

基于 Drude-FDTD 算法的单负介质组合 填充波导传播特性研究^{*}

项 阳^{1)†} 钱祖平¹⁾ 刘 贤¹⁾ 鲍峻松¹⁾

1) 解放军理工大学通信工程学院, 南京 210007)

2) 总参第 63 研究所)

(2007 年 12 月 11 日收到, 2008 年 2 月 25 日收到修改稿)

提出了电单负介质和磁单负介质组合填充矩形波导结构, 通过理论分析和修正的 3D-Drude-FDTD 算法进行数值仿真, 分析了电磁波在其中的传播特性. 仿真结果表明, 新结构波导中存在异于传统介质填充波导的亚波长导模, 且传播常数基本不随频率的变化而变化, 可以用于宽带微波器件和天线的设计.

关键词: 单负介质, 传播常数, 截止频率, 时域有限差分法

PACC: 4110H, 7790

1. 引 言

1967 年, Veselago 提出了负折射介质的概念^[1], 并研究了电磁波在其中传播的色散方程, 反多普勒效应, 负折射效应, 以及左手征等特性. Smith 根据等离子体产生负介电常数这一现象, 提出构造人工负折射介质的方法^[2]. 同时提出了单独具有负介电常数(ENG)和负磁导率(MNG)介质的构造方法^[3]. 负折射介质有很多不同于常规介质的电磁特性^[4], 如相位连续滞后, 相位传播方向和能量传播方向相反^[5], 如电磁波通过普通介质和负折射介质分界面时电磁波的折射系数小于零^[2, 6]等等. 因此人们对双负介质的研究^[7-8]远多于对单负介质的研究. 而从人工介质构造的复杂程度上来说, 单负介质的结构远比双负介质的简单, 对单负介质的应用研究更具有实际意义^[1].

电磁波在某种单负介质($\epsilon < 0$ 或 $\mu < 0$)内传播时, 传播常数为虚数, 通常呈现凋落模式, 无法传播. 但若将两种单负介质组合填充到平行板波导^[9], 则会有很多特殊的不同于常规也不同于负折射介质的传播特性^[10, 11], 如不同寻常的相位, 能量传播规律等等.

为了更加方便地研究这些特性, 就须对它的仿真

算法进行研究. Ziolkowski 用时域有限差分方法研究了电磁波在负折射介质中的传播特性^[12], Caloz 使用有限元法研究了用它填充波导的传输特性^[13]. So 和 Hoefer 利用时域传输线法实现了对它的数值模拟^[14].

Drude 电子运动模型是上个世纪初, Drude 在研究电磁场中带电粒子运动时提出的数学模型. 利用该模型可以对等离子体进行仿真. 在一定的参数设置下, 也可以对负折射介质进行仿真. 本文利用并修正了 Drude-FDTD 算法, 研究了 ENG-MNG 介质组合填充波导的亚波长导模特性.

2. 填充波导中场量的理论分析

标准波导填充双层介质如图 1 所示. 其中 TE 波的纵向场分量为

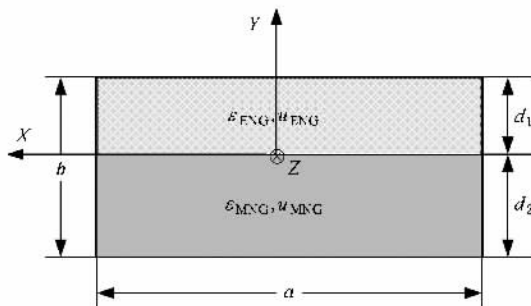


图 1 单负介质组合填充波导截面图

^{*} 江苏省自然科学基金(批准号: 2004016)资助的课题.

