

双边约束条件下随机 van der Pol 系统的分岔研究^{*}

李高杰[†] 徐 伟 王 亮 冯进铃

(西北工业大学应用数学系, 西安 710072)

(2006 年 12 月 29 日收到 2007 年 8 月 31 日收到修改稿)

利用随机光滑动力系统的 Chebyshev 正交多项式逼近方法, 研究了双边约束条件下随机 van der Pol 系统的分岔现象. 数值研究表明, 双边约束随机 van der Pol 系统中不仅存在着丰富的倍周期分岔现象, 还存在非光滑系统中特有的擦边分岔, 着重研究了随机非光滑系统中的擦边分岔, 分析了随机因素对非光滑动力系统中擦边分岔的影响. 研究表明, Chebyshev 多项式逼近也是研究随机非光滑系统动力学行为的一种有效方法.

关键词: 非光滑动力系统, 随机 van der Pol 系统, 擦边分岔, 双边约束

PACC: 0547

1. 引 言

在航空航天、机械制造、土木工程等领域存在着有间隙而导致的冲击、碰撞、干摩擦等非光滑因素. 非光滑因素的存在往往使得动力系统的向量场不可微, 从而导致动力系统的强非线性和奇异性. 因此, 迫切需要人们对这类非光滑动力系统的本质做深入全面的了解^[1]. 从 20 世纪 60 年代起, Masri 等^[2,3]对多种冲击消振器的对称与非对称周期运动进行了理论和实验研究. 文献 [4, 5] 研究了分段线性系统的分岔与混动运动. Whiston^[6,7]首先应用奇异性理论研究了擦边碰撞的 Poincaré 映射不可微性. 文献 [8—11] 利用局部 Poincaré 映射研究了非光滑系统的稳定性. Peterka^[12]研究了具有黏滞阻尼的碰撞振子中擦边分岔、倍周期分岔、鞍结分岔之间的转迁现象. 关于存在随机因素的非光滑动力系统, Jourchenko 等^[13—15]利用直接能量平均法, 研究了单自由度碰撞振动系统的能量响应问题. Jing 等^[16,17]精确求解了具有间隙的单自由度碰撞振动系统的闭合解. 以上都是针对随机非光滑线性系统进行研究的, 而对于随机非光滑非线性系统的研究还不多见.

近来, 文献 [18, 19] 利用 Chebyshev 多项式逼近法研究了线性系统的演化随机响应问题. 马少娟

等^[20,21]应用 Chebyshev 多项式逼近法研究随机 Duffing-van der Pol 系统的倍周期分岔和对称破裂分岔. 冯进铃等^[22]利用多项式逼近的方法研究了随机 Duffing 单边约束系统的倍周期分岔现象.

本文主要运用 Chebyshev 多项式逼近方法, 研究了带有随机参数的双边约束 van der Pol 系统的分岔现象. 首先利用多项式逼近, 将随机系统转化成与其等价的高维确定性动力系统, 再对约束条件作平均处理, 然后利用确定性系统的数值方法讨论了系统的分岔行为, 最后研究分析了随机因素对其动力学行为的影响.

2. Chebyshev 多项式

正交多项式逼近法中多项式基的选取依赖于方程中随机变量的概率密度函数. 本文考虑的随机非光滑系统中随机变量 $\xi \in [-1, 1]$, 且服从拱形分布, 其概率密度函数曲线如图 1 所示, 表达式为

$$p(\xi) = \begin{cases} (2/\pi)\sqrt{1-\xi^2} & (|\xi| \leq 1), \\ 0 & (|\xi| > 1). \end{cases} \quad (1)$$

基于此类概率密度函数, 可选择第二类 Chebyshev 多项式为 orthogonal 多项式基. 此类正交多项式的一般表达式为

^{*} 国家自然科学基金(批准号 10472091, 10332030)资助的课题.

[†] E-mail: ligaojie@mail.nwpu.edu.cn

$$H_i(\xi) = \sum_{k=0}^{[i/2]} (-1)^k \frac{(i-k)!}{k!(i-2k)!} (2\xi)^{i-2k}, \quad (2)$$

则

$$\begin{aligned} H_0(\xi) &= 1, \\ H_1(\xi) &= 2\xi, \\ H_2(\xi) &= 4\xi^2 - 1, \\ &\dots \end{aligned} \quad (3)$$

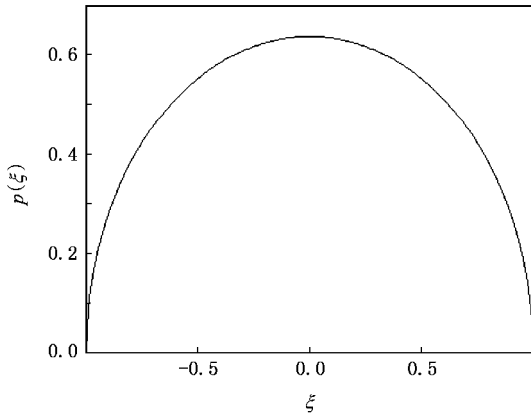


图1 随机变量 ξ 的拱形分布概率密度函数

第二类 Chebyshev 多项式的循环递推公式为

$$\xi H_i = \frac{1}{2} (H_{i-1} + H_{i+1}). \quad (4)$$

其加权正交性可表示为

$$\begin{aligned} &\int_{-1}^1 \frac{2}{\pi} \sqrt{1-\xi^2} H_m(\xi) H_n(\xi) d\xi \\ &= \begin{cases} 1 & (m = n), \\ 0 & (m \neq n). \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

