

正 N 边形柱的隐身条件的严格推导及其 隐身特性验证^{*}

吴 群¹⁾ 张 狂^{1)†} 孟繁义¹⁾ 李乐伟¹⁾²⁾

1) (哈尔滨工业大学电子与信息技术研究院 哈尔滨 150001)

2) (新加坡国立大学电气与计算机工程系 新加坡)

(2008 年 8 月 9 日收到 ,2008 年 9 月 8 日收到修改稿)

基于坐标变换理论 ,提出并推导了正 N 边形柱的隐身条件 ,并得到了相应隐身罩材料本构参数张量的通解表达式 . 根据导出的本构参数张量 ,利用电磁仿真软件分别对 N 取不同值时的三个典型算例进行仿真验证 . 仿真结果证实了所得到的本构参数张量的正确性 . 考虑到损耗对于隐身效果的影响分析 ,这些分析结果为隐身物理机理的进一步理解 ,以及降低对称度隐身罩的设计奠定了理论基础 .

关键词 :坐标变换 ,非均匀各向异性介质 ,本构参数张量 ,隐身

PACC : 4110H , 3220D

1. 引 言

近几年来 ,超常媒质的异常电磁特性引起了人们广泛的兴趣^[1-18] ,其中一些特性在隐身应用方面 ,表现出了巨大的前景 . 这也使得人们对隐身研究的注意力 ,已经从单纯的吸收电磁波 ,扩展到了使电磁波绕过被隐身物体 ,从而达到隐身效果 . Pendry 等人提出了基于非均匀各向异性介质隐身罩的概念 ,该隐身罩可以使入射电磁波绕过被包覆物体 ,因此不会产生电磁波散射 ,从而达到对外界隐身的效果 .

Pendry 等人于 2006 年提出了利用坐标变换的方法 ,得到球体三个方向上的介电常数、磁导率随半径的变化关系 ,进而得到其隐身条件^[1] . 仍是基于坐标变换方法 ,Pendry 研究小组于同年得到圆柱体三个方向上的介电常数、磁导率随半径的变化关系 ,进而得到其隐身条件 ,并在微波频段上 ,对覆盖异向介质隐身罩的圆柱体进行了隐身结果的实际测量^[2] . 同年 ,Cummer 等人利用基于有限元算法的数值仿真软件——COMSOL ,对基于 Pendry 给出的圆柱体介电常数、磁导率模型 ,对理想情况、有损耗情

况、覆盖 8 层介电常数、磁导率渐变的无损耗介质 ,分别进行了仿真 ,并给出了仿真结果^[3] . Yan 等于 2007 年对简化参数的圆柱隐身罩进行了研究^[4] . 2008 年 ,Zharova 等提出了逆隐身罩思想 ,并提出这种思想可被用作完美匹配边界条件(PMLs)^[5] . Isic 等研究了不完美圆柱隐身罩^[6] . 同样 ,许多国外学者也利用各种数值算法 ,包括有限元法(FEM)、时域有限差分法(FDTD)等 ,对圆柱隐身罩和球形隐身罩作了相关的数值分析^[7] . 最近 ,Kwon 和 Ma 等分别对椭圆柱隐身条件进行了推导及分析^[8,9] .

国内在隐身领域的研究也紧随其后 ,2007 年 ,Chen 等人 ,利用 Mie 散射理论 ,对 Pendry 球体隐身条件进行了解析分析 ,求得了介质罩中的电磁场分布情况 ,并进一步分析了有损耗情况下的隐身性能 ,获得了特性阻抗、折射系数对隐身性能的影响关系^[10] . 同年 ,Chen 等 ,通过类似 Pendry 坐标变换的方法 ,对旋转 90°的介质进行了数值计算 ,其远场并不发生改变^[11] . Feng 等研究了一系列各向同性均匀同心介质层构造的非均匀罩壳的隐身特性^[12] . 2008 年 ,Cui 等对任意椭圆柱的隐身条件进行了推导及分析^[13] .

^{*} 国家自然科学基金(批准号 :60571026)、教育部博士点基金(批准号 :20070213058)、中国博士后科学基金(批准号 :20070420158)资助的课题 .

[†] E-mail : zhangkuang@126.com

虽然人们已经对隐身做了很多相关的研究,但迄今为止,所有的理论分析、仿真结果以及实验测试等等,都是针对圆柱隐身罩、球形隐身罩或者椭圆柱隐身罩进行的,可以说这些隐身罩的一个共同特点是都具有很高的对称度。但是在实际应用中,并非所有物体都具有很高的对称度,例如飞行器的机翼、尾翼,以及散射体的棱角处等等,这些部分的散射都是散射截面积(RCS)的主要构成部分,而这些部分很多均可以用二维正多边形或三维的正多边形柱来近似等效。因此,进行对正 N 边形隐身条件的理论研究,无论就理论研究层面而言,还是对于实际应用,都是具有很大必要性的。因此,本文提出并严格推导了正 N 边形柱的隐身条件,获得了相应隐身罩材料本构参数张量的通解表达式。根据得到的本构参数张量,利用电磁仿真软件分别对 N 取不同值时的三个典型算例进行了仿真验证。特别地,本文考虑了更加一般的情况,即分析了损耗对于隐身效果的影响。这些结果为隐身物理机理的进一步理解和降低对称度隐身罩的改进设计,奠定了理论基础。