[†] E-mail: xiangyang2110@163.com

$$H_z = H_1^{\text{TE}} \cdot \cos(k_{1cx}x) \cos(k_{1cy}(y - d_1)) e^{-j\beta_1^{\text{TE}}z}, \quad (\text{介质 1 中}), \quad (1)$$

$$H_z = H_2^{\text{TE}} \cdot \cos(k_{2cx}x) \cos(k_{2cy}(y + d_2)) e^{-j\beta_2^{\text{TE}}z}, \quad (\text{介质 2 中}). \quad (2)$$

H_1^{TE} 和 H_2^{TE} 是两种介质中场的幅度, k_{1cx} 和 k_{2cx} 为 x 向截止波数, k_{1cy} 和 k_{2cy} 为 y 向波数, β_1^{TE} 和 β_2^{TE} 为电磁波的传播常数. 根据纵向场法向和切向场可以表示为

$$\begin{aligned} H_t &= -(j\beta^{\text{TE}}/k_c^2) \nabla H_z \\ &= -(j\beta_1^{\text{TE}}/k_c^2) \cdot \left(\mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} H_z + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y} H_z \right), \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t &= (j\omega u_0/k_c^2) \cdot \mathbf{e}_a \times \nabla H_z \\ &= (j\omega u_0/k_c^2) \cdot \left(\mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial x} H_z - \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial y} H_z \right), \quad (4) \end{aligned}$$

其中 $k_c^2 = k_{1cx}^2 + k_{1cy}^2$ 或 $k_{2cx}^2 + k_{2cy}^2$. 将两层介质中的电磁场表达式代入边界条件: 1) 分界面两侧 z 向磁场连续(无耗). 2) 分界面两侧 x 向电场连续. 3) 法向方向的磁通连续. 必须要求

$$k_{1cx} = k_{2cx}, \quad (5)$$

$$\beta_1 = \beta_2, \quad (6)$$

$$\omega^2 \epsilon_1 \mu_1 + |k_{1cy}|^2 = \omega^2 \epsilon_2 \mu_2 + |k_{2cy}|^2, \quad (7)$$

$$k_{1cx}^2 + \beta_1 - |k_{1cy}|^2 = \omega^2 \epsilon_1 \mu_1, \quad (8)$$

$$k_{2cx}^2 + \beta_2 - |k_{2cy}|^2 = \omega^2 \epsilon_2 \mu_2, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & (k_{1cx}^2 - |k_{1cy}|^2)(u_1 |k_{1cy}|) \cdot \coth(|k_{1cy}| d_1) \\ &= -(k_{2cx}^2 - |k_{2cy}|^2)(u_2 |k_{2cy}|) \cdot \coth(|k_{2cy}| d_2). \end{aligned} \quad (10)$$

利用(5)–(10)式可以分析波导内的横向和纵向介质波数, 及波导内的传播常数. 可以看出对于任何频率 ω , 只要存在 k_{1cx} , k_{2cx} , k_{1cy} , k_{2cy} 满足(5)–(6)两式, 能量都可以在其中传播.

3. Drude-FDTD 算法

考虑填充带电粒子空间的电磁场规律时, 将带电粒子运动所产生的电流和磁流归算到介电常数和磁导率的变化, 得到等效介电常数和磁导率表达式为

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_0 [1 - \omega_{\text{pe}}^2 / (\omega^2 - j\omega\nu_e)], \\ \mu &= \mu_0 [1 - \omega_{\text{pm}}^2 / (\omega^2 - j\omega\nu_m)], \end{aligned} \quad (11)$$

式中 ω_{pe} 和 ω_{pm} 分别是电等离子体和磁等离子体频率, ν_e 和 ν_m 分别为电等离子体和磁等离子体的损耗因子(也即碰撞频率). 一般选择 $\omega_{\text{pe}} = \omega_{\text{pm}} = \omega_p$,

$\nu_e = \nu_m = \nu$. 这样合理地选择等离子频率和碰撞频率就可以改变空间的介电常数和磁导率以及损耗. 将(11)式代入麦克斯韦磁场旋度方程并转化到频域, 得到磁场旋度方程

$$\begin{aligned} 1/\epsilon_0 \cdot (\nabla \times \mathbf{H} - \mathbf{J}) &= \partial \mathbf{E} / \partial t, \\ \partial \mathbf{J} / \partial t + \nu_e \mathbf{J} &= \epsilon_0 \omega_{\text{pe}}^2 \mathbf{E}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} 1/\mu_0 \cdot (-\nabla \times \mathbf{E} - \mathbf{K}) &= \partial \mathbf{H} / \partial t, \\ \partial \mathbf{K} / \partial t + \nu_m \mathbf{K} &= \mu_0 \omega_{\text{pm}}^2 \mathbf{H}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中电流的频域表达式为 $\mathbf{J} = -j\omega\epsilon_0 E \omega_{\text{pe}}^2 / (\omega^2 - j\omega\nu_e)$. 同理可以得到电场的旋度方程.

