

延迟自反馈控制 Hindmarsh-Rose 神经元的混沌运动*

于洪洁 童伟君

(上海交通大学船建学院工程力学系, 上海 200240)

(2008 年 6 月 20 日收到, 2008 年 8 月 28 日收到修改稿)

利用线性时间延迟自反馈方法, 研究单个 Hindmarsh-Rose(H-R)神经元模型混沌动力学模式的控制问题. 分别将增益因子和时间延迟作为控制参数, 通过数值模拟分析, 发现在增益因子和时间延迟两个参数组合的一些范围内, 混沌动力学模式的 H-R 神经元运动可自动被控制成时间间隔意义上的单峰、2 峰、3 峰及 4 峰的周期或多倍周期模式. 延迟时间的选取并无特别要求, 不必和嵌入在混沌吸引子内的某不稳周期轨道的周期相同, 延迟控制自适应地引导混沌轨到相应的放电峰峰间隔的周期模式上.

关键词: H-R 神经元, 延迟反馈控制, 混沌放电模式, 峰峰间隔周期

PACC: 0545, 8730

1. 引言

近年, 神经及神经网络的混沌动力学现象、同步与控制问题已吸引了特别的关注^[1-10]. 预计混沌及超混沌的同步与控制研究将在生物及人工神经网络中起到重要作用. 混沌行为已在单个孤立神经及神经网络的电活动中得到确认. 一个混沌吸引子可以被考虑作周期行为的存储器. 在人工神经网络及脑科学的研究中, 不仅发现了混沌现象, 而且试图通过混沌在人脑中作用的研究, 揭示人工神经网络与脑信息处理的机理. Wang 和 Perez 在 1993 年研究了耦合神经网络的时间间隔序列和空时模式^[2]. Shuai 和 Durand 研究两个线性耦合 H-R 混沌神经的相同步^[3]. Rosa 等在 H-R 神经模型中, 通过抑制性化学突触连接神经元形成一个单链结构, 研究其规则振荡与混沌振荡之间的转换^[4].

Pyragas 于 1992 年提出了控制混沌的延迟自反馈控制法^[5](delay feedback control, DFC), 其后该方法得到了很大的发展. 延迟反馈控制法的主要思想是将系统输出信号经过一个延迟时间反馈到系统中去, 代替外部输入控制. 采用的时间延迟值 τ 就是所要控制的期望不稳周期轨(unstable periodic orbit, UPO)的周期($\tau = T$), 利用输出延迟反馈信号稳定

混沌系统自身嵌入的 UPO 轨道, 不改变 UPO 轨道的相关属性, 所需控制能量小.

文献 6 利用延迟反馈控制法, 研究 H-R 神经网络的混沌同步现象. 发现低增益因子和较大的时间延迟可提高 H-R 神经网络的单元之间混沌同步的现象. 不过该文献利用时间延迟控制并不是研究将 H-R 神经元混沌运动控制到嵌入在混沌吸引子之内的某一不稳周期轨道, 而是研究延迟对神经元之间的混沌同步的影响, 给出了能加强混沌同步的增益因子和时间延迟的范围.

神经的动作电位是神经发送信息的主要方式之一, 而神经放电峰峰间隔(interspike interval, ISI)反映了神经元发放动作电位在时间上的排列, 其形式多样, 蕴含着丰富的信息. H-R 神经元模型由电压钳数据构造, 是在软体动物神经中所见到的自兴奋神经元系统的簇放电模式活动的一个简单的描述. H-R 神经元模型具有包括周期、混沌的丰富的放电模式, 它的动力性是多尺度的. 近些年, 许多学者利用 H-R 神经模型进行广泛的神经非线性动力学的探索研究, 诸如在神经系统放电的动力学行为、相同步、混沌控制、通过时间延迟使神经同步活动的增强等. 文献 7 应用稳定性准则的混沌控制方法对单个 H-R 神经元模型的混沌簇放电(chaos bursting fire, 或者叫混沌爆发放电)行为进行控制, 通过对膜电压的

* 国家自然科学基金(批准号:10572086)资助的课题.

非线性连续-时间反馈干扰的输入,将混沌爆发运动控制到嵌入在混沌吸引子内 5 峰/爆发(5spikes/burst)周期轨道上.