2. 正 N 边形隐身罩本构参数的推导

隐身罩的设计是基于坐标变换理论的。其中坐标变换的作用是将一个完整空间变换为一个包绕被隐身物体的壳状空间,同时保持外界空间不变。由于Maxwell方程组在坐标变换下具有形式不变性,因此坐标变换仅仅反映在介电常数和磁导率的变化上,即变换后隐身罩介质层的介电常数和磁导率均随空间变化且呈现各向异性,而外界空间中的介电常数和磁导率由于没有涉及到坐标变换,因此没有变化。在隐身罩介质层上应用求得的本构参数张量后,从外面看来,入射电磁波不会受到被隐身物体的干扰,而是在隐身罩的“导引”下,平滑地绕过被隐身物体,而不会形成任何散射。这就是基于坐标变换隐身罩设计的基本原理。

在这一部分中,我们将基于坐标变换理论,推导正 N 边形柱隐身罩介质的本构参数张量。由于正 N 边形柱显然要复杂于球体、圆柱体等高对称度几何体,因此限于篇幅,在本节中,中间将省略部分复杂的数学运算,直接给出结果。

在此,设定几个必要的条件假设,以便于进行后续的推导。

1) 设正 N 边形柱以 Z 轴为轴线,则截面正 N

边形位于 X - Y 平面内。

2) 设正 N 边形重心位于原点,原区域范围为 $0 \sim b$,进行坐标变换后区域为 $a \sim b$ 。

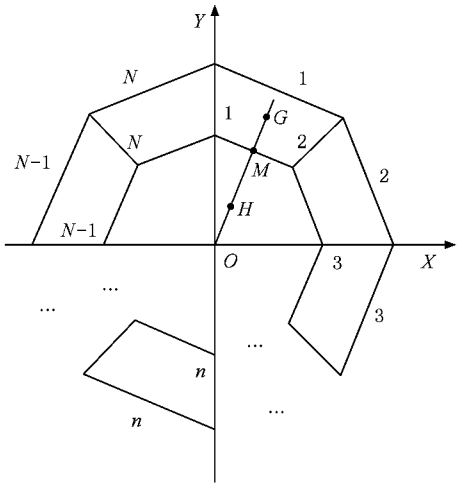


图1 正 N 边形隐身罩示意图

3) 设正 N 边形始终有一个端点位于 Y 轴,且该端点的编号为1,则顺时针旋转,各个端点编号依次为 $2, 3, \dots, n, \dots, N (n \leq N)$ 。

4) 设由编号为 $n, n+1$ 端点($n \leq N$)构成的边,编号为 n 。则顺时针旋转,各条边的编号依次为 $2, 3, \dots, n, \dots, N$ 。如图1所示($n \leq N$)。

设点 $H(x, y)$ 位于原坐标系中,点 $G(x', y')$ 位于变换坐标系中。点 M 为直线 OG 与多边形的交点。则从原坐标系到新坐标系的坐标变换公式可表示为

$$r' = \frac{b-a}{b}r + R_1, \tag{1}$$

其中 R_1 为 OM 的距离。 r 为 OH 距离, r' 为 OG 距离。在这里,内部的正 N 边形可以表示为 N 条边的直线方程组合,而这些直线方程可以通过各个顶点的通解表达式得到,这里涉及到需要确定各个端点坐标的通解表达形式,省略中间的推导步骤,直接给出顶点的通解表达式如下:

$$y_n = a \cos \frac{2(n-1)\pi}{N}, \tag{2a}$$

$$x_n = a \sin \frac{2(n-1)\pi}{N}. \tag{2b}$$

假设第 n 个端点的坐标为 (x_n, y_n) ,则第 n 条边(参见假设3),由第 $n, n+1$ 号端点形成的边,编号为 n 的直线方程为

$$y - y_n = \frac{y_{n+1} - y_n}{x_{n+1} - x_n}(x - x_n). \tag{3}$$

将 (2a) (2b) 式代入 (3) 式并化简, 可以得到正 N 边形各边直线方程的通解表达式为

$$y - a \cos \frac{(2n-1)\pi}{N} = -\operatorname{tg}\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \frac{2\pi}{N}\right) \left(x - a \sin \frac{(2n-1)\pi}{N}\right). \quad (4)$$

由于点 M 为直线与正 N 边形的交点, 而这里已经求得正 N 边形的直线方程通解表达式, 因此可以很简单地求得点 M 的坐标, 进而经过一系列的数学运算, 可以得到如下的公式:

$$\frac{R_1^2}{r^2} = \frac{a^2 \cos^2 \frac{\pi}{N}}{\left(\cos\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \frac{2\pi}{N}\right)y + x \sin\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \frac{2\pi}{N}\right)\right)^2}. \quad (5)$$