在 FDTD 算法 Yee 网格模型下, 对(12)–(13)两式进行时域-空域剖分, 增加电流、磁流的剖分项, 使电场 $\mathbf{E}$ 和电流 $\mathbf{J}$ 在同一个网格剖分点, 磁场 $\mathbf{H}$ 和磁流 $\mathbf{K}$ 在同一个网格剖分点. 电场 $\mathbf{E}$ 和磁流 $\mathbf{K}$ 必须在同一个时间点, 磁场 $\mathbf{H}$ 和电流 $\mathbf{J}$ 必须在同一个时间点.

文献[1]中算法将磁流和电流空间剖分取在 Yee 网格的中心, 这样在利用电、磁流来更新电、磁场时, 会有多余的差分存在, 影响了计算精度. 特别在三维情况时, 随着迭代次数的增大, 差分带来的误差对精度的影响会越来越严重, 而单负介质在计算过程中的数值稳定时间远远大于普通介质, 需要很多步的迭代, 场的计算结果才会稳定, 因此减少差分运算将对提高场的计算精度有很大好处. 本文计算中将磁流和磁场取在同一网格点, 电流和电场取在同一网格点, 避免了多余的差分运算, 提高了仿真精度.

4. 填充波导的仿真设计

波导介质的介电常数和磁导率分别为 $\mu_{\text{ENG}} = 1.2$, $\epsilon_{\text{ENG}} = -1$, $\mu_{\text{MNG}} = -1$, $\epsilon_{\text{MNG}} = 1.2$. 物理尺寸, 长边为 $a = 0.05$ m, 短边 $b = 0.02$ m. 若填充介质为正常介质($\epsilon_{\text{ENG}} = 1.2$, $\mu_{\text{MNG}} = 1$), TE₁₀ 模式的截止频率为 2.74 GHz.

仿真频率为 300 MHz, 远低于未填充波导的截止频率. 在未填充介质的波导中, 该频率的波呈凋落模式. 由(7)式得到当介质中等离子体频率和碰撞频率参数分别为 $\omega_{\text{pm}} = \omega_{\text{pe}} = 2.796 \times 10^9$ (Hz), $\nu_e = 0$, $\nu_m = 0$ 时, 介电常数和磁导率为 -1 , 介质损耗为 0. 当需要改变计算频率或 ENG 磁导率或 MNG 介电常数时, 要同时改变 ω_{pe} , ω_{pm} , ν_e , ν_m 的值.

使用 Drude-FDTD 模型进行仿真,网格的大小设置如下: $dx = 0.0025\text{ m}$, $dy = 0.0025\text{ m}$, $dz = 0.0025\text{ m}$,尺寸小于波长的十分之一,满足精度要求.网格总数(包括 PML 吸收边界) $N_z = 300$, $N_x = 40$, $N_y = 40$.波导传播方向为正 z 向.波导长边和 x 轴平行,波导短边和 y 轴平行.波导长边占网格数为 20 个(覆盖 21 个网格边),短边占网格数为 8 个(覆盖 9 个网格边).

点激励源设置于 $E_y(20,18,85)$ 处,采用软激励方式. $dt = dx/(2 \cdot c)$.其中 c 为自由空间的光速. dt 的选取满足传统 FDTD 计算中的稳定性条件.选用 8 层 PML 吸收边界条件.通过检验,该吸收边界可以很好地吸收入射波,尤其是垂直入射波.

单负 ENG 介质的填充区域为向 z 向网格中的第 80 到第 200 个,总共 0.1 m . x 方向上所占网格编号为 $N_x/2 - 10$ 到 $N_x/2 + 10$,完全填充. y 方向上所占网格编号为 $N_y/2 + 4$ 和 $N_y/2 + 3$,厚度为 0.005 m .单负 MNG 介质的填充区域在 x,z 方向和 MNG 介质相同,在 y 方向上所占网格编号为 $N_y/2 - 4$ 到 $N_y/2 + 2$,厚度为 0.015 m ,如图 2 所示.

