

电光双稳态系统的混沌控制与同步

牛永迪 马文强 王 荣†

(吉林大学物理学院, 长春 130023)

(2008 年 9 月 24 日收到, 2008 年 11 月 5 日收到修改稿)

根据长延时状态下电光双稳系统的特点, 提出了实现其混沌控制与同步的具体方案. 数值模拟的结果表明, 适当选取驱动强度及驱动系统的状态, 不仅可以实现对响应系统不同周期状态的稳定控制, 还可以实现驱动系统与响应系统间的广义混沌同步. 以最大李雅普诺夫指数为标准, 给出了实现混沌同步的参数范围.

关键词: 电光双稳态系统, 混沌控制, 混沌同步

PACC: 0545

1. 引 言

光学双稳态是由 Szoke 等人于 1969 年最早提出的^[1], 并由 Gibbs 等人首先在实验上观察到全光学型双稳态现象^[2]. 由于它在光开关、光信号存储、光计算等领域具有十分重要的作用, 因此对光学双稳态系统的研究一直受到人们的广泛关注.

1983 年 Gao 等人对电光双稳态系统的动力学特性进行了研究^[3], 由于它具有结构简单、易于实现等特点, 而引起了人们的极大兴趣. 到目前为止, 人们在频率锁定、混沌特性、混沌控制及其在信息存储等方面进行了研究^[4-6], 但是对混沌同步的研究却寥寥无几, 而这方面的研究是决定该系统在信号存储及保密通信等应用领域的关键问题^[7-11].

我们针对长延时电光双稳系统的特点, 提出了实现其混沌控制和广义混沌同步的具体方案, 数值模拟结果证实了该方案的有效性.

2 电光双稳态系统的混沌

电光双稳态系统的动力学方程表示成如下形式^[12]:

$$\frac{dx(t)}{dt} + x(t) = I\{1 - k\cos[x(t - \tau_d) + \theta]\}y_2, \quad (1)$$

式中 I 为系统的输入光强; $x(t)$ 是系统的输出光强经过光电转换、放大后反馈到系统上的电压, 由于该

变量与系统的输出光强成正比, 因此也可以表示系统的输出光强; T, k, θ 分别代表反馈回路中的有效延迟时间、消光系数和与系统偏置电压相对应的量; 时间 t 和有效延迟时间 T 归一化于系统的相应时间.

在长延时状态下 ($\tau_0 \ll \tau_d$), 系统的时间演化方程 (1) 可表示成一维迭代方程

$$x_{n+1}(t) = I\{1 - k\cos[x_n(t) + \theta]\}y_2, \quad (2)$$

式中 n 代表系统的迭代次数. 入射光强 I 是系统的分岔参数. 在适当的条件下, 随着输入光强 I 的增加, 系统的状态会经过倍周期分岔过程进入混沌状态. 随着 I 的增大系统由混沌状态跳跃至周期状态, 经过倍周期分岔处于混沌状态. 图 1 是系统参数 $k = 0.8, \theta = \pi$ 时系统的分岔图. 从图 1 可以发现, 在入射光强的变化区域内存在多个倍周期分岔过程. 对应于较大入射光强的分岔过程, 其周期区域的参数范围相对减小, 混沌区域的参数范围变大, 并且混沌输出的范围也随之变大. 这一结果在实际应用中是非常重要的.

3. 混沌控制与同步

为了实现电光双稳态系统混沌的控制和同步, 我们提出了一个新的方案, 如图 2 所示. 该方案中含有三个电光双稳态系统, 其中 S_1 是驱动系统, S_2 和 S_3 是两个完全相同的响应系统. 将驱动系统 S_1 的输出变量分别与响应系统 S_2, S_3 的输出变量相加后,

† 通讯联系人. E-mail: wrzf172@sohu.com

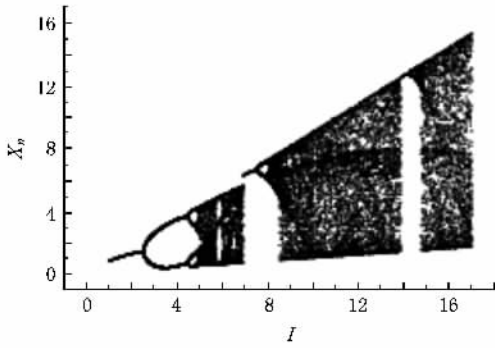


图 1 电光双稳态系统的分岔图

再以一定的比例作用于响应系统,实现对响应系统的动态驱动.