在以往的利用时间延迟反馈控制法控制混沌的例子中,要求反馈的时间延迟和嵌入在混沌吸引子内的某不稳周期轨道的周期相同,控制的目标轨道的周期也是事先知道的.如果采用和周期不相同的时间延迟值基本实现不了对那个周期轨道的控制.

本文受文献 [6] 的启发,利用线性延迟自反馈控制法^[5],对单个 H-R 神经元的混沌簇放电动力学行为进行详细分析与数值模拟,发现延迟自反馈控制能使单个 H-R 神经元的混沌簇放电运动模式转变为放电峰峰时间间隔意义上的周期模式,而在放电峰值(振幅)上并不是周期的.本文延迟时间的选取并无特别要求,无须和嵌入在混沌吸引子内的某不稳周期轨道的周期相同,设定一个时间延迟值,控制过程自动地将混沌放电行为控制到放电峰峰间隔的某一周期模式上,控制的结果是神经通过延迟反馈自适应实现的.通过数值模拟发现在时间延迟的一些较宽范围内,混沌爆发模式的 H-R 神经元运动可被自动控制到放电峰峰间隔为单峰、2 峰、3 峰及 4 峰的周期或多倍周期模式.最后讨论了时间延迟和增益因子对混沌控制的影响范围.

2. H-R 神经元模型

H-R 神经元具有几种可兴奋细胞生物物理模型的特性且具有简单的方程形式,单个 H-R 神经元模型的运动微分方程如下描述:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y - ax^3 + bx^2 + I_{ext} - z, \\ \dot{y} &= c - dx^2 - y, \\ \dot{z} &= r(S(x - \bar{x}) - z), \end{aligned} \quad (1)$$

式中 x 表示膜电位, y 是一个恢复变量, z 表示一个慢变适应电流,这里 a, b, c, d, r, S 和 \bar{x} 是常数, I_{ext} 是突触输入刺激.系统在 $2.92 < I_{ext} < 3.4$ 区间,存在一个多尺度爆发-峰混沌行为.当这些参数取值 $a = 1.0, b = 3.0, c = 1.0, d = 5.0, S = 4.0, r = 0.006, \bar{x} = -1.56, I_{ext} = 3.0$ 时,单个神经元模型的动力特性是混沌簇放电行为.单个 H-R 神经元在 (z, x) 平面上的轨迹图见图 1(a),膜电位 x 的时间历程图见图 1(b).

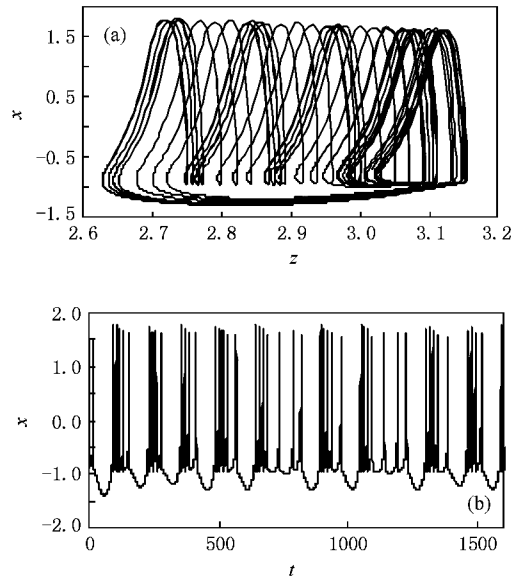


图 1 单个 H-R 神经元混沌轨迹及膜电位 x 混沌的时间历程 (a) (z, x) 平面上的混沌轨迹 (b) 膜电位 x 混沌的时间历程

3. 单个 H-R 神经元的延迟自反馈控制

本节对于单个 H-R 神经元模型的线性延迟自反馈进行详细地分析与数值模拟,对方程 (1) 表示的单个 H-R 神经元系统施加膜电位输出信号的线性延迟反馈,方程如下:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y - ax^3 + bx^2 + I_{ext} \\ &\quad - z + \epsilon[x - x(t - \tau)], \\ \dot{y} &= c - dx^2 - y, \\ \dot{z} &= r(S(x - \bar{x}) - z), \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $\epsilon \geq 0$ 是增益因子, $\tau \geq 0$ 是时间延迟量,该神经元收到来自自身的时间延迟 τ 之后的信号.取初值 $x(0) = 0.3, y(0) = 0.3, z(0) = 3.0$.