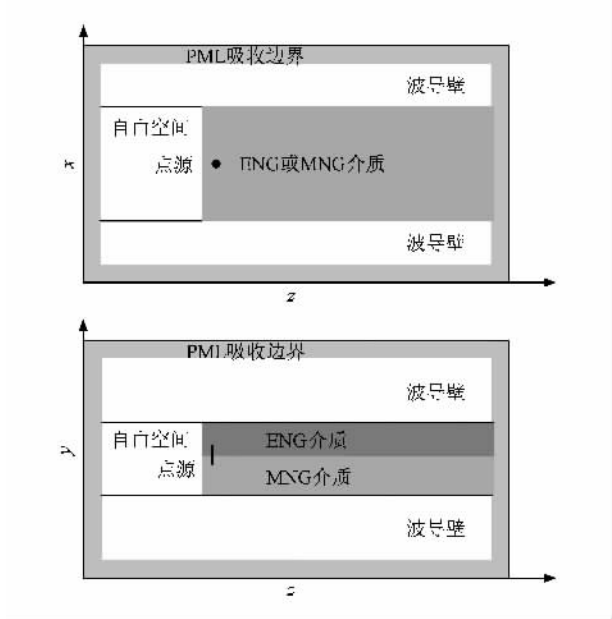


图2 组合介质填充波导截面示意图

5. 数值试验结果

由于计算频率低于波导的截止频率,且电磁波在单负介质中稳定需要的时间较长,因此计算的时间步数应当很大.以下每个场的计算结果均取在

100000 步获得.此时 400 MHz 以下频率激励源均馈电 100 个周期以上,场已稳定.

5.1. 不同频率下的场及其与参数的关系

$z = 100 \cdot dz$ 处不同馈电频率下剖面电场 E_y 随波导长边位置变化如图 3 所示,馈电频率为 300 MHz 时,电场 E_y 在波导传播截面上的场强变化规律如图 4 所示.

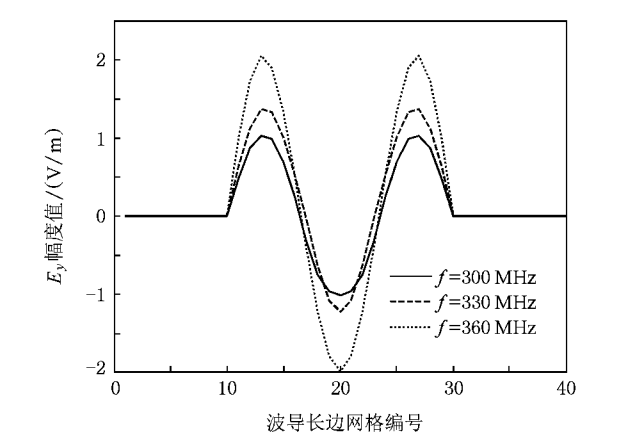


图3 电场沿波导长边变化图

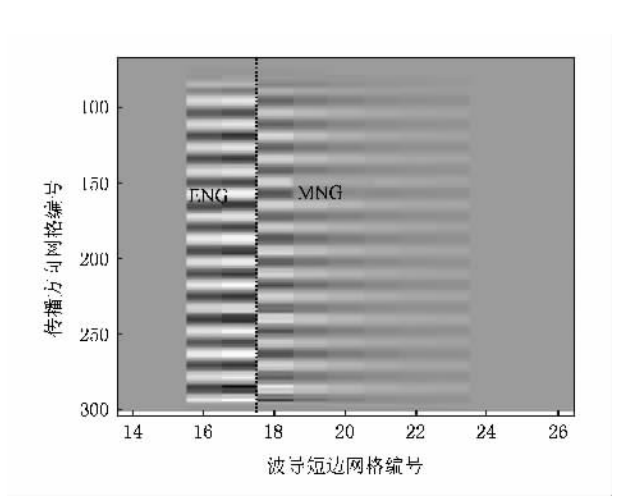


图4 电场沿传播方向变化图

在频率小于截止频率时,沿长边方向的模式数 $m = 2$,截止波数为 $k_{cx} = 2\pi/a$.幅度值的大小与激励源耦合到波导内的能量大小有关.电场在沿波导纵向传播时没有凋落,是一种传播模式.说明单负介质组合填充以后的波导工作频率可以远远低于相应正常介质填充后的波导截止频率.