由于单位向量在原坐标系和变换坐标系下必须相等, 可得

$$\frac{x'}{r'} = \frac{x}{r}, \quad (6a)$$

$$\frac{y'}{r'} = \frac{y}{r}, \quad (6b)$$

综合 (1) 式, 可得

$$\frac{x'}{x} = \frac{r'}{r} = \frac{b-a}{b} + \frac{R_1}{r}, \quad (7a)$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{r'}{r} = \frac{b-a}{b} + \frac{R_1}{r}, \quad (7b)$$

$$z' = z. \quad (7c)$$

将 (5) 式代入 (7a) (7b) 式中, 可得

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} = \mu_{xx} = & \left[\frac{\left(xa \cos \frac{\pi}{N}\right)^2}{r_1^4} + \left(\frac{b-a}{b}\right)^2 + 2 \frac{b-a}{b} a \cos \frac{\pi}{N} \frac{y \cos\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \frac{2\pi}{N}\right)}{r_1 \sqrt{r_1^2}} \right. \\ & \left. + \left(a \cos \frac{\pi}{N}\right)^2 \frac{r_1 - 2x \sin\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \frac{2\pi}{N}\right)}{r_1^3} \right] \left/ \left[\left(\frac{b-a}{b}\right)^2 + \frac{b-a}{b} a \cos \frac{\pi}{N} \frac{1}{\sqrt{r_1^2}} \right] \right., \quad (12a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{yy} = \mu_{yy} = & \left[\frac{\left(ya \cos \frac{\pi}{N}\right)^2}{r_1^4} + \left(\frac{b-a}{b}\right)^2 + 2 \frac{b-a}{b} a \cos \frac{\pi}{N} \frac{x \sin\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \frac{2\pi}{N}\right)}{r_1 \sqrt{r_1^2}} \right. \\ & \left. + \left(a \cos \frac{\pi}{N}\right)^2 \frac{r_1 - 2y \cos\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \frac{2\pi}{N}\right)}{r_1^3} \right] \left/ \left[\left(\frac{b-a}{b}\right)^2 + \frac{b-a}{b} a \cos \frac{\pi}{N} \frac{1}{\sqrt{r_1^2}} \right] \right., \quad (12b) \end{aligned}$$

$$\epsilon_{xy} = \mu_{yx} = \left[-\frac{b-a}{b} a \cos \frac{\pi}{N} \cdot \left(y \sin\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \frac{2\pi}{N}\right) + x \cos\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \frac{2\pi}{N}\right)\right) \right] \frac{1}{r_1 \sqrt{r_1^2}}$$

$$\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{b-a}{b} + \frac{a \cos \frac{\pi}{N}}{\sqrt{\left(\cos\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \frac{2\pi}{N}\right)y + x \sin\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \frac{2\pi}{N}\right)\right)^2}}. \quad (8)$$

由坐标变换理论, 以及 Maxwell 方程组的形式不变性, 则变换后媒质的本构参数张量可表示为

$$\begin{bmatrix} \bar{\epsilon}' \\ \bar{\mu}' \end{bmatrix} = \frac{A \cdot A^T}{\det(A)} \begin{bmatrix} \bar{\epsilon} \\ \bar{\mu} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中, 矩阵 A 为相应的 Jacobian 矩阵, 表达式如下所示:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial x'}{\partial x} & \frac{\partial x'}{\partial y} & 0 \\ \frac{\partial y'}{\partial x} & \frac{\partial y'}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

由于原空间为自由空间, 因此原空间中的本构参数张量可表示为

$$\begin{bmatrix} \bar{\epsilon} \\ \bar{\mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_0 \\ \mu_0 \end{bmatrix} \cdot I, \quad (11)$$

其中, ϵ_0, μ_0 分别为自由空间中的介电常数和磁导率, I 为单位矩阵. 综合 (8) 式—(10) 式, 则可以得到坐标变换后相对介电常数、磁导率表达式. 限于篇幅, 这里省略中间的推导过程, 直接给出化简后的相对介电常数、磁导率表达式:

$$-\frac{\left(a\cos\frac{\pi}{N}\right)^2\sin\left(\frac{2n-1}{2}\cdot\frac{2\pi}{N}\right)\cos\left(\frac{2n-1}{2}\cdot\frac{2\pi}{N}\right)(x^2+y^2)}{r_1^4}\bigg]\bigg[\left(\frac{b-a}{b}\right)^2+\frac{b-a}{b}\frac{a\cos\frac{\pi}{N}}{\sqrt{r_1^2}}\bigg],\tag{12c}$$

$$\epsilon_z=\mu_z=1\bigg[\left(\frac{b-a}{b}\right)^2+\frac{b-a}{b}\frac{a\cos\frac{\pi}{N}}{\sqrt{r_1^2}}\bigg],\tag{12d}$$

其中

$$r_1=y\cos\left(\frac{2n-1}{2}\cdot\frac{2\pi}{N}\right)+x\sin\left(\frac{2n-1}{2}\cdot\frac{2\pi}{N}\right).$$

注意到在(12a)–(12d)式中均存在有 $\sqrt{r_1^2}$ 项,这是由于各个区域中的 x,y,N 取值均有所不同,因此各个区域中 $\sqrt{r_1^2}$ 项开方后的符号也不能统一确定,出于通解表达式的考虑,我们未将表达式中的 $\sqrt{r_1^2}$ 项进行化简.而在实际计算中或仿真计算中,可以考虑各个区域中取值的正、负号关系,将表达式进一步化简.

至此,我们便得到了非均匀各向异性隐身罩的本构参数,接下来我们将基于推导得到的本构参数张量,利用仿真软件进行仿真,对所得到的结果进行进一步的验证.