首先考虑增益因子 ϵ 作为定值时,时间延迟 τ 对 H-R 神经元动力学行为的影响.这里分别取 ϵ 为 0.02, 0.03 两个值,取时间延迟 $\tau \in [0, 15.1]$,通过计算峰峰间隔数值模拟分析其混沌状态是否能被控制成周期状态.做神经元的膜电位变量 x 的峰峰间隔 (ISI) 随时间延迟变化的分岔图,见图 2(a)(b).

由图 2(a) 及数值结果可知,对于 $\epsilon = 0.02$,当时间延迟 $\tau \in [14.1, 14.7]$ 时,单个神经元的混沌簇放电动力学行为变为 4 峰簇放电-周期模式(周期为四个相继放电的峰峰间隔之和).可从峰与峰的时间间

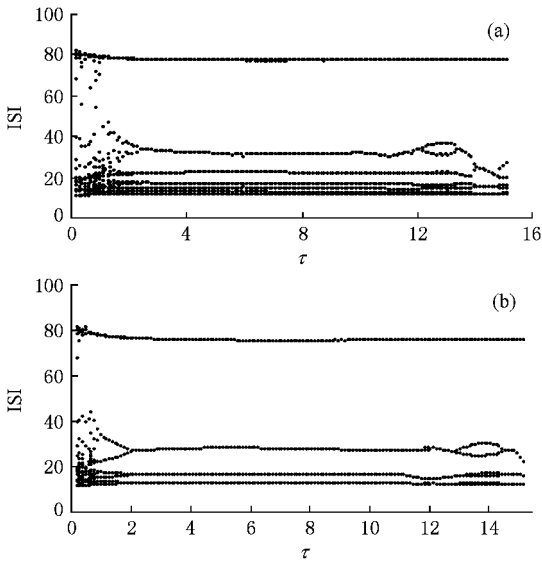


图 2 ISI 随时间延迟变化的分岔图 (a) $\epsilon = 0.02$ (b) $\epsilon = 0.03$

隔上看出膜电位变化是以簇放电模式作为神经放电循环的,每个簇放电周期内含有四个相继放电的峰.以下将每个放电周期内含有 m 个簇放电,其中每个簇放电含有 n 个峰的周期放电模式简称为 n 峰- m 周期模式,周期用 $T_n(m)$ 表示,

$$T_n(m) = \sum_{j=1}^m (\tau_{j-1} + \tau_{j-2} + \dots + \tau_{j-n}), \quad (3)$$

τ_{j-i} 为第 j 簇内第 i 个放电峰与第 $i+1$ 个放电峰之间的时间间隔.图 3(a) 为 $\epsilon = 0.02$, 时间延迟 $\tau = 14.3$ 时的神经元的膜电位随时间变化的峰峰间隔图,每个周期内只有 1 簇 4 个峰爆发放电,放电峰与峰之间的时间间隔依次是 $\tau_{1-1} = 11.8$, $\tau_{1-2} = 15.4$, $\tau_{1-3} = 23.9$, $\tau_{1-4} = 77.4$, 把这 4 个峰峰的时间间隔相加得到 $T_4(1) = 128.5$, 可见时间延迟 τ 的值与控制后的周期值 $T_4(1)$ 相差甚远,所以和以前的延迟反馈法是不一样的,不必预先设定时间延迟 τ 和所控周期轨道的周期相同,而且事先也不能预测控制会得到峰峰间隔周期是多少.选不同的时间延迟,控制过程会自动地将混沌簇放电模式引导到事先无法预期的包含某一信息的周期放电模式.在 $\tau \in [2.6, 12.1]$, $\tau \in [13.4, 14.0]$ 及 $\tau \in [14.8, 15.1]$ 时,该 H-R 神经元被控制成 4 峰-倍周期模式放电(即 4 峰为 1 簇,每 2 簇为一个放电周期).图 3(b) 为 $\epsilon = 0.02$, 时间延迟 $\tau = 6.2$ 时神经元的膜电位的时间历程图,

从图中可以看出它是 4 峰为一簇的倍周期模式,峰与峰的时间间隔是 $\tau_{1-1} = 11.83$, $\tau_{1-2} = 14.88$, $\tau_{1-3} = 22.38$, $\tau_{1-4} = 77$, $\tau_{2-1} = 12.8$, $\tau_{2-2} = 16.85$, $\tau_{2-3} = 31.38$, $\tau_{2-4} = 77.12$.把这 2 簇共 8 个峰峰间隔相加得到周期 $T_4(2) = 264.24$.在 $\tau \in [12.2, 13.3]$ 时,神经元的动力学特性由混沌被控制成 4 峰-4 周期模式,图 3(c) 为 $\epsilon = 0.02$, $\tau = 12.3$ 时神经元的膜电位的峰峰间隔图.

