第 58 卷 第 5 期 2009 年 5 月
1000-3290/2009/58(05)/2983-06
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.58, No.5, May, 2009
©2009 Chin. Phys. Soc.

随机脉冲微分方程的 p 阶矩稳定性和参激白噪声作用下 Lorenz 系统的脉冲同步*

牛玉俊[1)†] 徐 伟[1)] 戎海武[2)] 王 亮[1)] 冯进钤[1)]
1)(西北工业大学理学院,西安 710072)
2)(佛山科学技术学院理学院,佛山 528000)
(2008 年 9 月 9 日收到;2008 年 10 月 24 日收到修改稿)

考察了随机脉冲微分系统的 p 阶矩稳定性问题,在更符合脉冲系统一般假设的情况下,建立了条件更弱的随机脉冲微分系统 p 阶矩稳定性判定定理.并应用该判定定理,考察了参激白噪声作用下 Lorenz 系统的脉冲同步问题,证明了同步误差系统的 p 阶矩稳定性,从而说明在 p 阶矩的意义下,两个系统是可以用脉冲方法实现同步的.数值模拟验证了随机 Lorenz 系统脉冲同步的可行性.

关键词:随机脉冲微分方程, p 阶矩稳定性, 脉冲, 同步
PACC:0547, 0545

1. 引 言

近年来,脉冲系统的研究方法引起了众多学者的注意[1—10],成为当前的研究热点之一. Bainov 等[1]在脉冲系统的研究中作出了开创性的工作,提出了脉冲微分方程的基本概念和一些基本的研究方法. Yang 等[2—5]着重研究了利用脉冲来控制混沌以及实现脉冲同步,通过脉冲系统的稳定性比较定理来判断系统的稳定性,从而为脉冲控制及同步奠定了理论基础,大大推动了脉冲微分方程的发展. 罗润梓[6]研究了一类新混沌系统的脉冲同步与控制. 但是,据作者所知,大多数研究集中于确定性脉冲系统,而对于随机脉冲系统的研究,尚处于一个起始阶段. 我们知道,随机现象存在于现实生活的每一个物体,每一个事件中,所以加强对随机脉冲微分系统的研究显得很有必要.

对于随机脉冲微分系统,Yang 等[7]研究了一类时滞随机脉冲微分系统的 p 阶矩稳定性问题,提出了判断时滞随机脉冲微分系统 p 阶矩稳定性的判别准则. Wu 等[10]研究了一类具有跳跃的随机微分系统的 p 阶矩稳定性问题,并给出相应的判别定理. 本文将在以上文献的基础上,考察了随机脉冲微分系统的稳定性问题,在更符合脉冲系统一般假设及较弱的定理条件下,尝试建立随机脉冲微分系统 p 阶矩稳定性的判别定理,并用该判别定理判断随机 Lorenz 系统的同步误差系统的 p 阶矩稳定性,从而判断是否能实现脉冲同步,并通过数值模拟验证该方法的可行性.

2. 基础知识和重要引理

首先介绍一些符号的含义, R^n 表示 n 维欧氏空间, $\|\cdot\|$ 表示 R^n 中的欧几里德模. $R^{n\times m}$ 表示 n 行 m 列的矩阵, $R_+ = \{x: x\in R, x\geqslant 0\}$, $R_{t_0} = \{t: t\in R_+, t\geqslant t_0\}$, $C^{1,2}(R_{t_0}\times R^n, R_+)$ 表示对第一个变量一阶连续可导,对第二个变量二阶连续可导的非负函数族.