因为加权函数正好为拱形概率密度函数,即(1)式中的 $p(\xi)$,所以(5)式等号左边可以看成是 $H_m(\xi)H_n(\xi)$ 乘积的期望. 本文将随机变量 ξ 的可测函数 $f(\xi)$ 展开成下列级数形式:

$$f(\xi) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i H_i(\xi), \quad (6)$$

式中

$$c_i = \int_{-1}^1 p(\xi) f(\xi) H_i(\xi) d\xi.$$

这种展开称为随机函数 $f(\xi)$ 的正交分解,是一种最佳均方意义下的逼近.

3. 随机 van der Pol 双边约束系统的 Chebyshev 多项式逼近

考虑单自由度含随机参数的 van der Pol 双边约

束系统,其动力响应的微分方程如下:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + ax^2\dot{x} - bx\dot{x} \\ + x &= F\cos(\omega t) \quad (|x| < d), \\ \dot{x}_+ &= -r\dot{x}_- \quad (|x| = d), \end{aligned} \quad (7)$$

式中 b 为常数, a 为随机参数, $F\cos(\omega t)$ 为谐和激励, d 为一刚性约束常数. 当 $|x| < d$ 时,系统是一随机光滑系统

$$\ddot{x} + ax^2\dot{x} - bx\dot{x} + x = F\cos(\omega t). \quad (8)$$

当 $|x| = d$ 时,系统的速度发生跃迁, r 为恢复系数. 考虑(7)式是一带有随机参数的碰撞振动系统,相应地 $\dot{x}_-, \dot{x}_+$ 表示碰撞前后的速度,取约束面 $\Sigma = \{(x, \dot{x}) | |x| = d\}$, $\dot{x}_+ = -r\dot{x}_-$ 为跃迁方程. 设 a 可以表示为 $a = \bar{a} + \delta\xi$, 其中 $\bar{a}$ 和 $\sigma/2$ 分别为 a 的均值和方差, ξ 为定义在 $[-1, 1]$ 上其概率密度函数服从拱形分布的随机变量.

由正交多项式逼近(6)式可知,在无约束条件下系统(8)的响应可表示成时间 t 和 ξ 的函数,且能展开成如下的级数形式:

$$x(t, \xi) = \sum_{i=0}^{\infty} x_i(t) H_i(\xi). \quad (9)$$

当 i 取有限值时, (9)式可以近似表示为

$$x(t, \xi) \approx \sum_{i=0}^N x_i(t) H_i(\xi), \quad (10)$$

式中 $H_i(\xi)$ 表示第 i 个 Chebyshev 多项式,

$$x_i(t) = \int_{-1}^1 p(\xi) x(t, \xi) H_i(\xi) d\xi.$$

在没有约束时,将(10)式代入(8)式,有

$$\begin{aligned} &\left(\frac{d^2}{dt^2} - b \frac{d}{dt} + 1 \right) \sum_{i=0}^N x_i(t) H_i(\xi) \\ &+ \frac{1}{3} \bar{a} \frac{d}{dt} \left(\sum_{i=0}^N x_i(t) H_i(\xi) \right)^3 \\ &+ \frac{1}{3} \delta\xi \frac{d}{dt} \left(\sum_{i=0}^N x_i(t) H_i(\xi) \right)^3 = F\cos(\omega t). \end{aligned} \quad (11)$$

(11)式等号左边的非线性项 $\left(\sum_{i=0}^N x_i(t) H_i(\xi) \right)^3$ 可以展开如下^[20, 21]:

$$\left(\sum_{i=0}^N x_i(t) H_i(\xi) \right)^3 = \sum_{i=0}^N X_i(t) H_i(\xi), \quad (12)$$

式中 $X_i (i=0, 1, 2, \dots)$ 为 $H_i(\xi) (i=0, 1, 2, \dots)$ 的系数. 利用 Chebyshev 多项式的递推关系式(4)可得

$$\begin{aligned} &\xi \left(\sum_{i=0}^N x_i(t) H_i(\xi) \right)^3 \\ &= \xi \sum_{i=0}^N X_i(t) H_i(\xi) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N H_i(\xi) [X_{i-1}(t) + X_{i+1}(t)]. \quad (13)$$

根据精度的要求,可取 $N = 4$,将(12)(13)式代入(11)式,可令 $X_{-1} = 0$,然后将所得方程的两边都乘以 $H_i(\xi)$ ($i = 0, 1, 2, 3, 4$),再关于 ξ 求期望,最终可得到

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d^2}{dt^2} - b \frac{d}{dt} + 1 \right) x_0(t) + \frac{1}{3} \bar{a} \frac{d}{dt} X_0(t) \\ & + \frac{1}{6} \delta \frac{d}{dt} X_1(t) = F \cos(\omega t), \\ & \left(\frac{d^2}{dt^2} - b \frac{d}{dt} + 1 \right) x_i(t) + \frac{1}{3} \bar{a} \frac{d}{dt} X_i(t) \\ & + \frac{1}{6} \delta \frac{d}{dt} [X_{i-1}(t) + X_{i+1}(t)] = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$(i = 1, 2, 3, 4).$

于是,无约束随机光滑 van der Pol 系统(8)就化为一个等价的确定性系统(14).