电场 E_y 沿波导短边变化规律如图 5 所示.提取出的传播常数如图 6 所示.

可见当工作频率发生变化时,沿短边方向的截

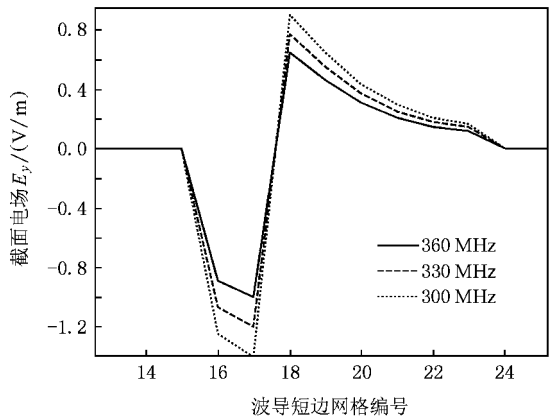


图 5 电场沿波导短边变化图

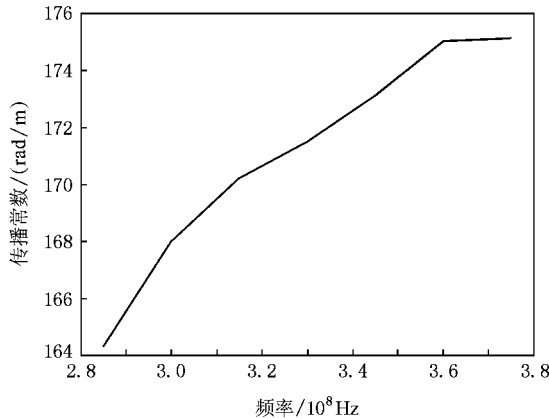


图 6 传播常数随频率变化图

面电场形式不变,幅度与该频率下电磁耦合强度有关.传播常数基本不随频率变化,如果在这种波导上开缝实现裂缝天线,能够提高整个缝隙天线的带宽,利用这一特性还可以设计宽带、超宽带的微波器件.

5.2. 不同填充介电常数下 场及能量的传输特性

固定 $\epsilon_{\text{ENG}} = u_{\text{MNG}} = -1$,仿真频率 300 MHz 不变,改变 u_{ENG} 和 ϵ_{MNG} 值时,沿波导长边的截止波数将变化,同时通过 ENG 介质截面和 MNG 介质截面的能流也将发生变化.首先考虑当 $u_{\text{ENG}} = \epsilon_{\text{MNG}} = 1.2$ 时,ENG 介质截面和 MNG 介质截面的能流变化如图 7 所示,介质中能量传播示意如图 8 所示.