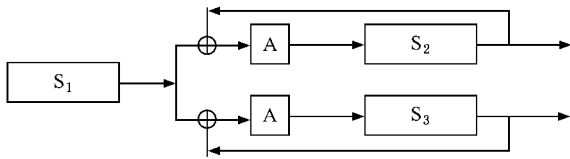


图 2 电光双稳态混沌系统的控制与同步原理图(A 为放大器, \$\oplus\$ 为加法器)

根据上面方案,整个系统的动力学方程可以表示成下面形式:

$$x_{1,n+1} = I_1 \{1 - k \cos [x_{1,n} + \theta]\} / 2, \quad (3)$$

$$x_{2,n+1} = I_2 \{1 - k \cos [x_{2,n} + q(x_{1,n} + x_{2,n}) + \theta]\} / 2, \quad (4)$$

$$x_{3,n+1} = I_2 \{1 - k \cos [x_{3,n} + q(x_{1,n} + x_{3,n}) + \theta]\} / 2, \quad (5)$$

其中 \$q\$ 为驱动强度.这样,我们便可以根据系统的

动力学方程(3)–(5)通过数值计算,研究电光双稳态混沌系统的控制及同步.

3.1. 混沌控制

根据我们所提出的方案,这部分主要研究如何实现响应系统混沌的稳定控制.根据上述方案,我们进行了数值计算,结果表明:当响应系统处于混沌状态,而驱动系统处于某种周期状态时,随着驱动强度由小到大逐渐增大,响应系统将会由混沌状态通过周期分岔或倒的倍周期状态被控制到多种周期状态,而响应系统被控制的最小周期则与驱动系统的周期相同.图 3(a)(b)给出了当响应系统处于混沌状态(\$k = 0.8, \theta = \pi, I_2 = 5.5\$)驱动系统分别处于不同分岔区间的周期 1 状态(\$I_1\$ 分别取 2.0, 7.0)时,混沌的响应系统得到稳定控制的分岔图.从图 3 可以看出,当驱动系统与响应系统处于同一个分岔过程时,响应系统会随着驱动强度的增大由混沌状态直接进入周期状态,并且随着驱动强度的进一步增大经过倍周期分岔被控制到多种周期状态(如图 3(a)所示).对照图 1 可以发现,此时响应系统由第一个倍周期分岔区域中的混沌状态进入到第二个倍周期分岔过程,当驱动系统和响应系统处于不同分岔区域时,混沌的响应系统则随着驱动强度的增加而通过倒的倍周期分岔过程被控制到不同的周期状态(如图 3(b)所示).此时,响应系统始终处于第一个分岔区域内.利用数值模拟结果,我们可以根据需要,如所要控制的周期及输出的范围,适当选取系统的状态参数,对系统进行有效的控制.图 4 给出了驱动电流和反馈系数情况下,混沌的响应系统被控制到周期 2 的时序图.