由逼近式(10)知,随机光滑 van der Pol 系统的集合平均响应可近似表示为

$$\begin{aligned} E[x(t, \xi)] &= \sum_{i=0}^4 x_i(t) E[H_i(\xi)] \\ &= x_0. \end{aligned} \quad (15)$$

由于 ξ 是随机变量,在 $[-1, 1]$ 之间取一组样本 $\{\xi_i\}$ 时,每个样本 ξ_i 对应一个确定性样本系统(8)(此时式中 a 为一确定常数).在有约束的情况下,由于随机因素的影响,存在某个时刻 t_0 时,有的样本系统的轨道已经和约束面 Σ (此处为虚拟约束面)发生了碰撞,而有的还没有到达约束面 Σ . 因此,有必要对约束条件作平均处理.由(15)式可将平均约束条件、平均约束面、平均跃迁方程分别做如下定义:

$$E[x(t, \xi)] = |x_0| < d, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \Sigma^0 &= \{x, \dot{x} \mid E[x(t, \xi)] \\ &= |x_0| = d\}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$x_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4), \quad (18)$$

$$\dot{x}_{i+} = -r\dot{x}_{i-} \quad (i = 0, 1, 2, 3, 4).$$

将(14)(16)–(18)式代入(7)式,对随机 van der Pol 双边约束系统进行化简.当 $|x_0| < d$ 时,

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d^2}{dt^2} - b \frac{d}{dt} + 1 \right) x_0(t) + \frac{1}{3} \bar{a} \frac{d}{dt} X_0(t) \\ & + \frac{1}{6} \delta \frac{d}{dt} X_1(t) = F \cos(\omega t), \\ & \left(\frac{d^2}{dt^2} - b \frac{d}{dt} + 1 \right) x_i(t) + \frac{1}{3} \bar{a} \frac{d}{dt} X_i(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{6} \delta \frac{d}{dt} [X_{i-1}(t) + X_{i+1}(t)] = 0 \\ & (i = 1, 2, 3, 4). \end{aligned} \quad (19)$$

当 $|x_0| = d$ 时,

$$\begin{aligned} x_i &= 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4), \\ \dot{x}_{i+} &= -r\dot{x}_{i-} \quad (i = 0, 1, 2, 3, 4). \end{aligned} \quad (20)$$

这样,通过对约束面和跃迁方程取平均来处理约束条件,并借助于 Chebyshev 多项式逼近,将带有随机参数的双边约束 van der Pol 系统(7)在最小均方误差意义下,转化成了一个确定性高维的非光滑动力系统(19)(20)式.进一步,可以利用确定性系统的数值方法分析研究随机非光滑系统的动力学现象.

4. 双边约束条件下随机 van der Pol 系统的分岔研究

4.1. 经典倍周期分岔研究

随机动态系统的渐近性态随参数的变化发生的定性变化为随机系统的分岔.随机分岔分为动态分岔和现象学分岔.倍周期分岔和擦边分岔都为动态分岔.下面研究随机系统的分岔行为.原双边约束条件下随机 van der Pol 系统为

$$\begin{aligned} \ddot{x} + (\bar{a} + \delta\xi)x^2\dot{x} - b\dot{x} \\ + x &= F \cos(\omega t) \quad (|x| < d), \\ \dot{x}_+ &= -r\dot{x}_- \quad (|x| = d). \end{aligned} \quad (21)$$

当 $\delta = 0$ 时(21)式简化为双边约束条件下确定性 van der Pol 系统

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \bar{a}x^2\dot{x} - b\dot{x} \\ + x &= F \cos(\omega t) \quad (|x| < d), \\ \dot{x}_+ &= -r\dot{x}_- \quad (|x| = d). \end{aligned} \quad (22)$$

由正交多项式逼近得到的系统(19)(20)式为等价系统,三个系统所对应的响应分别为随机系统响应(SSR)、确定性系统响应(DSR)和等价系统响应(ESR),其中 SSR 是原随机系统的样本响应在概率意义下的平均,此响应利用 Monte-Carlo 随机模拟法得到,DSR 和 ESR 是利用确定性系统数值模拟方法得到的响应.

本文是利用随机系统的等价系统来研究随机系统的动力学行为.以下是用数值模拟的方法得到三个系统响应的对比,进而研究双边约束条件下随机 van der Pol 系统经典的倍周期分岔行为.本文中,取

系统固定参数 $\delta = 0.01$,刚性约束 $d = 2.0$,碰撞恢复系数 $r = 0.8$.因 δ 是一个小量 ,随机系统和确定性系统的初值可同取为 $x(0) = 0.5$, $\dot{x}(0) = 1.0$.等价系统的初值可取为 $x(0) = [0.5, 0, 0, 0, 0]$, $\dot{x}(0) = [1.0, 0, 0, 0, 0]$.记 n - p - q 表示周期运动 ,其中 n 表示激励周期数 , p , q 分别表示与左右约束面的碰撞次数 .当参数 $\omega = 1.0$, $\bar{a} = b = 0.5$, $F = 7.8106$ 时 ,系统存在稳态的周期响应 ,周期为 $1T$ ($T = 2\pi/\omega$)(下同) ,即 1-2-2 周期运动 ,如图 2(a)(b)所示 .其他

参数保持不变 ,当 $F = 8.0823$ 时 ,1-2-2 周期运动发生倍周期分岔 ,变为稳定的 2-4-4 周期运动 ,如图 2(c)(d)所示 .当 $F = 8.4756$ 时 ,系统出现稳定的 1-2-3 周期运动 ,如图 3(a)(b)所示 .而 $F = 8.9556$ 时 ,1-2-3 周期运动发生倍周期分岔 ,变为稳定的 2-4-6 周期运动 ,如图 3(c)(d)所示 .