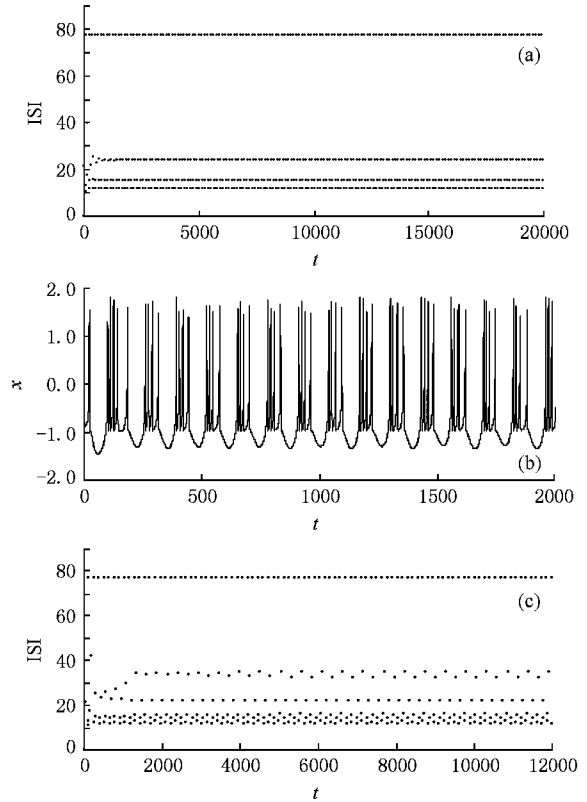


图 3 神经元的膜电位的时间历程图及峰峰间隔图 (a) $\epsilon = 0.02$, $\tau = 14.3$ 峰峰间隔图 (b) $\epsilon = 0.02$, $\tau = 6.2$ 时的神经元的膜电位的时间历程图; (c) $\epsilon = 0.02$, $\tau = 12.3$ 峰峰间隔图

对照神经元膜电位的 ISI 随时间延迟变化的分岔图 2(a)(b), 本文将增益因子取 $\epsilon = 0.02, 0.03$ 两个值时, 时间延迟 τ 对单个 H-R 神经元混沌动力学特性的影响情况列在表 1. 由图 2 及表 1 数值结果可发现, 对于增益因子取 $\epsilon = 0.02, 0.03$, 存在一些比较宽的时间延迟范围, 当膜电位的输出信号与延迟信号一起被线性反馈施加到方程中去, 能将 H-R 神经元的混沌簇放电行为控制到以 4 峰为 1 簇的周期、倍周期或 4 周期模式.

表 1 $\epsilon = 0.02, 0.03$ 时 时间延迟量与周期模式对应表

	4 峰-周期	4 峰-倍周期	4 峰-4 周期
$\epsilon = 0.02$	$\tau \in [14.1, 14.7]$	$\tau \in [2.6, 12.1] \cup [13.4, 14.0] \cup [14.8, 15.1]$	$\tau \in [12.2, 13.3]$
$\epsilon = 0.03$	$\tau \in [2.0, 11.8] \cup [12.1, 12.9] \cup [14.6, 15.2]$	$\tau \in [1.0, 1.9] \cup [11.9, 12.0] \cup [13.0, 14.5]$	

接下来讨论当信号反馈的时间延迟 τ 取定值时, 增益因子 ϵ 的变化对 H-R 神经元的混沌簇放电动力学特性的影响. 这里分别取 τ 为 7.2, 8.2 两个值, 增益因子在区间 $\epsilon \in [0.0, 0.2]$ 取值, 数值模拟分析比较神经元的混沌状态是否能被控制成周期性状态.