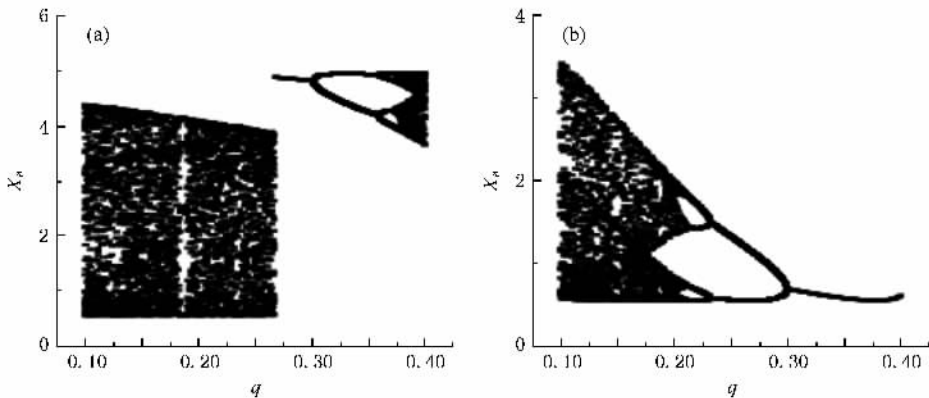


图 3 混沌的响应系统在不同反馈系数调制下的倒分岔过程 (a) \$I_1 = 2.0\$ (b) \$I_1 = 7.0\$

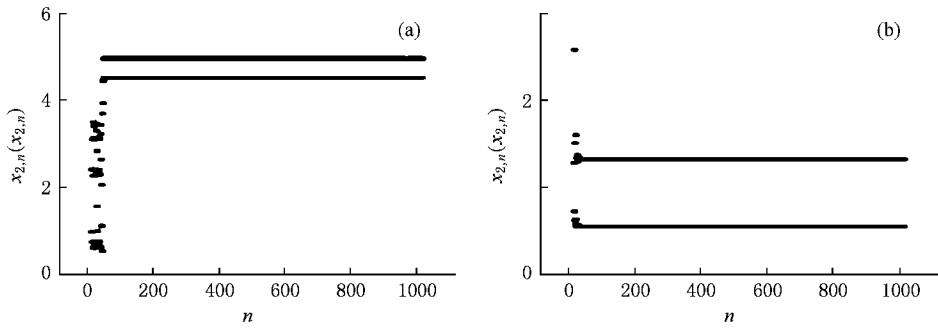


图 4 混沌的响应系统在不同反馈系数调制下的时序图 (a) $I_1 = 2.0, q = 0.35$ (b) $I_1 = 7.0, q = 0.25$

3.2. 广义混沌同步

广义混沌同步可以通过计算系统的李雅普诺夫指数^[13]或者是找出驱动系统与响应系统输出量间的函数关系^[14]或者通过辅助系统^[15]等方法确定它的产生. 2002 年人们又提出通过计算响应系统的最大条件李雅普诺夫指数的方法来确定广义混沌同步的产生^[16]. 为便于确定驱动系统与响应系统间达到广义混沌同步的参数范围, 我们首先计算相应系统的最大条件李雅普诺夫指数. 由动力学方程(3)—(5)可以推得响应系统最大条件李雅普诺夫指数的计算公式为

$$\lambda_{\text{CMLE}} = \sup_{0 \leq t < \tau_d} \left\{ \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M\tau_d} \sum_{n=1}^M \log \left| I_2 \times \sin [x_{2(3),n}] + q(x_{1,n} + x_{2(3),n}) + \theta \right| \times k \times (1 + q) \times \frac{1}{2} \right\}, \quad (6)$$

其中, M 代表计算时间. 图 5 给出了驱动系统和响应系统处于不同的混沌状态时 ($k = 0.8, \theta = \pi, I_1 = 5.5, I_2 = 6.0, 5.0, 5.5$) 响应系统最大条件李雅普诺夫指数 λ_{CMLE} 随驱动强度而变化的规律曲线.

从图 5 可以发现, 在 q 的增加的过程中, 不管驱动系统和响应系统的状态是否相同, 响应系统的 λ_{CMLE} 都存在一个小于零的区间. 这说明在该区间内驱动系统和响应系统间达到了广义混沌同步. 图 6、图 7 分别给出了驱动强度 q 分别在 $\lambda_{\text{CMLE}} = 0$ 及其两侧取值时, 驱动系统和响应系统之间的差值时序图

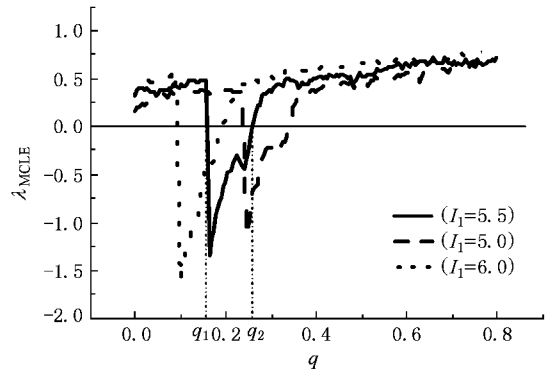


图 5 响应系统的最大条件李雅普诺夫指数 λ_{CMLE} 随驱动强度 q 的变化曲线

及其相互关系曲线. 由此我们可以很清楚地看出在满足条件 $\lambda_{\text{CMLE}} = 0$ 时, 驱动系统与响应系统间达到广义混沌的情况.