考察如下参激白噪声作用下的脉冲微分系统:

* 国家自然科学基金(批准号 10772046)资助的课题.
† E-mail: nyjyrff@yeah.net

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{d}X(t) = f(t,X(t))\mathrm{d}t + g(t,X(t))\mathrm{d}w(t), && t \neq \tau_i, \\
&\Delta X|_{t=\tau_i} = U(i,X) = X(\tau_i^+) - X(\tau_i^-), && t = \tau_i, \\
&X(t_0^+) = X_0, && i = 0,1,2,\cdots,
\end{aligned} \tag{1}
$$

其中，$f(\cdot,\cdot)\in C[R_{t_0}\times R^n,R^n]$，$g(\cdot,\cdot)\in C[R_{t_0}\times R^n,R^{n\times m}]$，$w(t)$是 m 维标准 Wiener 过程，记 $\Gamma=\{\tau_i: i=1,2,\cdots,t_0=\tau_0<\tau_1<\tau_2<\cdots<\tau_i<\tau_{i+1}<\cdots\}$，$\lim\limits_{i\to\infty}\tau_i=+\infty$，其中的 τ_i 表示脉冲发生时刻. 且假设 $f(t,0)=0$，$g(t,0)=0$，$U(t,0)=0$，则系统(1)有平凡解. 在本文中，总假设存在唯一的随机过程 $X(t)$满足系统(1)，且 $X(t)$左连续，即 $X(\tau_i^-)=\lim\limits_{t\to\tau_i-0}X(t)=X(\tau_i)$，且每一点处右侧极限存在，即

$$X(\tau_i^+) = \lim_{t\to\tau_i+0}X(t).$$

定义 1 设 $p>0$，则系统(1)的平凡解称为是 p 阶矩稳定的，如果对任意 $\varepsilon>0$，存在 $\delta>0$，使得当 $\|X_0\|^p<\delta$ 时，有 $E(\|X(t)\|^p)<\varepsilon$，$t>t_0$.

定义 2 对于任意 $V(t,X)\in C^{1,2}(R_{t_0}\times R^n,R_+)$，定义算子 $L: R_{t_0}\times R^n\to R$ 如下：

$$
\begin{aligned}
LV(t,X) &= V_t(t,X) + V_X(t,X)f(t,X) \\
&\quad + \frac{1}{2}\mathrm{trace}(g^{\mathrm{T}}(t,X)V_{XX}g(t,X)),
\end{aligned}
$$

其中

$$V_t(t,X) = \frac{\partial V(t,X)}{\partial t},$$

$$V_{XX}(t,X) = \left(\frac{\partial^2 V(t,X)}{\partial x_i\partial x_j}\right)_{n\times n},$$

$$V_X(t,X) = \left(\frac{\partial V(t,X)}{\partial x_1},\frac{\partial V(t,X)}{\partial x_2},\cdots,\frac{\partial V(t,X)}{\partial x_n}\right).$$

定义 3 称随机微分系统

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{d}Y(t) = f(t,Y)\mathrm{d}t + g(t,Y)\mathrm{d}w(t), \\
&Y(t_0) = Y_0
\end{aligned} \tag{2}
$$

为系统(1)的伴随系统. 其中 $t>t_0$，f，g 与系统(1)的相同.

引理 1 对于系统(2)，如果存在 $V(t,Y)\in C^{1,2}(R_{t_0}\times R^n,R_+)$使得

1)存在 $0<c_1<c_2$，使得 $c_1\|Y\|^p\leqslant V(t,Y)\leqslant c_2\|Y\|^p$.

2)存在 $\mu>0$，$\lambda: R_{t_0}\to R$，使得当 $E(\|Y(t)\|^p)<\mu$ 及 $t>t_0$ 时有

$$E(L(V(t,Y)))\leqslant\lambda(t)E(V(t,Y)).$$

记 $\lambda^+(t)=\max\{\lambda(t),0\}$，则对任意给定的 $T\in R_{t_0}$，

$$\delta < \frac{c_1}{c_2}\mu\exp\left(-\int_{t_0}^{t}\lambda^+(s)\mathrm{d}s\right),$$

当 $\|Y_0\|^p<\delta$ 时有

$$
\begin{aligned}
E(V(t,Y)) &< E(V(t_0,Y_0))\exp\left(\int_{t_0}^{t}\lambda(s)\mathrm{d}s\right) \\
&= V(t_0,Y_0)\exp\left(\int_{t_0}^{t}\lambda(s)\mathrm{d}s\right),
\end{aligned}
$$

其中 $t\in[t_0,T]$.