图 4(a)(b) 分别是 $\tau = 7.2, 8.2$ 时单个神经元的膜电位的峰峰间隔随时间延迟变化的分岔图, 从这两个图中可以看到, 随着增益因子的增加, H-R 神经元是以一个逆-倍周期分岔形式通往混沌的. 也就是说, 当 ϵ 很小时, $\tau = 7.2, 8.2, 9.2$ 都不能将混沌簇放电行为控制到周期模式. 随着增益因子的逐渐增加, 时间延迟信号对神经元的作用增强, 能将其控制到周期模式上, 分岔图中有 4 峰-周期模式、3 峰-周期模式窗口.

从图 4(a) 及数值计算结果发现 $\tau = 7.2$ 时, 随着增益的提高, 混沌动力学特性被控制成从混沌到 4 峰的多倍周期向 4 峰-周期模式逐渐变化, 最后从 4 峰-倍周期转变为 4 峰-周期模式. 在增益因子属于区间 $\epsilon \in [0.027, 0.038]$, H-R 神经元被控制成 4 峰-周期模式, 仍然是 $\tau = 7.2$. 随着增益的增强, 混沌的动力学行为从 3 峰的多倍周期向 3 峰周期模式逐渐变化, 最后由 3 峰-倍周期转变为 3 峰-周期模式, 出现 3 峰-周期模式窗口 $\epsilon \in [0.067, 0.073]$; 当 ϵ

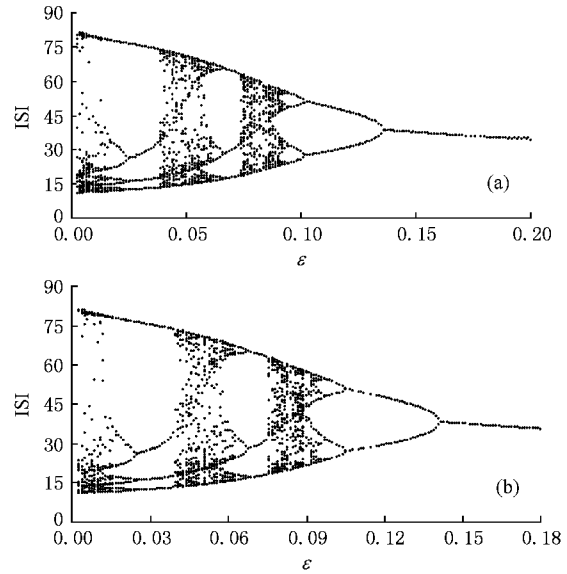


图 4 神经元的膜电位的峰峰间隔随时间延迟变化的分岔图 (a) $\tau = 7.2$ (b) $\tau = 8.2$

$\epsilon \in [0.102, 0.136]$ 混沌 H-R 神经元动力学特性被控制成 2 峰周期模式; 当 $\epsilon \in [0.137, 0.2]$, H-R 神经元被控制成单峰-周期模式.

$\tau = 7.2$, 图 5(a)(b)(c)(d) 分别为 $\epsilon = 0.03, 0.07, 0.11, 0.14$ 时的神经元的膜电位的时间历程图. 图 6(a)(b)(c)(d) 分别为 $\epsilon = 0.03, 0.07,$

