

(3+1)维非线性 Burgers 系统的新的分离变量解 及其局域激发结构与分形结构*

黄 磊 孙建安† 豆福全 段文山 刘兴霞

(西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

(2006 年 5 月 11 日收到, 2006 年 6 月 2 日收到修改稿)

将扩展的 Riccati 方程映射法推广到了(3+1)维非线性 Burgers 系统, 得到了系统的分离变量解; 由于在解中含有一个关于自变量 (x, y, z, t) 的任意函数, 通过对这个任意函数的适当选取, 并借助于数学软件 Mathematica 进行数值模拟, 得到了系统的新而丰富的局域激发结构和分形结构. 结果表明, 扩展的 Riccati 方程映射法在求解高维非线性系统时, 仍然是一种行之有效的方法, 并且可以得到比(2+1)维非线性系统更为丰富的局域激发结构.

关键词: 扩展的 Riccati 方程映射法, (3+1)维非线性 Burgers 方程, 局域激发结构, 分形结构

PACC: 0230, 0340

1. 引言

在近十年来对孤子理论的研究过程中, 出现了许多行之有效的方法^[1-8]. 其中最重要的方法之一就是楼森岳等人提出的多线性分离变量法^[9-11]. 由于计算过程复杂, 这种方法大多应用于(2+1)维非线性系统, 它借助于 Bäcklund 变换和变量分离可以得到某个确定的(2+1)维非线性物理系统的物理量或其势函数具有下面通式的形式^[12-14]:

$$u = \frac{\mathcal{X} (a_2 a_1 - a_3 a_0) q_x p_x}{(a_0 + a_1 p + a_2 q + a_3 pq)^2},$$

其中 $p = p(x, t)$, $q = q(y, t)$ 为两个任意函数. 然后通过对解中两个任意函数的适当的选取, 可以得到系统各种丰富的局域激发结构^[9, 10, 13-16], 如 soliton 解, dromion 解, dromion lattice 解, lump 解, ring soliton 解, peakon 解, compacton 解, loop 解, instanton 解和 foldon 解等.

另外一种有效的方法就是扩展的 Riccati 方程映射法^[17-22]. 近几年, 此方法已经在求解(2+1)维非线性物理系统中得到了广泛的应用. 但同样由于计算过程复杂, 用此方法求解(1+1)维和(3+1)维非线性系统的报道很少. 本文把扩展的 Riccati 方程

映射方法推广到(3+1)维非线性系统——非线性 Burgers 方程, 求出了它的分离变量解, 并且解中含有一个关于自变量的任意函数. 然后通过对这个任意函数的适当的选取, 得到了该系统的新的丰富的局域激发结构和分形结构.

(3+1)维非线性 Burgers 方程如下^[11]:

$$u_t = 2uu_y + 2vu_x + 2wu_z + u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}, \quad (1)$$

$$u_x = v_y, \quad (2)$$

$$u_z = w_y, \quad (3)$$

该方程可由热传导方程的逆变换得到^[23], 其中 $u(x, y, z, t)$, $v(x, y, z, t)$, $w(x, y, z, t)$ 为三个待求物理场函数. 当 $z = x$, $w = u$ 时, 方程退化为(2+1)维 Burgers 方程, 它可从两层不可压缩无黏流体的欧拉方程中导出; 当 $y = z = x$, $v = w = u$ 时, 方程退化为(1+1)维 Burgers 方程, 它最早出现在湍流理论的研究中^[24]. 文献[19]用扩展的 Riccati 方程映射方法求解了(2+1)维非线性 Burgers 方程, 得到了它的类孤子结构. 文献[11]运用多线性分离变量方法得到了上述(3+1)维 Burgers 系统的多线性分离变量解.

2. (3+1)维非线性 Burgers 系统的解

设(1)(2)式和(3)式的解为

* 国家自然科学基金(批准号: 10247008, 10575082)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: sunja@nwnu.edu.cn

$$\begin{aligned} u &= \sum_{i=0}^m u_i \phi^i(q), \\ v &= \sum_{i=0}^n v_i \phi^i(q), \\ w &= \sum_{i=0}^l w_i \phi^i(q), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 ϕ 满足 Riccati 方程

$$\phi' = \sigma + \phi^2, \quad (5)$$

u_i, v_i, w_i, q 为自变量 x, y, z, t 的函数.

把 (4) 式代入原方程 (1) (2) 和 (3) 式中, 平衡最高阶导数项和非线性项可以求得 $m = n = l = 1$, 将其代入 (4) 式中可以得到