图 2 和图 3 给出了三个系统周期响应的拟合 ,可看出三个系统的周期响应拟合较好 .

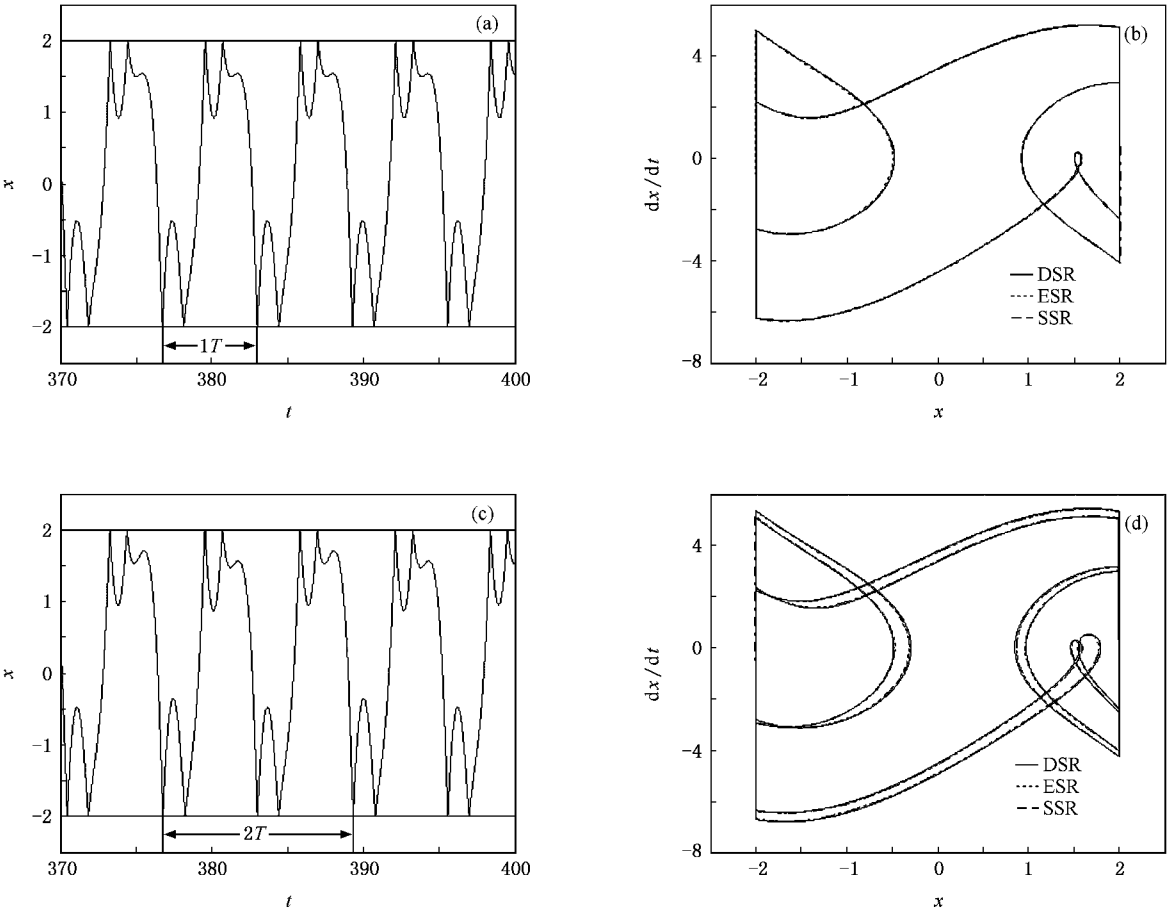


图 2 当 $F = 7.8106, 8.0823$ 时倍周期分岔时间历程和相轨图 (a) $F = 7.8106$ 时确定性系统时间历程图 (b) $F = 7.8106$ 时三个系统的 1-2-2 周期响应 (c) $F = 8.0823$ 时确定性系统时间历程图 (d) $F = 8.0823$ 时三个系统的 2-4-4 周期响应

4.2. 双边约束条件下随机 van der Pol 系统的擦边分岔研究

在非光滑动力系统中(特别是在碰撞或约束系统中)存在速度的跃迁 ,使得相空间的流不光滑 ,这就有可能出现擦边现象 .所谓擦边现象(也称擦边分岔) ,是指在相空间中轨线以零速度与约束面(碰撞面)接触时导致运动出现不确定

性的现象 .对于此种现象的研究 ,目前还没合适的理论基础 ,因此大多是利用数值的方法进行研究 .