3. 数值算例及讨论

在上一节中,我们已经推导得到了非均匀各向异性介质隐身罩的本构参数张量,在本节中,利用基于有限元算法的商业仿真软件——COMSOL,对三个典型算例进行仿真,来进一步验证所得到表达式的正确性.

3.1. 无耗情况

计算区域如图2所示.将被仿真的正多边形隐身罩模型放置在中间的计算区域,四周为完美匹配层,来模拟吸收边界条件,在内边界上设置单位密度的面电流,则激励源为平面波.计算参数如表1所示,而由表1中所给定的参数,则可以通过(12a)–(12d)式,求解出各个区域隐身罩材料的非均匀各向异性本构参数张量,由于表达式较为复杂,因此在这里不再给出.

在这里,我们选取三个不同的 N 值进行计算,仿真得到的电场分布示意图如图3(a)(b)(c)所示.由图3(a)(b)(c)可以看出,隐身罩的隐身特性十分明显.在图3(a)和(b)中,所设置的入射波相



表 1 无耗情况算例参数

隐身罩类型	a/m	b/m	频率/GHz
正三角形	0.1	0.3	2
正四边形	0.2	0.4	2
正六边形	0.2	0.4	2

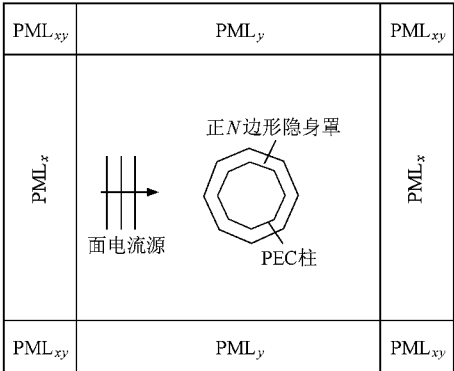


图 2 计算区域示意图

位波前与正三角形隐身罩和正六边形隐身罩的其中一条边平行,可以看出在隐身罩之外,平面波的电场分布几乎没有收到内部金属散射体的影响,电场分布情况与不存在散射体时一样.而在隐身罩内部,在内部金属散射体周围的电场被平滑地“弯曲”,电场经过隐身罩的“导引”,完美地绕过了内部金属导体,没有形成任何散射.在图3(c)中,所设置的入射波相位波前与正四边形隐身罩的任何一条边均不平行.与图3(a)(b)的算例相同,可以看出在隐身罩之外,平面波的电场分布几乎没有收到内部金属散射体的影响,电场分布情况与不存在散射体时一样.而在隐身罩内部,在内部金属散射体周围的电场被平滑地“弯曲”,电场经过隐身罩的“导引”,完美地绕过了内部金属导体,没有形成任何散射.即使隐身罩及内部导体尖锐棱角处,对散射场几乎也没有影响.