$$u = u_0(x, y, z, t) + u_1(x, y, z, t)\phi(q), \quad (6)$$

$$v = v_0(x, y, z, t) + v_1(x, y, z, t)\phi(q), \quad (7)$$

$$w = w_0(x, y, z, t) + w_1(x, y, z, t)\phi(q), \quad (8)$$

将 (6) (7) 和 (8) 式分别代入 (1) 式, 合并 $\phi(q)$ 的同级项, 并且把各项系数定义为零, 可得

$$\begin{aligned} \phi(q)^3: & -2q_y u_1^2 - 2q_z^2 u_1 - 2q_y^2 u_1 - 2q_x^2 u_1 \\ & - 2w_1 q_z u_1 - 2v_1 q_x u_1 = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \phi(q)^2: & u_1 q_t - 2u_1 w_0 q_z - 2w_1 u_{1z} - 2q_z u_{1z} \\ & - u_1 q_{zz} - 2u_0 u_1 q_y - 2u_1 u_{1y} - 2q_y u_{1y} - u_1 q_{yy} \\ & - 2u_1 v_0 q_x - 2v_1 u_{1x} - 2q_x u_{1x} - u_1 q_{xx} = 0, \quad (10) \\ \phi(q)^1: & -2\sigma q_y u_1^2 - 2\sigma q_z^2 u_1 - 2\sigma q_y^2 u_1 - 2\sigma q_x^2 u_1 \\ & - 2\sigma w_1 q_z u_1 - 2\sigma u_0 u_1 - 2\sigma v_1 q_x u_1 + u_{1t} \\ & - 2w_1 u_{0z} - 2w_0 u_{1z} - u_{1zz} - 2u_0 u_{1y} - u_{1yy} \\ & - 2v_1 v_{0x} - 2v_0 u_{1x} - u_{1xx} = 0, \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi(q)^0: & \sigma u_1 q_1 + u_{0t} - 2\sigma u_1 w_0 q_z - 2w_0 u_{0z} \\ & - 2\sigma q_z u_{1z} - \sigma u_1 q_{zz} - u_{0zz} - 2\sigma u_0 u_1 q_y - u_{0zz} \\ & - 2u_0 u_{0y} - 2\sigma q_y u_{1y} - \sigma u_1 q_{yy} \\ & - u_{0yy} - 2\sigma u_1 v_0 q_x - 2v_0 u_{0x} - 2\sigma q_x u_{1x} \\ & - \sigma u_1 q_{xx} - u_{0xx} = 0, \quad (12) \end{aligned}$$

将 (6) (7) 和 (8) 式代入 (2) 式, 合并 $\phi(q)$ 的同级项, 并且把各项系数定义为零, 可得

$$\phi(q)^2: -v_1 q_y + u_1 q_x = 0, \quad (13)$$

$$\phi(q)^1: -v_{1y} + u_{1x} = 0, \quad (14)$$

$$\phi(q)^0: -\sigma v_1 q_y - v_{0y} + \sigma u_1 q_x + u_{0x} = 0. \quad (15)$$

同理将 (6) (7) 和 (8) 式代入 (3) 式, 合并 $\phi(q)$ 的同级项, 并且把各项系数定义为零, 可得

$$\phi(q)^2: u_1 q_z - w_1 q_y = 0, \quad (16)$$

$$\phi(q)^1: u_{1z} - w_{1y} = 0, \quad (17)$$

$$\phi(q)^0: \sigma u_1 q_z + u_{0z} - \sigma w_1 q_y - w_{0y} = 0. \quad (18)$$

联立 (9) (13) 和 (16) 式, 可以解得

$$u_1 = -q_y, v_1 = -q_x, w_1 = -q_z, \quad (19)$$

把 (19) 式代入 (14) 和 (17) 式, 此两式自动满足. 联立 (10) (11) (12) (15) 和 (18) 式, 经过复杂的运算, 可以解得

当 $\sigma = 0$ 时

$$u_0 = 0, v_0 = 0, w_0 = 0, \quad (20)$$

当 $\sigma = -1$ 时

$$u_0 = -q_y, v_0 = -q_x, w_0 = -q_z, \quad (21)$$

Riccati 方程 (5) 有以下通解形式:

$$\phi = \begin{cases} -\sqrt{-\sigma} \tanh(\sqrt{-\sigma} q), & \sigma < 0, \quad (22) \\ -\sqrt{-\sigma} \coth(\sqrt{-\sigma} q), & \sigma < 0, \quad (23) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\sigma} \tan(\sqrt{\sigma} q), & \sigma > 0, \quad (24) \\ -\sqrt{\sigma} \cot(\sqrt{\sigma} q), & \sigma > 0, \quad (25) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{q}, & \sigma = 0, \quad (26) \end{cases}$$

把 (19) (26) 式代入 (6) (8) 式, 可得到 (3+1) 维非线性 Burgers 方程的解.

1) 当 $\sigma = 0$ 时, 可以得到 Burgers 方程的解为

$$u = -\frac{q_y}{q}, \quad (27)$$

$$v = -\frac{q_x}{q}, \quad (28)$$

$$w = -\frac{q_z}{q}, \quad (29)$$

2) 当 $\sigma = -1$ 时, 可以得到 Burgers 方程的解为

$$u = -q_y + q_y \tanh(q), \quad (30)$$

$$v = -q_x + q_x \tanh(q), \quad (31)$$

$$w = -q_z + q_z \tanh(q), \quad (32)$$

或

$$u = -q_y + q_y \coth(q), \quad (33)$$

$$v = -q_x + q_x \coth(q), \quad (34)$$

$$w = -q_z + q_z \coth(q), \quad (35)$$

其中 $q(x, y, z, t)$ 是自变量的任意函数.

3. (3+1) 维非线性 Burgers 系统势函数或物理量的局域激发结构和分形结构

若取任意函数 $q(x, y, z, t)$ 为如下形式:

$$q(x, y, z, t) = A(y, z) + B(x, t) + a_0, \quad (36)$$

其中 $A(y, z)$ 和 $B(x, t)$ 分别为 y, z 和 x, t 的任意函数, a_0 为任意常数.

则 (27) 和 (30) 两式变为

$$u = - \frac{A_y}{(A(y,z) + B(x,t) + a_0)}, \tag{37}$$

$$u = -A_y + A_y \tanh(A(y,z) + B(x,t) + a_0). \tag{38}$$

(37) 和 (38) 式两边对 x 求导数, 得到物理量 u 的势函数 U 分别为

$$U = \frac{A_y B_x}{(A(y,z) + B(x,t) + a_0)^2}, \tag{39}$$

$$U = A_y B_x (\operatorname{sech}(A(y,z) + B(x,t) + a_0))^2. \tag{40}$$

若取任意函数 $q(x,y,z,t)$ 为如下形式:

$$q(x,y,z,t) = X(x,t) + Y(y,t) + Z(z,t) + a_1, \tag{41}$$

则 (27) 式变为

$$u = - \frac{Y_y}{(X(x,t) + Y(y,t) + Z(z,t) + a_1)} \tag{42}$$

其中 $X(x,t)$, $Y(y,t)$ 和 $Z(z,t)$ 分别为 x,t , y,t 和 z,t 的任意函数, a_1 是任意函数.