当参数 $\omega = 1.0$, $\bar{a} = b = 0.5$,确定性系统的初值和等价系统的初值分别取为 $x(0) = 1.5$, $\dot{x}(0) = 3.0$, $x(0) = [1.5, 0, 0, 0, 0]$, $\dot{x}(0) = [3.0, 0, 0, 0, 0]$.同样取 F 为分岔参数 ,在随机参数激励强度 δ 取值很小 ,即取 0.01 时 ,得到如图 4 所示的三个系统响

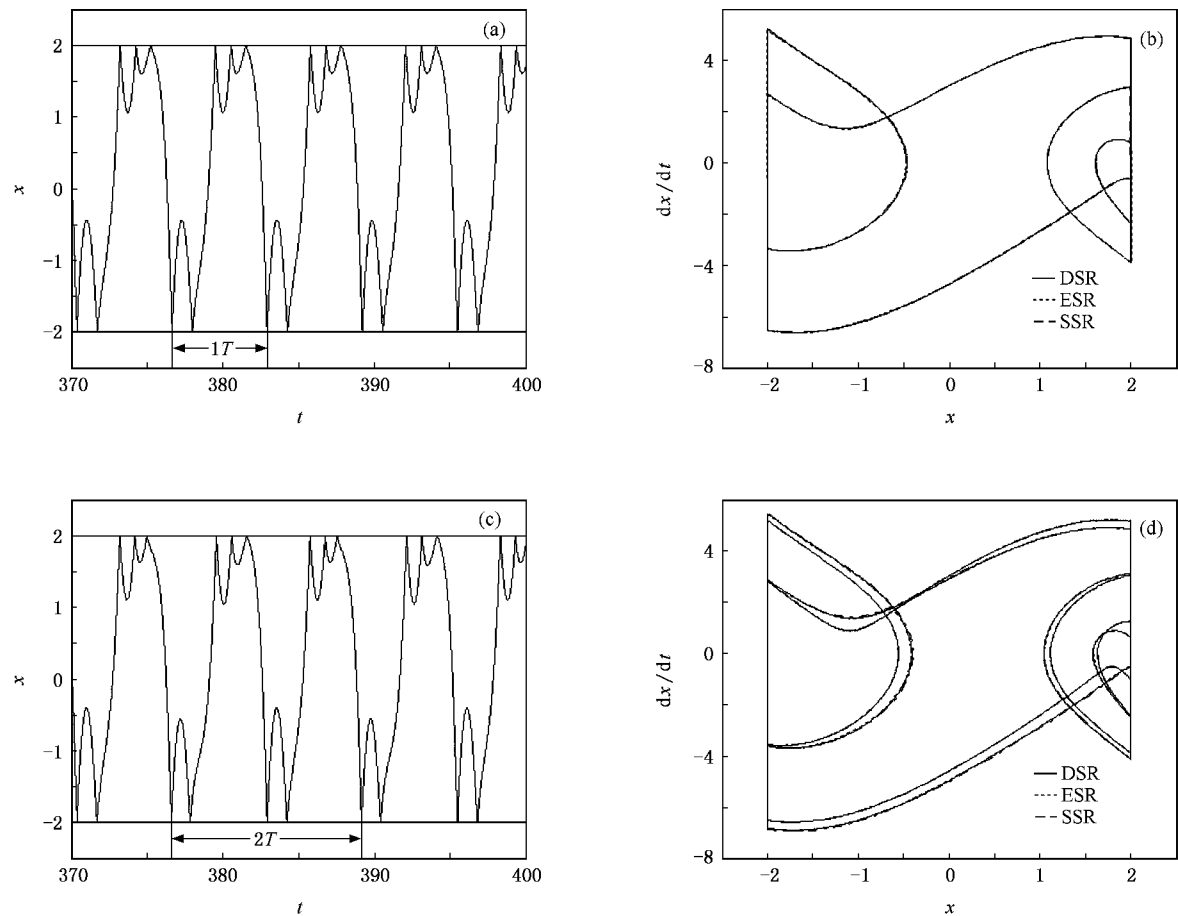


图 3 当 $F = 8.4756$ 8.9556 时倍周期分岔时间历程和相轨图 (a) $F = 8.4756$ 时确定性系统时间历程图 (b) $F = 8.4756$ 时三个系统的 1-2-3 周期响应 (c) $F = 8.9556$ 时确定性系统时间历程图 (d) $F = 8.9556$ 时三个系统的 2-4-6 周期响应