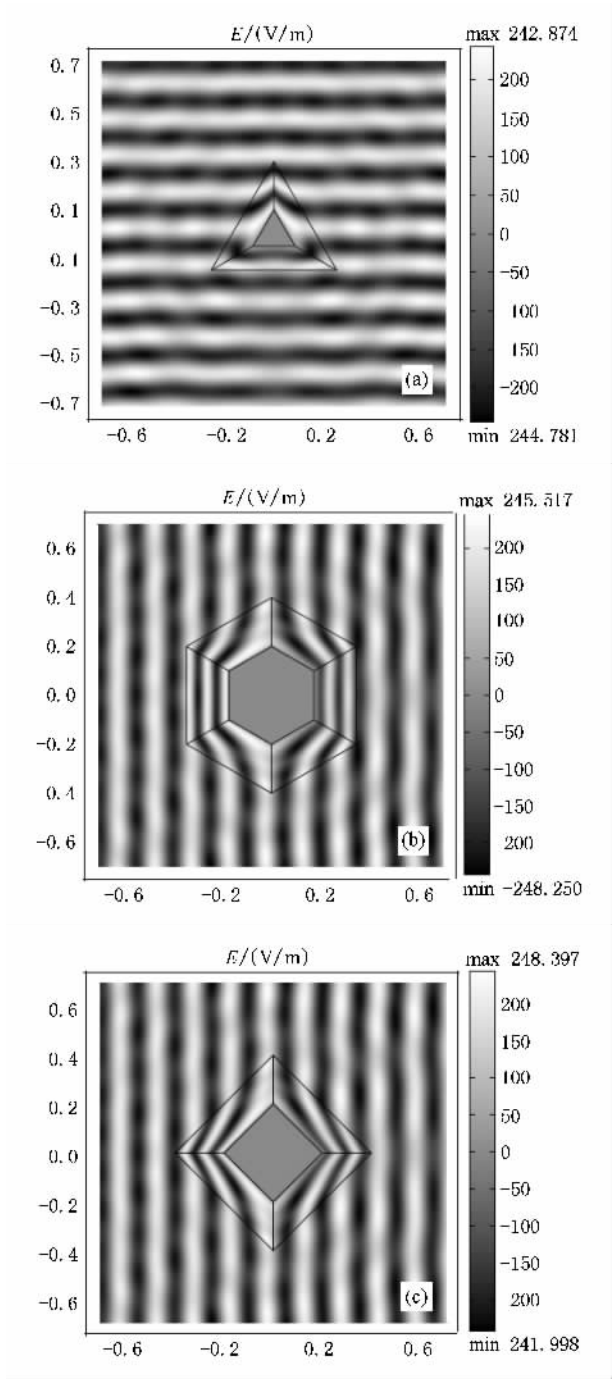


图3 (a)计算域中正三角形隐身罩的电场分布示意图;(b)计算域中正六边形隐身罩的电场分布示意图;(c)计算域中正四边形隐身罩的电场分布示意图

3.2. 有耗情况

在实际构造的人工复合媒质,以及实际应用中,要做到完全没有损耗,是不现实的,因此有必要分析损耗对于隐身罩隐身特性的影响.这里的损耗是加在各个方向本构参数上的,而且电场损耗与磁场损耗相等.计算区域仍如图2所示,计算参数如表2

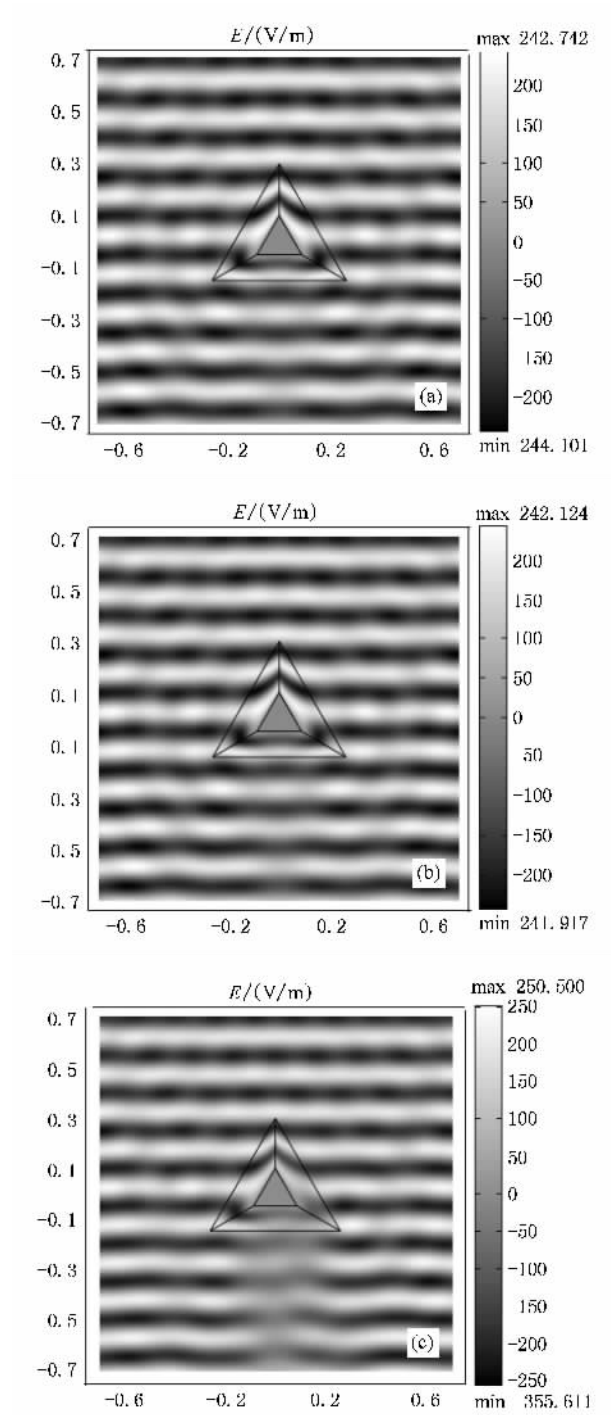


图4 (a)损耗为0.001时的正三角形隐身罩在计算域中电场分布;(b)损耗为0.01时的正三角形隐身罩在计算域中电场分布;(c)损耗为0.1时的正三角形隐身罩在计算域中电场分布

所示.表2中所列出的损耗,是指在各个算例中,分别假设损耗为0.001,0.01和0.1.有耗情况下的电场分布,分别示于图4,图5、图6中.由图4(a),(b)图5(a)(b),图6(a)(b)中可以看出,在损耗为0.001和0.01时,三种隐身罩外的电场分布基本没有受到损耗的影响,电场分布情况与无耗情况基