3.1. 局域激发结构

3.1.1. multi-dromion 结构

取 (39) 式中的函数 $A(y,z)$ 和 $B(x,t)$ 分别为下述形式:

$$A(y,z) = \tanh(z^4 + y^4), \tag{43}$$

$$B(x,t) = \coth(x^4 + t), \tag{44}$$

当 $a_0 = 0$ 时, 利用 (39) (43) 和 (44) 式可以得到 (3 + 1) 维非线性 Burgers 方程的 multi-dromion 结构, 如图 1.

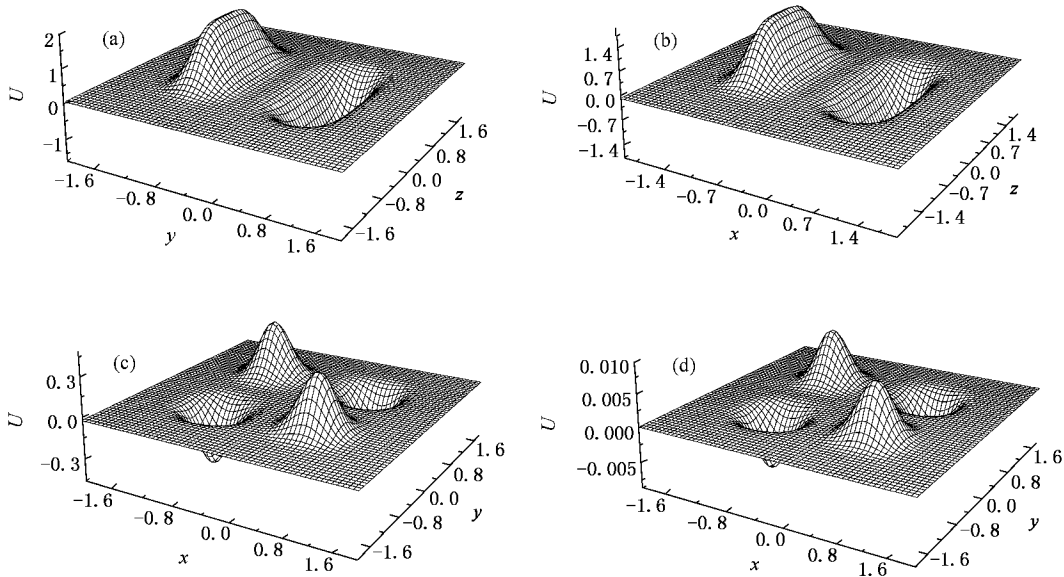


图 1 (39) (43) 和 (44) 式确定的 multi-dromion 结构 (a) $x = 1, t = 0$ (b) $y = 1, t = 0$ (c) $z = 1, t = 0$ (d) $z = 1, t = 2$

图 1 中 (a) 和 (b) 分别表示在 y,z 和 x,z 方向势函数 U 的结构. (c) 和 (d) 分别表示在 x,y 方向势函数 U 在 $t = 0$ 和 $t = 2$ 时的结构. 并且研究表明在 y,z , x,z 和 x,y 方向势函数 U 的值都随时间的增加不断减小, 而形状始终保持不变.

3.1.2. 环呼吸子结构和双线耦合孤子结构

取 (39) 式中的函数 $A(y,z)$ 和 $B(x,t)$ 分别为下述形式:

$$A(y,z) = \exp(-(y+z)^2 + 16), \tag{45}$$

$$B(x,t) = \exp(x^2 + t). \tag{46}$$

当 $a_0 = 0$ 时, 利用 (39) (45) 和 (46) 式可以得到 (3 + 1) 维非线性 Burgers 方程的环呼吸子结构和双线耦合孤子结构, 如图 2.

图 2 (a) — (e) 表示在 x,z 方向势函数 U 的环呼吸子结构. (f) 表示在 y,z 方向势函数 U 的双线耦合孤子结构. 而且研究表明环呼吸子结构和双线耦合孤子结构随着时间的变化在幅度和形状上都进行了呼吸.

3.1.3. 多孤子的聚变

取 (42) 式中的函数 $X(x,t)$, $Y(y,t)$ 和 $Z(z,t)$ 分别为下述形式:

$$X(x,t) = \exp(k_1(x + k_1 t)) + \exp(k_2(x + k_2 t)) + \exp(k_3(x + k_3 t)), \tag{47}$$

$$Y(y,t) = \exp(k_4(y + k_4 t)) + \exp(k_5(y + k_5 t)) + \exp(k_6(y + k_6 t)), \tag{48}$$