图 7 在不同反馈系数下驱动系统与响应系统及响应系统间同步与非同步时序图

4. 结 论

本文提出了研究混沌控制和混沌同步的新方案. 在此基础上对电光双稳系统的混沌控制及同步进行了系统的研究, 得到了较好的效果. 该方案的最大特点是在不同的条件下, 可以分别实现对混沌的稳定控制及混沌系统间的广义混沌同步, 具有重要的应用价值和实际意义.



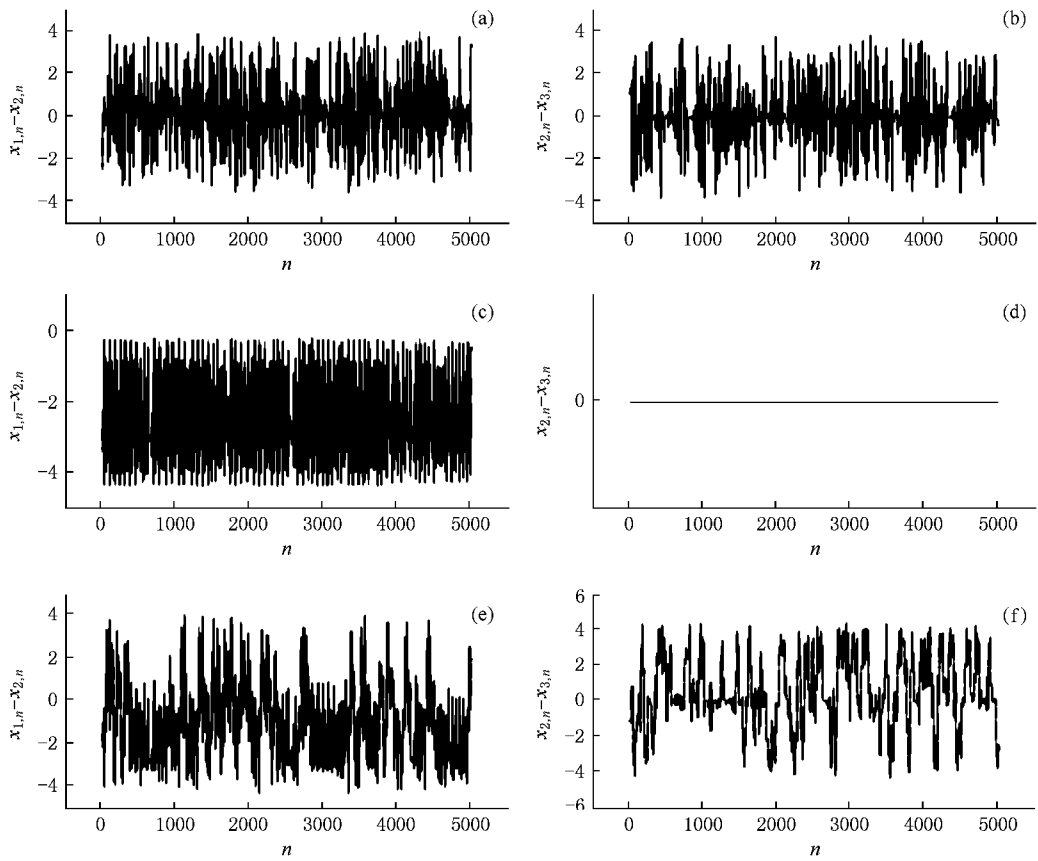


图 6 在不同反馈系数下驱动系统与响应系统及响应系统间同步与非同步时序图 (a)(b) $q=0.10$ (c)(d) $q=0.20$ (e)(f) $q=0.30$