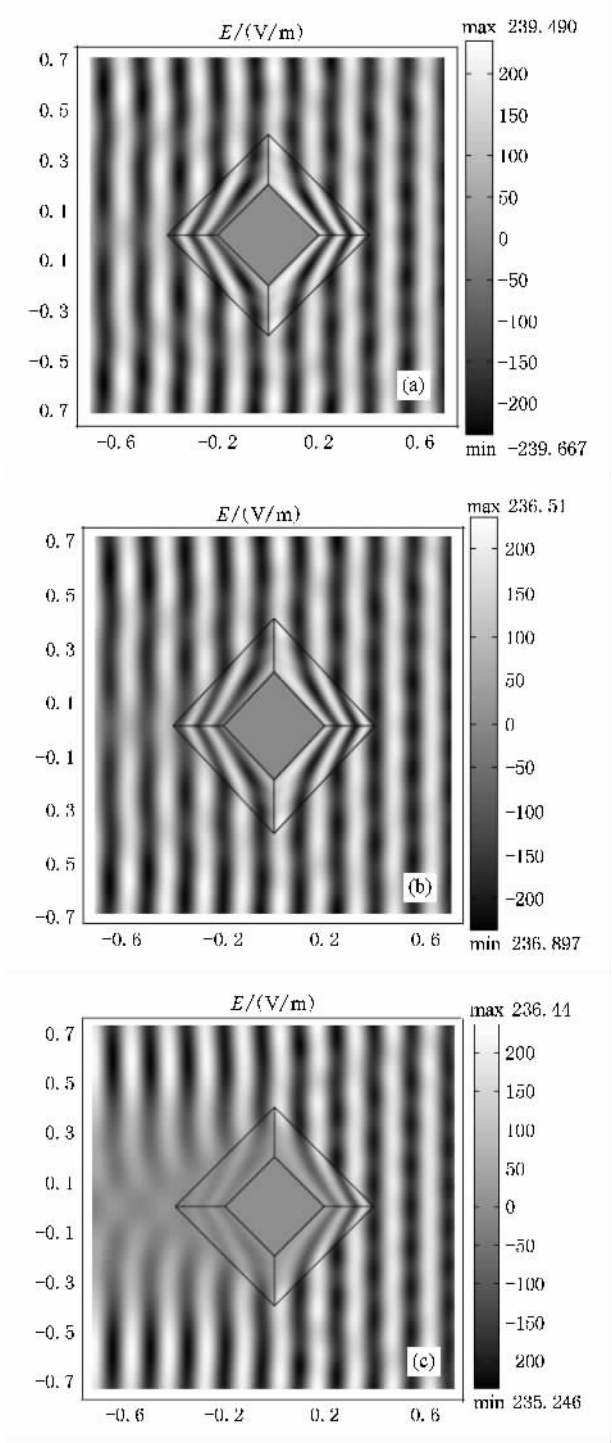


图 5 (a) 损耗为 0.001 时的正四边形隐身罩在计算域中电场分布 ;(b) 损耗为 0.01 时的正四边形隐身罩在计算域中电场分布 ;(c) 损耗为 0.1 时的正四边形隐身罩在计算域中电场分布

本相同 , 电场经过隐身罩的“ 导引 ”, 完美地绕过了内部金属导体 , 几乎没有形成任何散射 , 此时损耗对隐身罩隐身效果的影响可以忽略 . 将非均匀各向异性材料的损耗增加到 0.1 时 , 三种隐身罩的电场分布如图 4(c) , 图 5(c) , 图 6(c) 所示 . 很明显在前向散

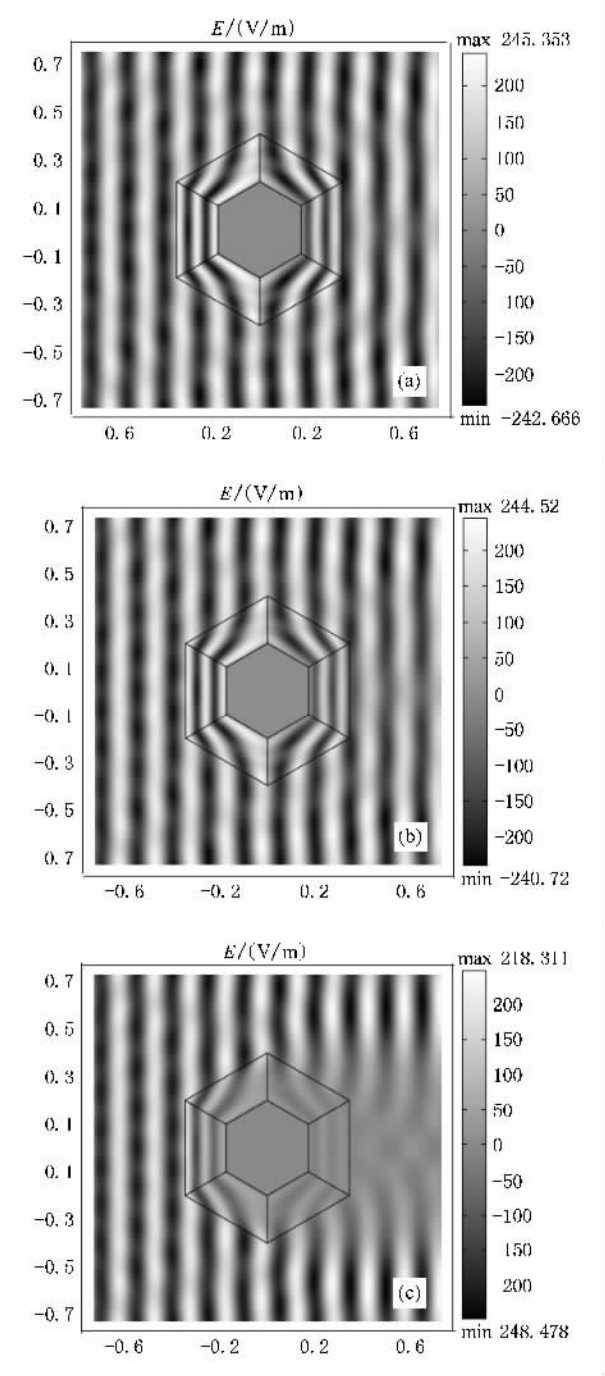


图 6 (a) 损耗为 0.001 时的正六边形隐身罩在计算域中电场分布 ;(b) 损耗为 0.01 时的正六边形隐身罩在计算域中电场分布 ;(c) 损耗为 0.1 时的正六边形隐身罩在计算域中电场分布