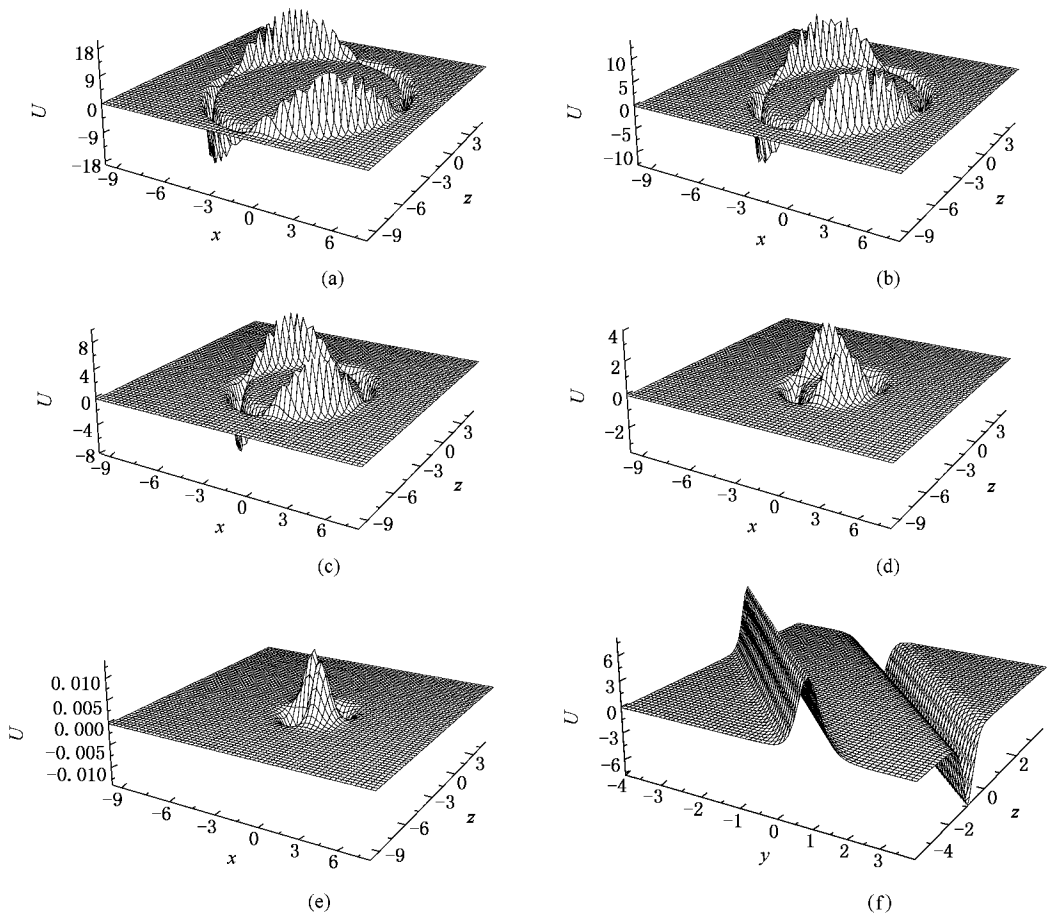


图 2 (39)和(45) (46)式确定的环呼吸子结构和双线耦合孤子结构 当 $y=3$ 时 (a) $t=-20$ (b) $t=-10$ (c) $t=0$; (d) $t=10$ (e) $t=20$; 当 $x=3$ 时 (f) $t=0$

$$Z(z,t)=\exp(k_7(z+k_7t))+\exp(k_8(z+k_8t))+\exp(k_9(z+k_9t)), \tag{49}$$

当 $a_1=1,k_1=k_4=k_7=1,k_2=k_5=k_8=-1,k_3=k_9=0,k_6=-2$ 时,利用(42) (47)–(49)式可以得到(3+1)维非线性 Burgers 方程多孤子的聚变现象,如图 3.

图 3(a)–(f)称为多孤子的聚变.(a)表示在 y,t 方向物理量 u 的三孤子聚变现象.(b)–(f)表示在 x,y 方向物理量 u 随时间的演化.从(b)–(f)的演化可以看出,图中的三个孤子聚合为一个孤子,称为多孤子的聚变.

3.1.4. 其他解结构

取(39)式中的函数 $A(y,z)$ 和 $B(x,t)$ 分别为下述形式:

$$A(y,z)=\operatorname{sech}(y+z)+\operatorname{sech}(y-z), \tag{50}$$

$$B(x,t)=\operatorname{sech}(0.6x+0.8t). \tag{51}$$

当 $a_0=0$ 时,利用(39) (50) 和(51)式可以得到(3+

1) 维非线性 Burgers 方程的多线性孤子结构,如图 4.

图 4 表示在 y,z 方向势函数 U 的多线性孤子结构.从图 4 中可以看出图形分为四个波形,两两成对角线分布,并随时间相对运动.在 $t=0$ 时,两波相遇,势函数 U 的值减为原来的二分之一.相遇后各自沿原来的方向运动,势函数 U 的值和形状保持不变.

取(39)式中的函数 $A(y,z)$ 和 $B(x,t)$ 分别取下述形式:

$$A(y,z)=\tanh(y+z^2)\tanh(y-z^2)\times\tanh(-y+z^2)^2, \tag{52}$$

$$B(x,t)=\coth(x^2+t). \tag{53}$$

当 $a_0=0$ 时,利用(39) (52) 和(53)式可以得到(3+1)维非线性 Burgers 方程的解结构,如图 5.