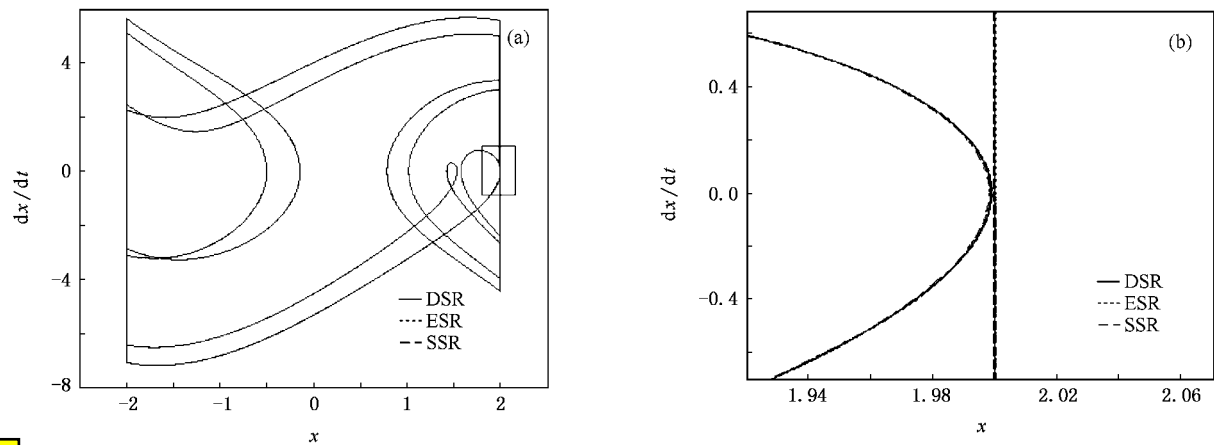


图 4 三个系统周期响应的拟合图及局部放大 (a) 三个系统响应的拟合图($F = 8.3700$) (b) 为(a)的局部放大

应的拟合图.由图 4 可知,在 $F = 8.3700$ 时,系统的一条轨线即将与右约束擦切.当增大 F 到 8.3750 时,三个系统已经与约束擦切,如图 5 所示.图 5(a)给出了此时三个系统的相轨图,图 5(b)给出了此时

系统的 Poincaré 截面图,此时截面截得的是一混沌吸引子.说明经过擦切运动,系统直接进入混沌运动.

由于随机参数激励强度 δ 很小(随机因素的影响

响很小),随机系统的响应与确定性系统的相差不大,基本上和确定性的响应一致.研究表明,用正交多项式逼近的方法研究随机非光滑动力系统,也是

一种有效方法.以下通过改变随机参数激励强度的大小,探讨随机因素对随机非光滑动力系统擦边分岔的影响.

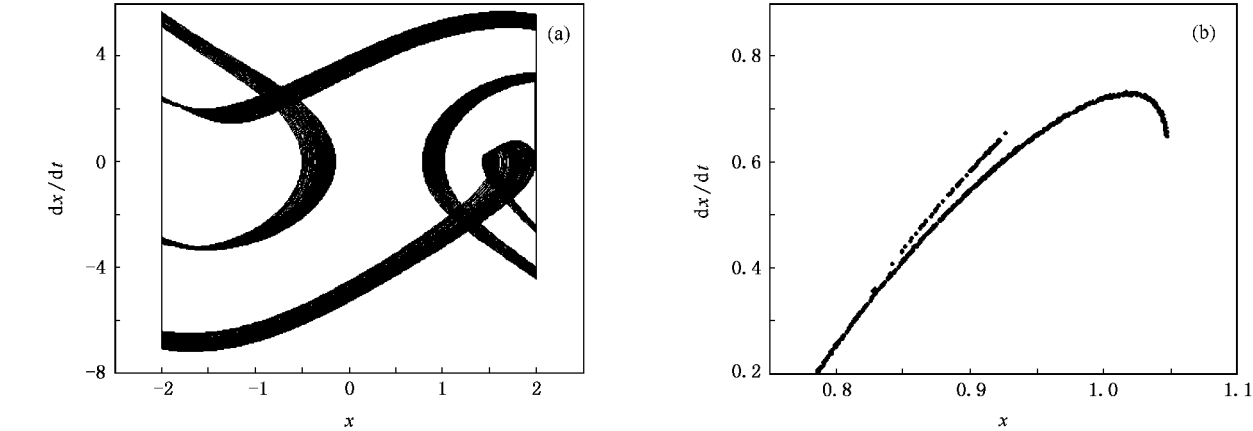


图5 三个系统的混沌响应和 Poincaré 截面图 (a)三个系统的响应($F = 8.3750$) (b)三个系统的 Poincaré 截面图($F = 8.3750$)

4.3. 随机因素对非光滑动力系统擦边分岔的影响

与双边约束条件下随机 van der Pol 系统的参数和初值的取法一致.由以上讨论可知,当 $\delta = 0.01$ 时,等价系统在分岔参数 $F = 8.3750$ 左右发生擦边现象,而随着随机参数激励强度 δ 逐渐增大,等价系统发生擦边现象时分岔参数的临界值越来越小.

如图 6 所示,当 $\delta = 0.05$ 时,等价系统在 $F = 8.3700$ 时已经经过擦边进入混沌运动了.随着 δ 增大到 0.20 时,等价系统在 $F = 8.3600$ 时也开始作混沌运动了.这说明,正是由于随机参数激励强度的越来越大,才使得非光滑动力系统发生擦边现象时分岔参数的临界值越来越小.

