D 对应的速度分别为 0.20, 0.30 和 0.55 m/s. 图 3 所示的直线和虚线是对不同速度下

实验数据的线性拟合, 结果显示, 对不同速度的实验数据线性拟合对应有不同的斜率, 直线斜率为  $K$  ( $K$  小于零), 显然, 斜率  $K$  可写成

$$-K = \frac{\partial Q}{\partial \cos\theta} \quad (K \text{ 取正数}) \quad (1)$$

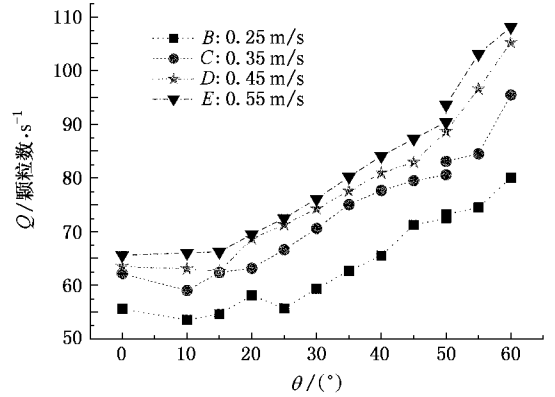


图 2 开口  $R$  为 4.0 时颗粒流量  $Q$  随开口角度  $\theta$  变化的关系

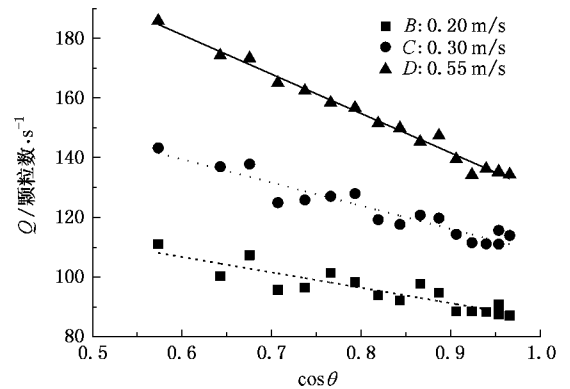


图 3 开口宽度  $R$  为 5.5 时颗粒流量  $Q$  随  $\cos\theta$  变化的关系

分析不同开口  $R$ 、不同传送带速度  $v$  的实验结果, 所对应线性拟合的斜率  $K$  也各不相同, 这说明斜率  $K$  和开口大小  $R$  和速度  $v$  都有关. 即对于不同的开口角度  $\theta$ ,  $K$  是关于  $R$  和  $v$  的函数. 由方程 (1) 可知颗粒流量  $Q$  可表示为

$$Q = Q_0 - K(\kappa, R, v)\cos\theta, \quad (2)$$

其中  $\kappa$  为影响颗粒流量的其他因素,  $Q_0$  为开口角度为  $90^\circ$  时的颗粒流量, 即  $\cos\theta = 0$  时的颗粒流量. 同样, 从对不同开口  $R$  以及不同速度  $v$  条件下  $Q$ - $\cos\theta$  实验数据的线性拟合结果得到, 不同的开口  $R$  和不同的速度  $v$  对应不同的  $Q_0$ , 即  $Q_0$  也是关于  $R, v$  的函数,  $Q_0 = Q_0(\kappa', R, v)$  ( $\kappa'$  为影响  $Q_0$  的其他因素). 图 4 是不同速度下  $Q_0$  随  $R$  的变化关系.

由图可知,  $Q_0(\kappa', R, v)$  随开口  $R$  也呈线性变化, 而且不同的速度对应于  $Q_0-R$  不同的的变化率. 曲线  $B, C, D$  和  $E$  对应的速度分别为 0.20 0.30 0.40 和 0.50 m/s. 图中, 对不同速度实验数据作线性拟合, 拟合直线的斜率用  $K_1$  表示, 显然  $K_1$  与传送带速度有关. 由此可以得到:  $Q_0(\kappa', R, v) = K_1(\kappa', v)R$ . 分析  $K_1$  与传送带速度  $v$  的关系, 结果如图 5 所示. 可以看到,  $K_1$  随速度也呈线性变化. 因此,  $Q_0(\kappa', R, v)$  可以表示为  $Q_0(\kappa', R, v) = K_2(\kappa')Rv$ . 因为在稀疏流状态下, 颗粒流量可表示为  $Q = \rho Rv^{121}$ , 其中  $\rho, R, v$  分别为颗粒密度、开口大小和颗粒运动的速度. 通过比较知道,  $K_2$  具有密度量纲, 所以我们将  $Q_0$  的表达式改写为  $Q_0 = \rho_0 Rv$ , 由此可以得出:  $\rho_0$  为开口角度为  $90^\circ$  时开口处的平均颗粒

密度. 由上述分析可以得到,  $\kappa$  具有密度  $\rho$  的量纲, 则颗粒流量可表示为

$$Q(\theta, v, R, \rho) = \rho_0 Rv - K(\rho, R, v)\cos\theta. \quad (3)$$

关于方程 (3) 中的参数  $K(\rho, R, v)$  与开口  $R$  以及速度  $v$  的具体关系我们将做进一步研究.