图 5 表示在 y,z 方向势函数 U 的结构.可以看出,图中分为左右两个波形,左面波形势函数 U 的值大于零,右面波形势函数 U 的值小于零,且两波

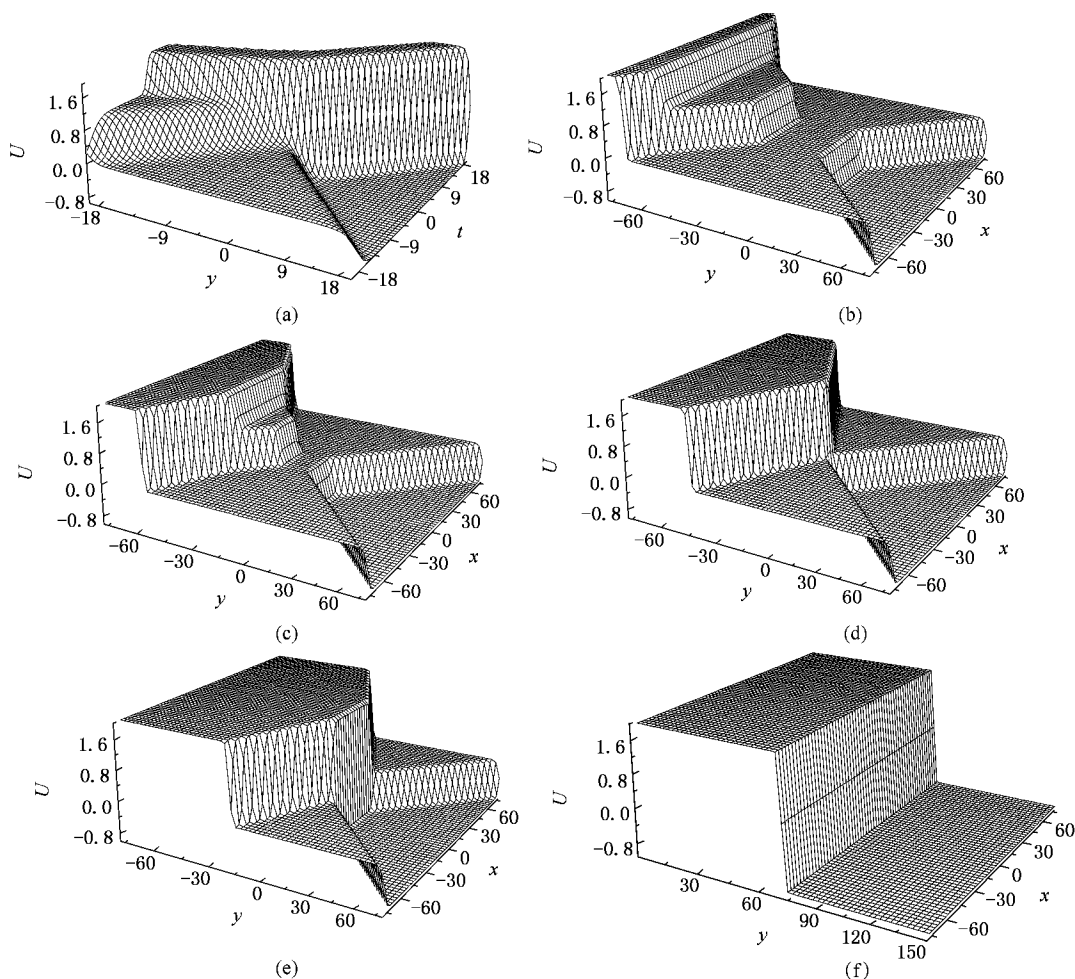


图3 (42) (47) — (49) 式确定的多孤子的聚变现象 (a) $x=0, z=0$ (b) $z=0, t=-20$ (c) $z=0, t=-10$ (d) $z=0, t=0$; (e) $z=0, t=20$ (f) $z=0, t=80$

在 y, z 面上相对运动, 在 $t=0$ 时, 两波相遇, 相遇的部分势函数 U 的值相互抵消, U 的值零, 其他部分势函数 U 的值和形状保持不变.

取 (39) 式中的任意函数 $A(y, z)$ 和 $B(x, t)$ 分别为下述形式:

$$A(y, z) = \tanh(y + z^2) \tanh(y - z^2) + \tanh(-y + z^2)^2, \quad (54)$$

$$B(x, t) = \coth(x^2 + t). \quad (55)$$

当 $a_0 = 0$ 时, 利用 (39) (54) 和 (55) 式可以得到 (3+1) 维非线性 Burgers 方程的解结构, 如图 6.

图 6 表示在 y, z 方向势函数 U 的结构. 从图 6 中可以看出, 类似于图 4, 图 5 也包括左右两个波形. 左面波形势函数 U 的值大于零, 右面波形势函数 U 的值小于零, 势函数 U 的值随时间的增加不断减小, 并且左右两部分在 y 轴方向相对运动. 当两波相遇时, 相遇部分的势函数 U 的值突然变大.

相遇后随着时间的增加, 势函数 U 的值越来越小, 而图形形状保持不变.

3.2. 分形结构

取 (40) 式中的函数 $A(y, z)$ 和 $B(x, t)$ 分别为下述形式:

$$A(y, z) = 1 + \exp(-y(y + \operatorname{sn}(\ln y^2, m) + \operatorname{cn}(\ln y^2, m))) \times \exp(-z(z + \operatorname{sn}(\ln z^2, m) + \operatorname{cn}(\ln z^2, m))), \quad (56)$$

$$B(x, t) = 1 + \exp(1 - (x + t)(x + t + \operatorname{sn}(\ln x^2, m) + \operatorname{cn}(\ln x^2, m))). \quad (57)$$

其中 $\operatorname{sn}(\ln x^2, m)$, $\operatorname{cn}(\ln x^2, m)$ 为 Jacobi 椭圆正弦函数和 Jacobi 椭圆余弦函数, m 为模数.

当模数 $m = 0.7$, $a_0 = 0$ 时, 利用 (40) (56) 和 (57) 式可以得到 (3+1) 维非线性 Burgers 方程的分形结构, 如图 7.