射上 , 损耗使隐身罩的隐身性能明显恶化 , 这与有耗情况下的圆柱隐身罩以及球形隐身罩极为相似 . 但对于后向散射以及其他方向 , 隐身罩的隐身性能依然很好 . 进一步 , 保持计算参数不变 (损耗仍为 0.1) , 而将计算区域延伸 , 进而得到仿真结果如图 7 (a) (b) (c) 所示 . 由图 7 (a) (b) (c) 中可以看出 , 相比于近区场 , 远区电场分布受损耗的影响很小 , 因

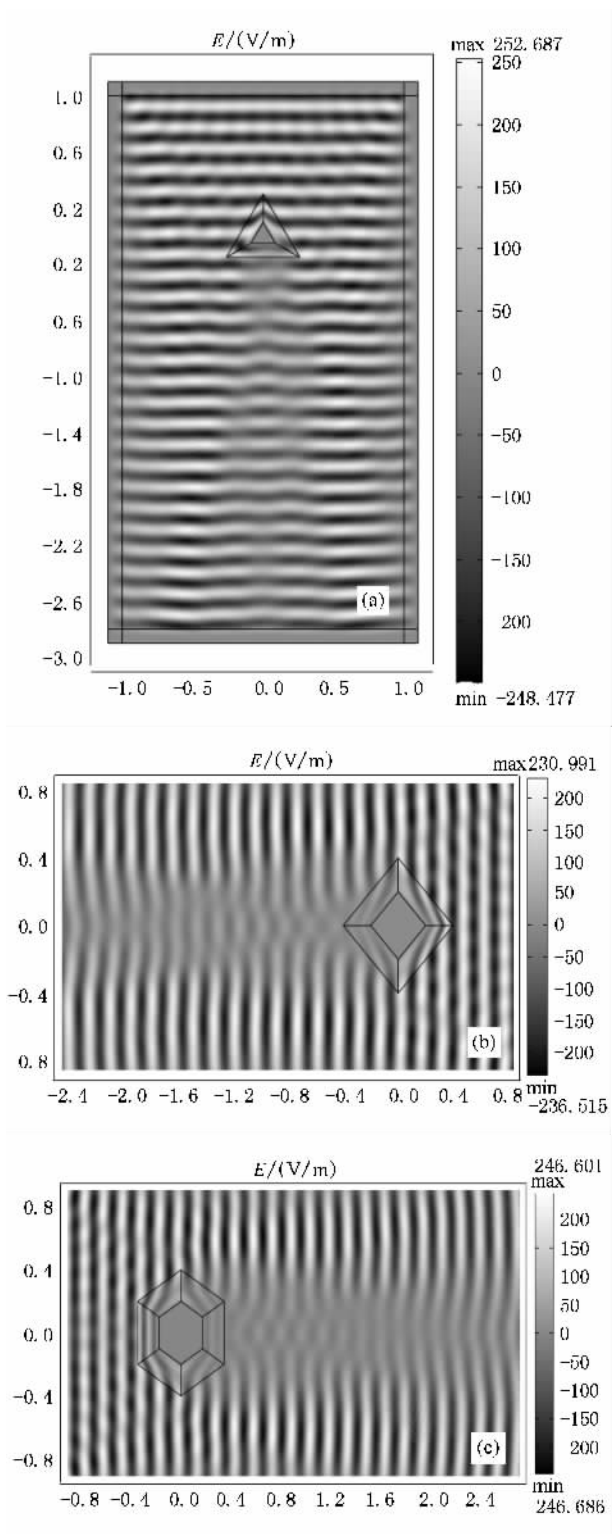


图7 (a)损耗为0.1的正三角形隐身罩在扩展计算域中电场分布;(b)损耗为0.1的正四边形隐身罩在扩展计算域中电场分布;(c)损耗为0.1的正六边形隐身罩在扩展计算域中电场分布

此可以说损耗为0.1的有耗隐身罩在远场仍然有效。

存在损耗的情况下,由于在各个方向上的电损

耗和磁损耗都是一致的,因此隐身罩仍是与外界空间阻抗匹配的,所以当电磁波入射到隐身罩上时,几乎不会形成散射,即不会形成后向散射,但由于损耗的存在,因此当电磁波在隐身罩内传播时,势必有一部分能量要被隐身罩所吸收,因此当电磁波经过隐身罩时,由于能量的损耗,会在电磁波传播的前向留下阴影。这就是有损耗条件下场分布图的前向和后向的效应不一致的原因。

表2 有耗情况算例参数

隐身罩类型	a/m	b/m	频率/GHz	损耗
正三角形	0.1	0.3	2	0.001 0.01 0.1
正四边形	0.2	0.4	2	0.001 0.01 0.1
正六边形	0.2	0.4	2	0.001 0.01 0.1