可见 ENG 介质中能流方向和 MNG 介质中能流

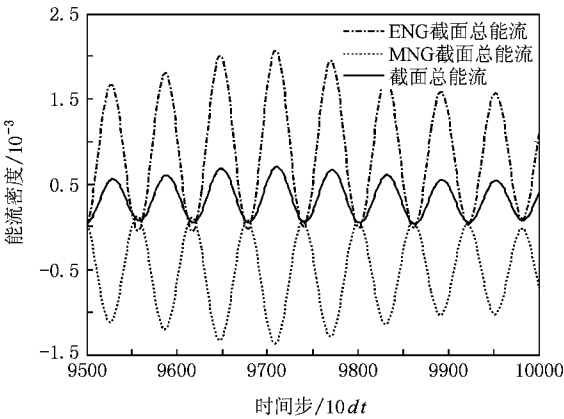


图 7 ENG ,MNG 介质能量传播图

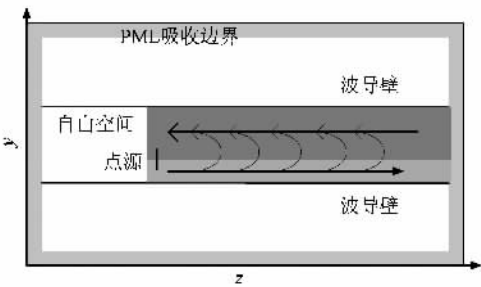


图 8 能量传播示意图

方向相反,总能流方向和 ENG 介质中能流方向一致.能量从 ENG 介质中通过介质分界面不断流到 MNG 介质中,同时也不断地向前传播.这和一般介质填充波导时能量传播方式不同,这时的激励源一半(ENG 介质中)作为能量发送器,另一半(MNG 介质中)作为能量接收器.

6. 结 论

单负结构的构造相对双负介质要简单的多,使用单负介质填充波导可以使得波导无下限截止频率,可以使波导的传播常数基本不随频率的变化而变化,这对于小型化微波元件和宽带微波电路的设计有重要理论意义.波导中的能量呈一种循环向前传播的模式.填充以后波导的色散效应对信号的传播有重要的意义,要想将该结构其应用到实际工程实践中,还需要对其色散进行进一步的理论研究.



- [1] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. - Usp.* **10** 509
- [2] Shelby R A , Smith D R , Schultz S 2001 *Science* **292** 77
- [3] Koray A 2004 *Department of Physics and the Institute of Engineering and Science of Bilkent University* **9** 207
- [4] Mackay T G 2005 *Microwave and Optical Technology Letters* **45** 120
- [5] Shelby R A , Smith D R , Nemat-Nasser S C , Schultz S 2001 *Appl. Phys. Lett.* **78** 489
- [6] Meng F Y , Wu Q , Jin B S , Wang H L , Wu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4514 (in Chinese) [孟繁义、吴 群、金博识、王海龙、吴 健 2006 *物理学报* **55** 4514]
- [7] Yang R , Xie Y J , Wang P , Yang T M 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4505 (in Chinese) [杨 锐、谢拥军、王 鹏、杨同敏 2007 *物理学报* **56** 4505]
- [8] Li H Y , Zhang Y W , Wang P C , Li G Q 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6480 (in Chinese) [李海洋、张治文、王蓬春、李贵泉 2007 *物理学报* **56** 6480]
- [9] Alù A , Engheta N 2004 *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **52** 199
- [10] Alù A , Engheta N 2003 *IEEE Trans. Antennas and Propagation* (Special Issue) **51** 2558
- [11] Alù A , Engheta N 2003 *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.* Philadelphia 313
- [12] Ziolkowski R W , Heyman E 2001 *Phys. Rev. E* **64** 1
- [13] Caloz C , Chang C C , Itoh T 2001 *App. Phys.* **90** 5483
- [14] So P P M , Hofer W J R 2004 *IEEE-MTT Int 'l Symp.* 1779

Analysis and simulation on propagation characteristics in waveguide filled with single-negative medium layers ^{*}

Xiang Yang^{1,2†} Qian Zu-Ping¹⁾ Liu Xian¹⁾ Bao Jun-Song¹⁾

1 ¶ People 's Liberation Army ,University of Science & Technology ,Institute of Communication & Eletronics ,Nanjing 210007 ,China)

2 ¶ The 63rd Research Institute of PLA General Staff Headquarters)

(Received 11 December 2007 ; revised manuscript received 25 February 2008)

Abstract

The propagation characteristics of rectangular waveguide filled with two layers of single-negative medium are analyzed in this paper. The Drude-FDTD model is adapted to the application in three-dimension simulation program. Simulation results show that a subwavelength transmission mode exists in the waveguide. Based on the simulation results for different frequency and different medium parameter , energy propagation rule in this kind of waveguide is obtained. Especially , the band width of microwave devices and antennas can be significantly widened with ENG-MNG filling method.

Keywords : single-negative medium , propagation constant , cut off frequency , finite-difference time-domain method

PACC : 4110H , 7790

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of Jiangsu Province , China (Grant No. 2004016).

[†] E-mail : xiangyang2110@163.com