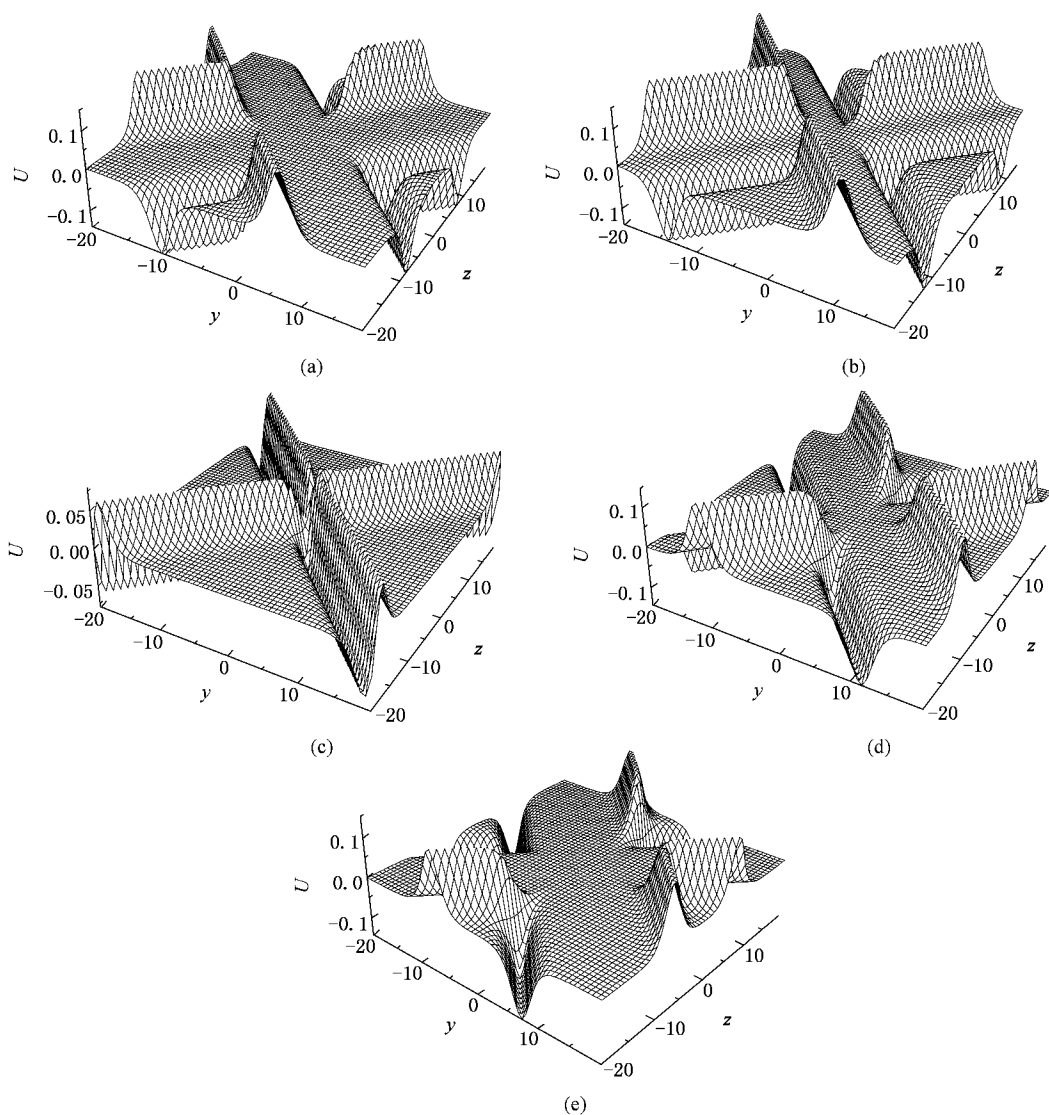


图4 (39) (50) 和 (51) 式确定的多线性孤子随时间的演化 ($x=1$) (a) $t=-15$ (b) $t=-10$ (c) $t=0$ (d) $t=10$ (e) $t=15$

图7中的(a)左右两图的坐标范围分别为 $x \in [-0.05, 0.05]$, $y \in [-0.05, 0.05]$ 和 $x \in [-0.005, 0.005]$, $y \in [-0.005, 0.005]$, 右图中坐标的范围是左图坐标范围的十分之一, 并且当范围一直向下取时, 得到的图形也具有完全类似的结构, 称之为分形结构. (d) 为 (a) 对应的等高线图. (b) 和 (c) 分别表示在三维空间 x, z, U 和 y, z, U 中的图形.

4. 结果与讨论

通过对 $(3+1)$ 维非线性 Burgers 系统的研究, 可以发现扩展的 Riccati 方程映射方法可以成功的推

广到 $(3+1)$ 维非线性系统. 我们知道, 根据多线性分离变量方法求得的解可以构造丰富的局域激发结构. 本文的研究表明, 用扩展的 Riccati 方程映射方法求解的 $(3+1)$ 维 Burgers 系统也完全可以构造出丰富的局域激发结构, 而且把扩展的 Riccati 方程映射方法推广到 $(3+1)$ 维非线性系统得到的激发结构比 $(2+1)$ 维非线性系统丰富的多. 并且由于本文所求的解中对任意函数 q 没有任何限制, 所以任意函数 q 还可以取许多其他函数形式, 会出现更有意义的局域激发结构、分形结构或混沌结构. 扩展的 Riccati 方程映射方法在其他 $(3+1)$ 维非线性系统的推广有待于进一步研究.