4. 结 论

基于坐标变换理论,本文提出并推导了正 N 边形柱的隐身条件,进而得到了非均匀各向异性介质隐身罩本构参数张量的通解表达式。基于得到的本构参数张量,利用基于有限元算法的全波电磁仿真软件——COMSOL,对无耗情况以及有耗情况,分别对 N 取不同值时的三个算例进行了全波仿真。首先,无耗完美隐身罩的全波仿真结果验证了我们推导得出的本构参数张量的正确性。在三个算例中,电磁波均能在非均匀各向异性介质隐身罩的“导引”下,平滑地绕过被包覆金属散射体,而没有形成任何散射;其次,考虑到实际构造的人工复合媒质根本不存在完全没有损耗的情况,为此文中进一步分析了损耗对于隐身罩隐身特性的影响。当损耗为0.001和0.01时,损耗对于隐身罩性能的影响很小,隐身罩外面的电场分布基本没有受到干扰,而将损耗增加到0.1时,近区的外电场分布情况明显恶化,在前向形成了明显的散射,但其他方向上的电场分布仍然良好,进而将计算区域扩大之后,能够发现损耗为0.1的隐身罩在远场区域仍然有效。

相比于球形隐身罩、圆柱隐身罩以及椭圆柱隐身罩,本文所提出的正 N 边形隐身罩的对称度更低,而且正 N 边形中均存在尖锐的棱角,但从仿真结果中可以看出,本文所提出的非均匀各向异性隐身罩很好地实现了对内部金属散射体的隐身效果,因此本文所推导获得的本构参数张量、以及仿真计算结果,一方面证明了坐标变换的方法不仅适用于

高对称度隐身罩的设计,例如球形隐身罩、圆柱隐身罩,而且也适用于降低对称度的隐身罩设计,例如正 N 边形隐身罩;另一方面,本文得到的本构参数张

量、以及仿真结果,也为以后的正 N 边形隐身罩的实际设计奠定了理论基础,并为散射体散射截面积缩减提供了理论途径.

- [1] Pendry J B , Schurig D , Smith D R 2006 *Science* **312** 1780
- [2] Schurig D , Mock J J , Justice B J , Cummer S A , Pendry J B , Starr A F , Smith D R 2006 *Science* **314** 977
- [3] Cummer S A , Bogdan-Ioan Popa , Schurig D , Smith D R 2006 *Phys. Rev. E* **74** 036621
- [4] Yan M , Ruan Z C , Qiu M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 233901
- [5] Zharova N A , Shadrivov I V , Kivshar Y S 2008 *Opt. Express* **16** 4615
- [6] Isic G , Gajic R , Novakovic B *et al* 2008 *Opt. Express* **16** 1413
- [7] Zhao Y , Argyropoulos C , Hao Y 2008 *Opt. Express* **16** 6717
- [8] Ma H , Qu S B , Xu Z *et al* 2008 *Phys. Rev. A* **77** 013825
- [9] Kwon D H , Werner D H 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 013505
- [10] Chen H S , Wu B I , Zhang B L , Kong J A 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 063903
- [11] Chen H Y , Chan C T 2007 *Appl. Phys. Lett.* **90** 241105
- [12] Huang Y , Feng Y J , Jiang T 2007 *Opt. Express* **15** 11133
- [13] Jiang W X , Cui T J , Yu G X , Lin X Q , Cheng Q , Chin J Y 2008 *J. Phys D : Appl. Phys.* **41** 085504
- [14] Meng F Y , Wu Q , Wu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2194 (in Chinese) [孟繁义 2006 物理学报 **55** 2194]
- [15] Yang R , Xie Y J , Wang P , Yang T M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4504 (in Chinese) [杨 锐等 2006 物理学报 **55** 4504]
- [16] Chen L , Liang C H , Dang X J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6398 (in Chinese) [陈 亮等 2006 物理学报 **56** 6398]
- [17] Luo C R , Kang L , Zhao Q , Fu Q H , Song J , Zhao X P 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1607 (in Chinese) [罗春荣等 2005 物理学报 **54** 1607]
- [18] Wang H L , Wu Q , Meng F Y , Li L W 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2608 (in Chinese) [王海龙等 2007 物理学报 **56** 2608]

Derivation of the material parameters for regular N -sided polygonal cylindrical cloak and the invisibility verification^{*}

Wu Qun¹⁾ Zhang Kuang^{1)†} Meng Fan-Yi¹⁾ Li Le-Wei¹⁾²⁾

1) (School of Electronics and Information Technology , Harbin Institute of Technology , Harbin 150001 , China)

2) (Dept of Electrical & Computer Engineering , National University of Singapore , Singapore)

(Received 9 August 2008 ; revised manuscript received 8 September 2008)

Abstract

General expressions of constitutive tensors of the N -sided regular polygonal cylindrical cloaks are derived based on the coordinate transformation theory , then there are some full-wave simulations of the cloaks. The results of full-wave simulations validate the general expressions of constitutive tensors we derived. Furthermore , factors that degrade the cloak's invisibility are analyzed.

Keywords : coordinate transformation , anisotropic and inhomogeneous metamaterial , constitutive tensor , invisibility

PACC : 4110H , 3220D

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60571026) , the Ph. D. Programs Foundation of Ministry of Education of China (Grant No. 20070213058) , and China Postdoctoral Science Foundation Funded Project (Grant No. 20070420158).

[†] E-mail : zhangkuang@126.com