在研究过程中,发现当取定参数 F 时,随

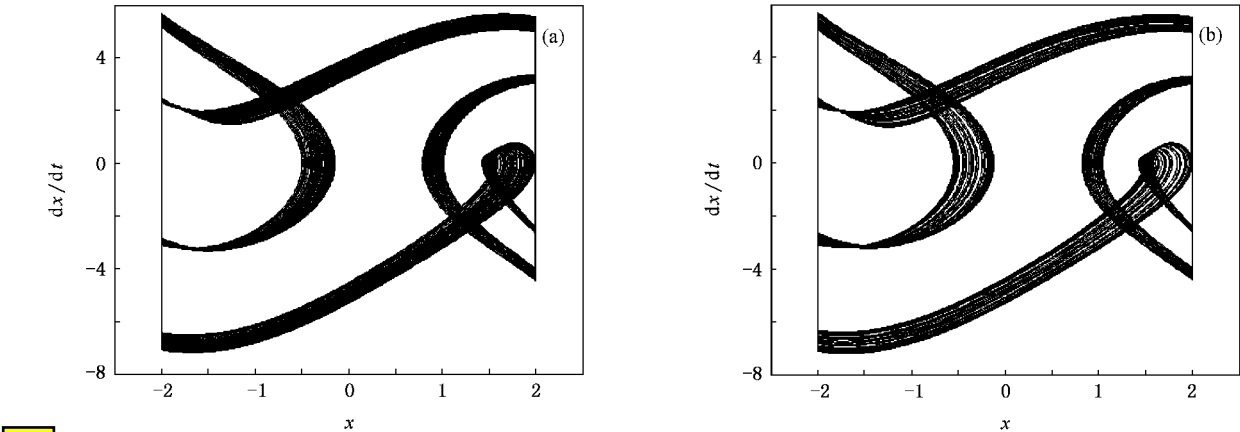


图6 等价系统的混沌响应图 (a) $\delta = 0.05$, $F = 8.3700$ 时等价系统的响应 (b) $\delta = 0.20$, $F = 8.3600$ 时等价系统的响应

着随机参数激励强度 δ 的增大,等价系统发生了倍周期分岔现象.如图 7 所示,取 $F = 8.3450$,当随机激励强度 $\delta = 0.15$ 时,等价系统在作 2-4 周期运动.而当 $\delta = 0.20$ 时,等价系统开始作 4-8 周期运

动了,这是在确定性系统中所不存在的.这说明,非光滑动力系统在擦边附近对数值极端的敏感,即使是很小的扰动,也能使系统的运动发生很大的变化.

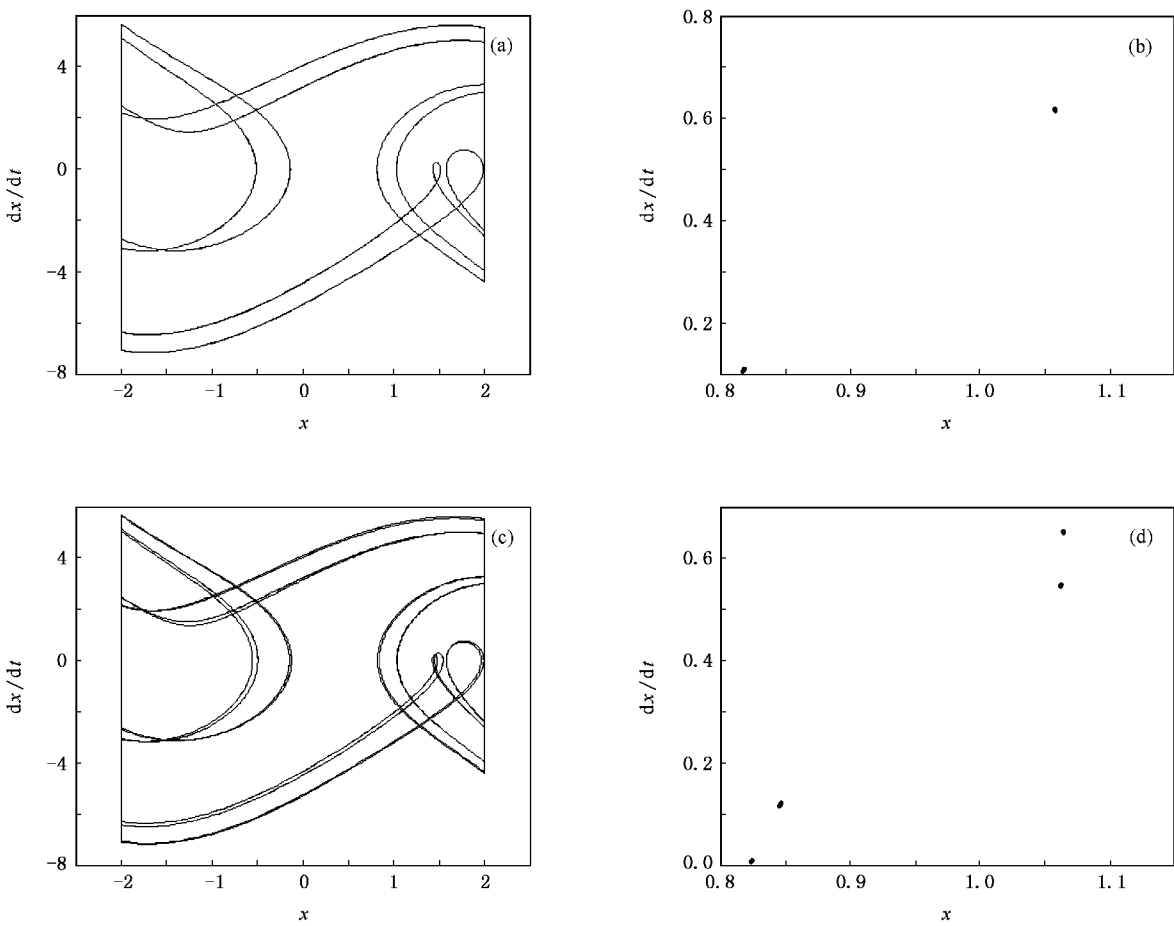


图7 等价系统的周期响应和 Poincaré 截面图 (a) $\delta = 0.15$, $F = 8.3450$ 时等价系统的周期响应 (b) 为 (a) 的 Poincaré 截面图, (c) $\delta = 0.20$, $F = 8.3450$ 时等价系统的周期响应 (d) 为 (c) 的 Poincaré 截面图