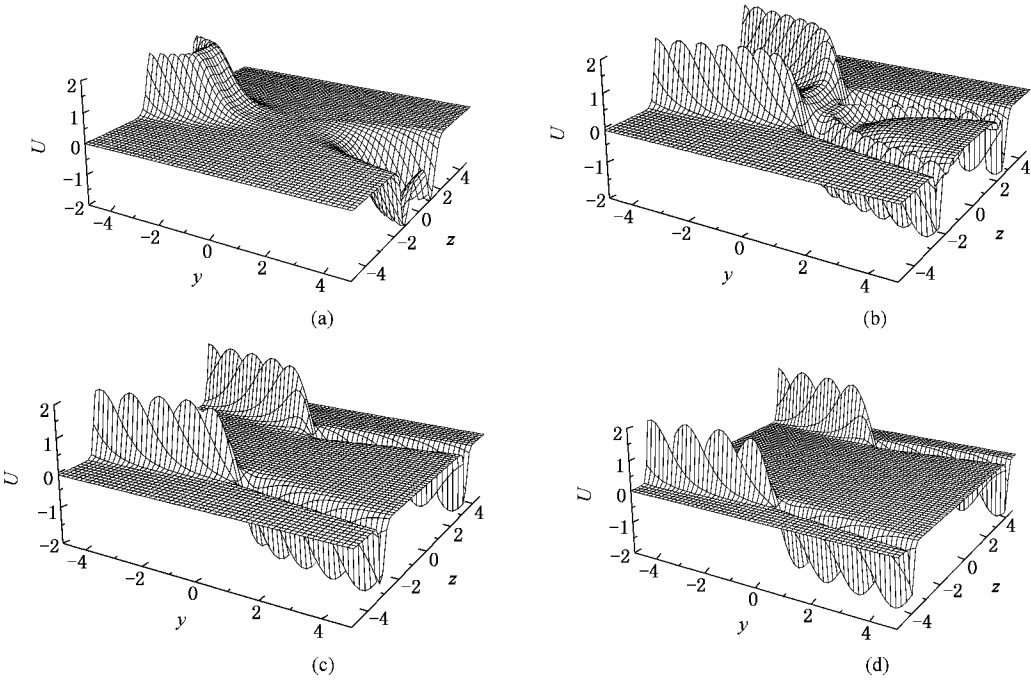


图 5 (39)(52)和(53)式确定的解随时间的演化($x=1$) (a) $t=-4$ (b) $t=0$ (c) $t=4$ (d) $t=10$

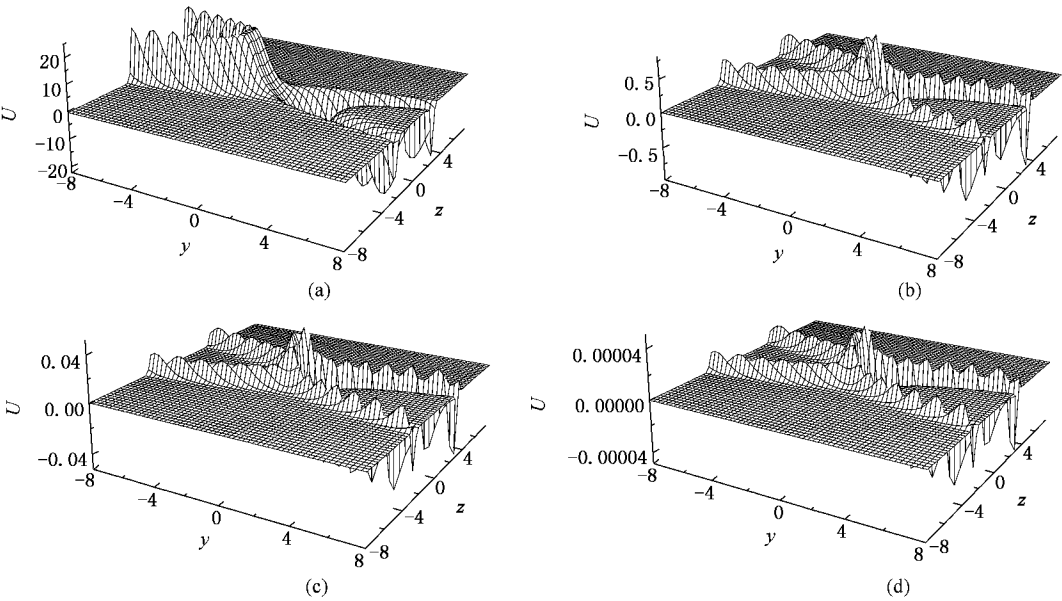


图 6 (39)(54)和(55)式确定的解随时间的演化($x=1$) (a) $t=-1.5$ (b) $t=0$ (c) $t=1.5$ (d) $t=5$

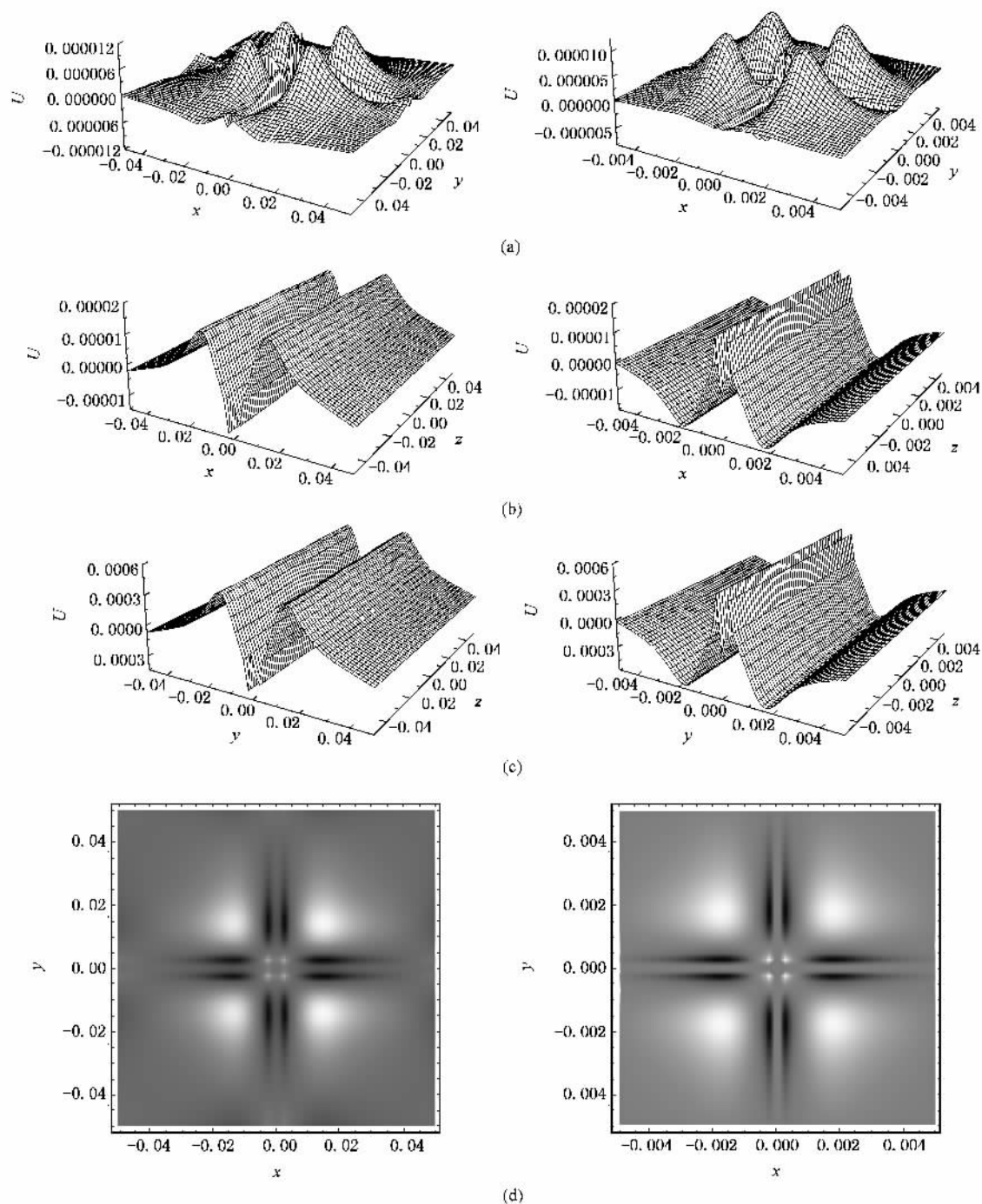


图 7 (40)和(56)(57)式确定的分形结构 (a) $z=2, t=0$ (b) $y=2, t=0$ (c) $x=2, t=0$ (d)为(a)对应的等高线图形

- [1] Liu S K, Fu Z T, Liu S D 2006 *Phys. Lett. A* **351** 59
 [2] Lou S Y 1999 *Science in China* **42** 537
 [3] Wazwaz A M 2006 *Phys. Lett. A* **350** 367
 [4] Wang T Y, Ren Y H, Zhao Y L 2006 *Chaos, Solitons and Fractals* **29** 920

- [5] Mo J Q, Lin W T, Zhu J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3245 (in Chinese) [莫嘉琪、林万涛、朱江 2004 物理学报 **53** 3245]
 [6] Zhao X Q, Tang D B, Wang L M, Zhang Y M 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1827 (in Chinese) [赵熙强、唐登斌、王利民、张耀明 2003 物理学报 **52** 1827]

[7] Yan Z Y , Zhang H Q 2000 *Acta Phys . Sin .* **49** 2113 (in Chinese)
[闫振亚、张鸿庆 2000 物理学报 **49** 2113]

[8] Fan E G 2000 *Acta Phys . Sin .* **49** 1409 (in Chinese) [范恩贵 2000 物理学报 **49** 1409]

[9] Lou S Y 2000 *Phys . Lett . A* **277** 94

[10] Tang X Y , Liang Z F 2006 *Phys . Lett . A* **351** 398

[11] Ying J P , Lou S Y 2003 *Chin . Phys . Lett .* **20** 1448

[12] Lü Z S , Zhang H Q 2004 *Chaos , Solitons and Fractals* **19** 527

[13] Zhang J F , Meng J P 2003 *Chin . Phys . Lett .* **20** 1006

[14] Lai X J , Zhang J F 2006 *Phys . Lett . A* **343** 61

[15] Ruan H Y , Chen Y X 2001 *Acta Phys . Sin .* **50** 0586 (in Chinese)
[阮航宇、陈一新 2001 物理学报 **50** 0586]

[16] Zhang J F , Huang W H , Zhen C L 2002 *Acta Phys . Sin .* **51** 2676 (in Chinese) [张解放、黄文华、郑春龙 2002 物理学报 **51** 2676]

[17] Lü Z S , Zhang H Q 2004 *Chaos , Solitons and Fractals* **19** 527

[18] Wang Q , Chen Y , Zhang H Q 2005 *Chaos , Solitons and Fractals* **25** 1019