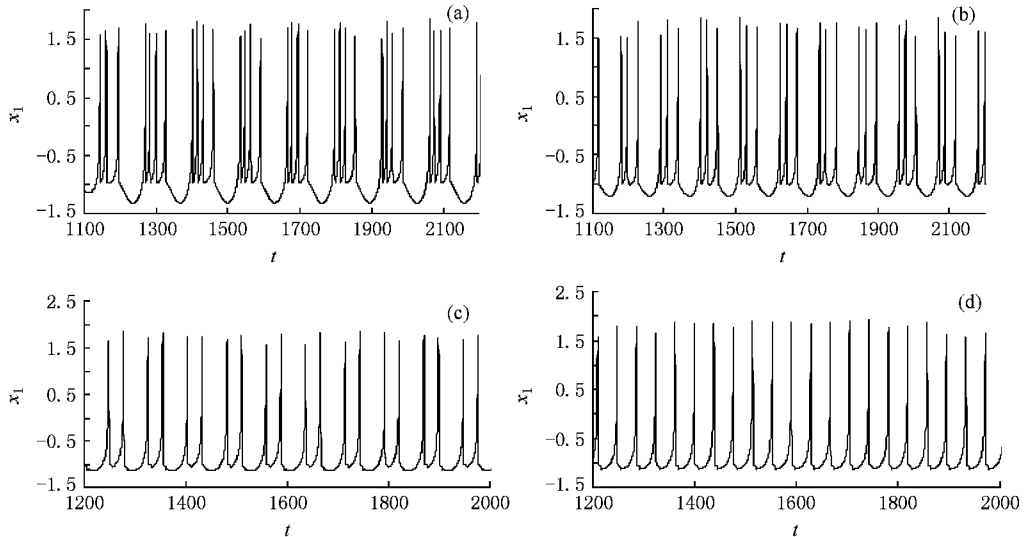


图 5 $\tau = 7.2$ 神经元的膜电位的时间历程图 (a) $\epsilon = 0.03$; (b) $\epsilon = 0.07$; (c) $\epsilon = 0.11$; (d) $\epsilon = 0.14$

0.11 ρ .14 时的神经元的膜电位的峰峰间隔图.

下面对 $\tau = 7.2, 8.2$ 时, 神经元的混沌动力学模

式控制为周期模式的对应的增益因子的取值范围列在表 2.

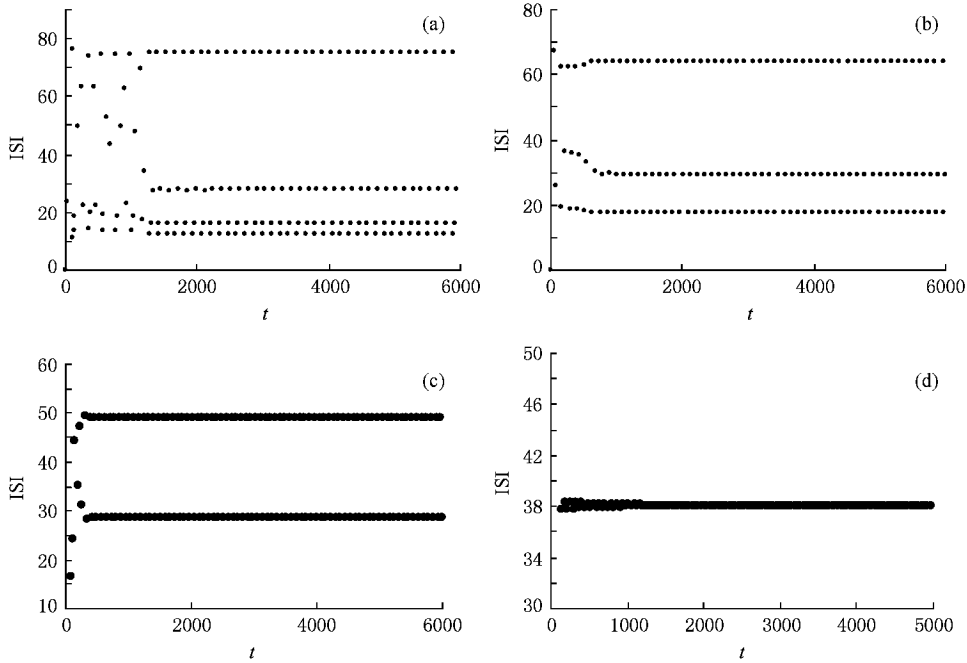


图 6 $\tau = 7.2$, 神经元的膜电位的峰峰间隔图 (a) $\epsilon = 0.03$; (b) $\epsilon = 0.07$ (c) $\epsilon = 0.11$ (d) $\epsilon = 0.14$

表 2 $\tau = 7.2, 8.2$ 时 ϵ 与周期模式对应表

	4 峰-周期	3 峰-周期	2 峰-周期	单峰-周期
$\tau = 7.2$	$\epsilon \in [0.027, 0.038]$	$\epsilon \in [0.067, 0.073]$	$\epsilon \in [0.102, 0.136]$	$\epsilon \in [0.137, 0.200]$
$\tau = 8.2$	$[0.030, 0.039]$	$\epsilon \in [0.069, 0.075]$	$\epsilon \in [0.108, 0.142]$	$\epsilon \in [0.141, 0.200]$

从图 4 的分岔图、表 2 及数值模拟结果, 发现 $\tau = 7.2, 8.2$ 时, 增益因子在区间 $[0.0, 0.2]$ 内取值, 随着增益因子增加, 单个神经元的混沌模式会被控制到 4 峰-多倍周期、4 峰-周期模式; 3 峰-多倍周期、3 峰-周期模式; 2 峰-多倍周期、2 峰-周期模式; 单峰-周期模式.