5. 结 论

本文通过正交多项式逼近的方法,将双边约束条件下随机 van der Pol 系统转化为高维确定性系统,进而利用确定性系统的数值方法研究了约束条件下系统的分岔行为.利用等价系统和确定性系统

响应的比较,研究了系统的倍周期分岔行为,分析了随机系统中擦边分岔现象.本文还研究了随机因素对非光滑动力系统的影 响,并且随着随机参数激励强度的变化,得到了确定性系统中所没有的倍周期分岔现象.本文对随机非光滑动力系统还只是初步的研究,有待进一步的深入.

[1] Luo G W ,Xie J H 2002 *Periodic Motion and Bifurcation of Vibroimpact Systems* (Beijing : Science Press)(in Chinese) [罗冠炜、谢建华 2002 碰撞振动系统的周期运动和分岔 (北京 : 科学出版社)]

[2] Masri S F ,Caughey T K 1968 *J. Acoust. Soc. Am.* **45** 1111

[3] Masri S F 1973 *J. Appl. Mech.* **30** 127

[4] Shaw S W ,Holmes P J 1983 *J. Sound Vib.* **90** 129

[5] Hu H Y 1996 *Acta Mech. Sin.* **28** 483 (in Chinese) [胡海岩 1996 力学学报 **28** 483]

[6] Whiston G S 1987 *J. Sound Vib.* **118** 395

[7] Whiston G S 1992 *J. Sound Vib.* **152** 427

[8] Nordmark A B 1991 *J. Sound Vib.* **145** 279

[9] Zhang S J ,Lu Q S 2000 *Acta Mech. Sin.* **32** 59 (in Chinese) [张思进、陆启韶 2000 力学学报 **32** 59]

[10] Jin L ,Lu Q S ,Wang Q 2004 *Chin. J. Appl. Mech.* **21** 21 (in Chinese) [金 俐、陆启韶、王 琪 2004 应用力学学报 **21** 21]

[11] Jin L ,Lu Q S 2005 *Acta Mech. Sin.* **37** 40 (in Chinese) [金 俐、陆启韶 2005 力学学报 **37** 40]

[12] Peterka F 1996 *Chaos Solitons Fract.* **7** 1635

[13] Iourtchenko D V ,Dimentberg M F 2001 *J. Sound Vib.* **248** 913

- [14] Dimentberg M F ,Iourtchenko D V 2004 *Nonlinear Dynam.* **36** 229
- [15] Iourtchenko D V ,Liang L S 2006 *Int. J. Non-linear Mech.* **41** 447
- [16] Jing H S ,Sheu K C 1990 *J. Sound Vib.* **141** 343
- [17] Jing H S ,Young M H 1990 *Earthquake Eng. Stur. Dynam.* **19** 789
- [18] Fang T ,Leng X L ,Song C Q 2004 *J. Sound Vib.* **266** 198
- [19] Fang T ,Leng X L ,Ma X P ,Meng G 2004 *Acta Mech. Sin.* **20** 292
- [20] Ma S J ,Xu W ,Li W ,Jin Y F 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3508 (in Chinese) [马少娟、徐 伟、李 伟、靳艳飞 2005 物理学报 **54** 3508]
- [21] Sun X J ,Xu W ,Ma S J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 610 (in Chinese) [孙晓娟、徐 伟、马少娟 2006 物理学报 **55** 610]
- [22] Feng J Q ,Xu W ,Wang R 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5733 (in Chinese) [冯进铃、徐 伟、王 蕊 2006 物理学报 **55** 5733]

Investigation of the bifurcation of stochastic van der Pol system^{*}

Li Gao-Jie[†] Xu Wei Wang Liang Feng Jin-Qian

(*Department of Applied Mathematics ,Northwestern Polytechnical University ,Xi'an 710072 ,China*)

(Received 29 December 2006 ; revised manuscript received 31 August 2007)

Abstract

The Chebyshev polynomial approximation is used to investigate the stochastic bifurcation of van der Pol system with two-sided barriers. The numerical results show that there is not only diverse phenomena of period-doubling bifurcation in the system , but also exist , the grazing bifurcation which is unique for the non-smooth system. The grazing bifurcation is investigated emphatically , and the influence of the random factor on the grazing bifurcation in the stochastic non-smooth dynamics system is analyzed. It is shown that the Chebyshev polynomial approximation is a valid method for the investigation of non-smooth systems.

Keywords : non-smooth dynamic system , stochastic van der Pol system , grazing bifurcation , two-sided barriers

PACC : 0547

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10472091 ,10332030).

[†] E-mail : ligaojie@mail.nwpu.edu.cn