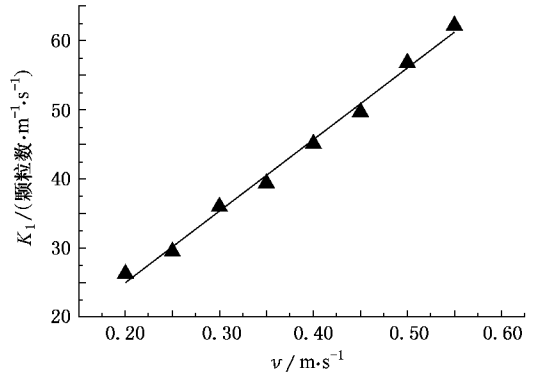


图 5  $K_1$  随传送带速度的变化规律

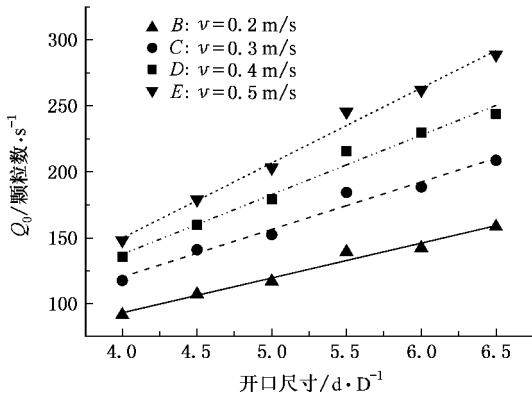


图 4 传送带不同速度  $v$  时  $Q_0$  随开口  $R$  变化的规律

### 4. 结 论

二维传送带上的颗粒流, 在通过漏斗型开口时, 其颗粒流量主要受颗粒运动速度  $v$ 、开口大小  $R$ 、以及瓶颈开口角度  $\theta$  的影响. 在稀疏流状态下, 颗粒流量随速度以及开口大小呈线性变化, 同时也随瓶颈开口角度的余弦函数  $\cos\theta$  线性变化. 颗粒在二维传送带上流动流量可表示为

$$Q(\theta, v, R, \rho) = \rho_0 Rv - K(\rho, R, v)\cos\theta.$$

[ 1 ] Shinbrot T, Keirman LaMarche, Benjamin J G 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 178002

[ 2 ] Gioia G, Ott-Monsivais S E, Hill K M 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 138001

[ 3 ] Sylvain C P, Raphaël F, Philippe G, Bernard P, Marc R 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 048003

[ 4 ] Börzsönyi T, Thomas C H, Robert E E 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 208001

[ 5 ] Chen W, Hou M, Lu K, Jiang Z, Lam L 2001 *Phys. Rev. E* **64** 061305

[ 6 ] Tasi J C, Losert G A Voth, Gollub J P 2001 *Phys. Rev. E* **65** 011306

[ 7 ] Dmitri V, Tsimring L S, Aranson I S 2003 *Phys. Rev. E* **68** 021301

[ 8 ] Forterre Y, Pouliquen O 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 5886

[ 9 ] Lun C K, Savage S B 1983 *J. Fluid. Mech.* **140** 223

[ 10 ] Hou M, Chen W, Zhang T, Lu K, Chan C K 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 204301

[ 11 ] To K W, Lai P Y, Pak H K 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 71

[ 12 ] Bao D S, Zhang X S, Xu G L, Pan Z Q, Tang X W, Lu K Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 401 (in Chinese) [ 鲍德松、张训生、徐光磊、潘正权、唐孝威、陆坤权 2003 物理学报 **52** 401

[ 13 ] Xu G L, Hu G Q, Zhang X S, Bao D S, Chen W, Hou M Y, Lu K Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 875 (in Chinese) [ 徐光磊、胡国琦、张训生、鲍德松、陈 唯、厚美瑛、陆坤权 2003 物理学报 **52** 875 ]

[ 14 ] Zhou Y, Bao D S, Zhang X S, Lei Z M, Hu G Q, Tang X W 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3389 (in Chinese) [ 周 英、鲍德松、张训生、雷哲民、胡国琦、唐孝威 2004 物理学报 **53** 3389 ]

# The effect of opening-angle at choke point on the two-dimensional granular flow on a conveyor belt <sup>\*</sup>

Bao De-Song<sup>†</sup> Lei Zhe-Min Hu Guo-Qi Zhang Xun-Sheng Tang Xiao-Wei

( Department of Physics , Zhejiang University , Hangzhou 310027 , China )

( Received 21 December 2006 ; revised manuscript received 29 January 2007 )

## Abstract

The relationship between the granular flow rate  $Q$  on a two-dimensional conveyor belt and the opening-angle  $\theta$  at choke point together with the velocity of the conveyor belt and the exit-size has been studied in the experiment. The result shows that the granular flow rate  $Q$  is influenced chiefly by the following factors : the exit width  $R$  , the speed of the conveyor belt and the opening-angle  $\theta$  at choke point. The rate of flow  $Q$  increases linearly with the speed  $v$  and the exit width  $R$  , and the rate of flow  $Q$  decreases linearly with  $\cos\theta$  when the opening-angle  $\theta$  is larger than  $15^\circ$  for the dilute granular flow.

**Keywords** : granular matter , two-dimensional granular flow

**PACC** : 4630P , 4610 , 8220M

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China( Grant No. 10274071 ) and the Department of Education of Zhejiang Province ,China ( Grant No. 20050916 ).

<sup>†</sup> E-mail : baodesong@zju.edu.cn