4. 结 论

本文利用线性时间延迟自反馈法对单个 H-R 神经元模型混沌动力学特性进行控制, 发现时间延迟可使混沌 H-R 神经元动力学模式转变为时间间隔意义上的周期模式. 通过大量的数值模拟计算, 讨论增益因子及时间延迟对混沌控制影响程度和效果, 给出神经元的膜电位变量随增益因子和时间延迟两个参数变化的分岔图. 发现在增益因子值和时间延迟两个参数组合的一些范围内, 本来是混沌动力学模式的 H-R 神经元运动可被控制成单峰、2 峰、

3 峰及 4 峰的周期或多倍周期模式. 对某一相同的时间延迟, 增益因子对混沌神经元的控制效果如下: 随着增益因子 ϵ 的增大, 混沌动力学模式是以一个逆-倍周期分岔的形式被控制到 4 峰周期模式, 逐渐转为 3 峰, 再变为 2 峰、单峰周期模式. 本文延迟时间的选取不必像其他混沌系统所要求的那样, 和嵌入在混沌吸引子内的某不稳周期轨道的周期相同. 给定一个时间延迟值, 控制过程自适应地将混沌放电行为控制到放电峰峰间隔的某一周期模式上. 这些周期模式可能代表不同的信息, 而且每个周期模式都对应着时间延迟的一个较宽范围, 神经可针对不同延迟传递过来的信号, 自动引导到对应的周期轨道上, 这样就能灵活快捷实现混沌控制过程, 以达到信息传递与识别的目的, 也许这是神经模型与其他混沌动力学系统的主要区别.

我们也做了两个 H-R 神经元通过线性-延迟互相耦合反馈连接以及两个 H-R 神经元的单向线性-延迟耦合反馈连接形式下的动力学特性分析, 这将

在另外一篇文章里详细介绍.

- [1] Yu H J , Peng J H 2006 *Chaos Solitons & Fractals* **29** 342
- [2] Wang W , Perez G , Cerdeira H A 1993 *Phys. Rev. E* **47** 2893
- [3] Shuai J W , Durand D M 1999 *Phys. Lett. A* **264** 289
- [4] Rosa M La , Rabinovich M I 2000 *Phys. Lett. A* **266** 88
- [5] Pyragas K 1992 *Phys. Lett. A* **170** 421
- [6] Dhamala M , Jirsa VK , Ding M 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 074101
- [7] Yu H J , Peng J H 2005 *Acta Biophys. Sin.* **21** 295 (in Chinese)
[于洪洁、彭建华 2005 生物物理学报 **21** 295]
- [8] Yu H J , Lin C 2006 *Acta Biophys. Sin.* **22** 383 (in Chinese) [于洪洁、林 晨 2006 生物物理学报 **22** 383]
- [9] Wu Y , Xu J X , He DH , Jin WY 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3457 (in Chinese) [吴 、徐建学、何岱海、靳伍银 2005 物理学报 **54** 3457]
- [10] Wang H X , He C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2409 (in Chinese) [王宏霞、何 晨 2003 物理学报 **52** 2409]

Chaotic control of Hindmarsh-Rose neuron by delayed self-feedback *

Yu Hong-Jie Tong Wei-Jun

(Department of Engineering Mechanics , Shanghai JiaoTong University , Shanghai 200240 , China)

(Received 20 June 2008 ; revised manuscript received 28 August 2008)

Abstract

The control problems of chaotic dynamical patterns of single Hindmarsh-Rose neuron model are studied by using delayed feedback self-control method. Taking gain factor and time delay as controlling parameters respectively , in some ranges of the combination of gain factor and time-delay , we find that the chaotic burst pattern of inter-spike interval sequences of H-R neuron can be controlled to a single-spike period , double-spikes period , 3-or 4-spikes period pattern or multi-period of these patterns for inter-spike interval as the results of numerical simulation analysis. Choice of delay is in-dependent and doesn't rely on the period of unstable periodic orbits embedded within chaotic attractor. The chaotic burst orbit will be controlled to a certain type of periodic patterns of inter-spike interval automatically.

Keywords : H-R neuron , delayed feedback control , chaotic fire pattern , inter-spike interval period

PACC : 0545 , 8730