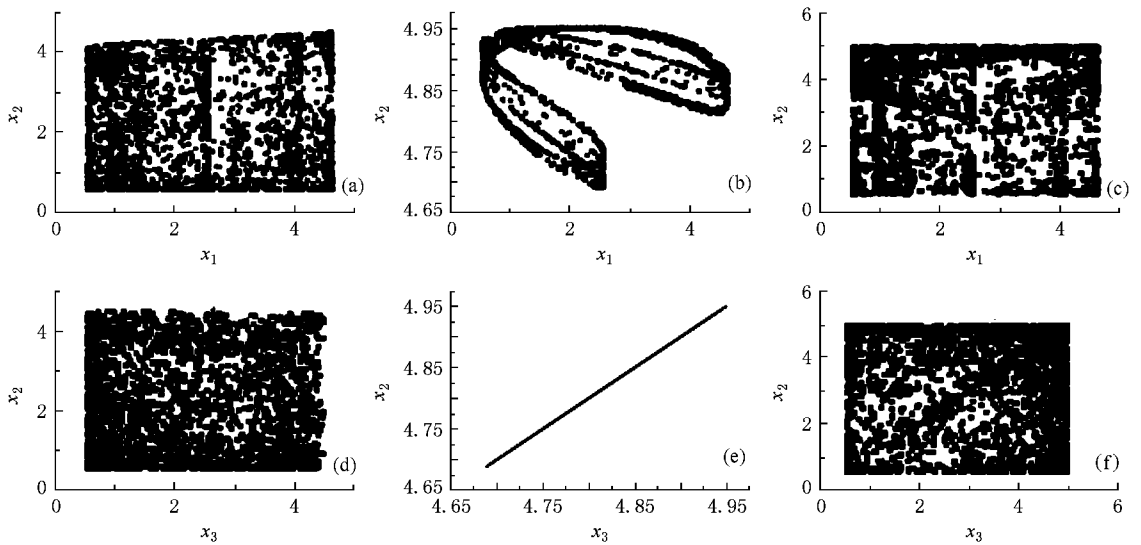


图 7 在不同反馈系数下驱动系统与响应系统及响应系统间同步与非同步时序图 (a)(b) $q=0.10$ (c), (d) $q=0.20$ (e)(f) $q=0.30$

- [1] Szoke A , Daneu V , Goldhar J *et al* 1969 *Appl. Phys. Lett.* **15** 376
- [2] McCall S L , Gibbs H M , Vankatesan T N C 1975 *J. Opt. Soc. Am.* **41** 1184
- [3] Gao J Y , Narducci L M , Schulman L S *et al* 1983 *Phys. Rev. Lett.* **28** 2910
- [4] Zheng Z R , Gao J Y 1996 *IEEE J. Quantum Electronics* **32** 549
- [5] Zhang Y , Li J B , Zheng Z R , Jiang Y , Gao J Y 1998 *Phys. Rev. E* **57** 1611
- [6] Zheng Z R , Gao J Y 2000 *IEEE J. Quantum Electronics* **36** 425
- [7] Min F H , Wang Z Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 31 [in Chinese] 闵富红、王执栓 2008 物理学报 **57** 31]
- [8] Liu Y Z , Jiang C S , Lin C S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 709 [in Chinese] 刘扬正、姜长圣、林长圣 2008 物理学报 **57** 709]
- [9] Liu Y Z , Jiang C S , Lin C S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 707 [in Chinese] 刘扬正、姜长圣、林长圣 2007 物理学报 **56** 707]
- [10] Li N , Li J F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6093 [in Chinese] 李农、李建芬 2008 物理学报 **57** 6093]
- [11] Guo L X , Xu Z Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6086 [in Chinese] [过榴晓、徐振源 2008 物理学报 **57** 6086]
- [12] Zhao Y , Huo Y P 1985 *Acta Phys. Sin.* **35** 1115 [in Chinese] 赵勇、霍裕平 1985 物理学报 **35** 1115]
- [13] Schiff S J , So P , Chang T , Burke R E , Sauer T 1996 *Phys. Rev. E* **54** 6708
- [14] Hunt B R , Ott E , Yorke J A 1997 *Phys. Rev. E* **55** 4029
- [15] Tang D Y , Dykstra R , Hamilton M W , Heckenberg N R 1998 *Phys. Rev. E* **57** 5247
- [16] Wang R , Shen K 2002 *Phys. Rev. E* **65** 016207

Chaos control and synchronization in electrical-optical bistable systems

Niu Yong-Di Ma Wen-Qiang Wang Rong[†]

(College of Physics , Jilin University , Changchun 130023 , China)

(Received 24 September 2008 ; revised manuscript received 5 November 2008)

Abstract

Based on the characteristic of the electrical-optical bistable system under the condition of long delay , we propose a new scheme of realizing chaos control and synchronization. The results of numerical calculation show that by adjusting the driving intensity and the state of the driving system , not only the driven system can achieve stable control of different periodic states , but also the general chaos synchronization between the driving system and driven system can be realized. Using the maximal Lyapunov exponent (MCLE) as the criterion , the parameter range for realizing chaos synchronization is given.

Keywords : electric-optic bistable system , chaos control , chaos synchronization

PACC : 0545

[†] E-mail : wrzfl172@sohu.com