[19] Kong F L , Chen S D 2006 *Chaos , Solitons and Fractals* **27** 495

[20] Ma Z Y , Zheng C L 2006 *Chin . Phys .* **15** 0045

[21] Zheng C L , Fang J P , Chen L Q 2005 *Chaos , Solitons and Fractals* **23** 1741

[22] Fang J P , Zheng C L , Zhu J M 2005 *Acta Phys . Sin .* **54** 2990 (in Chinese) [方建平、郑春龙、朱加民 2005 物理学报 **54** 2990]

[23] Dai C Q , Yan C J , Zhang J F 2006 *Commun . Theor . Phys .* **46** 389

[24] Huang L 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 3864 (in Chinese) [黄 令 2006 物理学报 **55** 3864]

New variable separation solutions , localized structures and fractals in the (3 + 1)-dimensional nonlinear Burgers system ^{*}

Huang Lei Sun Jian-An[†] Dou Fu-Quan Duan Wen-Shan Liu Xing-Xia
(College of Physics and Electronic Engineering , Northwest Normal University , Lanzhou 730070 , China)
(Received 11 May 2006 ; revised manuscript received 2 June 2006)

Abstract

Applying the extended Riccati mapping approach to the (3 + 1)-dimensional nonlinear Burgers system , we obtain new variable separation solutions which contain an arbitrary function . With the help of numerical simulation of Mathematica , abundant special types of new localized excitations and fractals are discussed by selecting the arbitrary function appropriately . The solutions indicate that the extended Riccati mapping approach is valid for solving a class of (3 + 1)-dimensional nonlinear equations and can obtain much more abundant localized excitations than that of the (2 + 1)-dimensional nonlinear equations .

Keywords : extended Riccati mapping approach , (3 + 1)-dimensional nonlinear Burgers equation , localized excitations , fractals
PACC : 0230 , 0340

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos . 10247008 , 10575082).

[†] Corresponding author . E-mail : sunja@nwnu . edu . cn