该引理的证明参看文献[10]中引理 1 的证明.

注 由条件 $Y_{t_0}^+=Y_0$，知引理 1 对任意 $t\in(t_0,T]$也成立.

3. 随机脉冲微分系统的 p 阶矩稳定性

下面考察随机脉冲微分系统(1)的 p 阶矩稳定性，并建立在参激白噪声作用下脉冲微分方程 p 阶矩稳定性的判别定理.

定理 1 对随机脉冲微分系统(1)，若存在 $V(t,X)\in C^{1,2}(R_{t_0}\times R^n,R_+)$使得

1)存在 $0<c_1<c_2$，使得 $c_1\|X\|^p\leqslant V(t,X)\leqslant c_2\|X\|^p$.

2) 存在 $\mu_1>0$，$\lambda_1: R_{t_0}\to R$，$M>0$ 使得

$$\int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}}\lambda_1^+(s)\mathrm{d}s\leqslant M,\qquad i=0,1,2,\cdots$$

且当 $E(\|X(t)\|^p)\leqslant\mu_1$ 时有

$$E(L(V(t,X(t))))\leqslant\lambda_1(t)E(V(t,X(t))),\quad t\in R_{t_0}\setminus\Gamma.$$

3)存在 $\mu_2>0$，$\lambda_2: \Gamma\to R_+$，使得当 $E(\|X(\tau_i)\|^p)\leqslant\mu_2$ 时，有

$$E(V(\tau_i,X(\tau_i^+)))\leqslant\lambda_2(\tau_i)E(V(\tau_i,X(\tau_i))),\quad i=0,1,2,\cdots$$

其中

$$\hat{\lambda}^+(\tau_i) = \max\{\hat{\lambda}(\tau_i),0\},$$

$$\hat{\lambda}(\tau_i) = \ln(\lambda_2(\tau_i)) + \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}}\lambda_1^+(s)\mathrm{d}s.$$

对 $i=0,1,2,\cdots$

则系统(1)的平凡解是 p 阶矩稳定的.

证明　取 $\mu=\min\{\mu_1,\mu_2\}$，对任意 ε，设 $0<\varepsilon\leqslant\frac{c_1}{c_2}\mu$，容易看出 $\varepsilon\leqslant\mu$. 取

$$\delta=\frac{c_1}{c_2}\varepsilon\exp\left(-M-\sum_{i=0}^{+\infty}\hat{\lambda}^{+}(\tau_i)\right),$$

易见，δ 与 t_0 无关，且 $\delta\leqslant\frac{c_1}{c_2}\mu\exp(-M)$.

由 $\int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s\leqslant M$，知对任意的 $t\in[t_0,\tau_1]$，有 $\delta\leqslant\frac{c_1}{c_2}\mu\exp\left(-\int_{t_0}^{t}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s\right)$.

所以当 $\|X_0\|^p<\delta$ 时，由引理 1 知对任意 $t\in[t_0,\tau_1]$ 有

$$\begin{aligned}E(V(t,X(t)))&\leqslant V(t_0,X_0)\exp\left(\int_{t_0}^{t}\lambda_1(s)\mathrm{d}s\right)\\&\leqslant V(t_0,X_0)\exp\left(\int_{t_0}^{t}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s\right)\\&\leqslant V(t_0,X_0)\exp\left(\int_{t_0}^{\tau_1}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s\right).\end{aligned}\tag{3}$$

由 $c_1\|X\|^p\leqslant V(t,X)\leqslant c_2\|X\|^p$，知道

$$\begin{aligned}0\leqslant V(t_0,X_0)&\leqslant c_2\|X_0\|^p\leqslant c_2\delta\\&=c_2\cdot\frac{c_1}{c_2}\varepsilon\exp\left(-M-\sum_{i=0}^{+\infty}\hat{\lambda}^{+}(\tau_i)\right)\\&=c_1\varepsilon\exp\left(-M-\sum_{i=0}^{+\infty}\hat{\lambda}^{+}(\tau_i)\right),\end{aligned}\tag{4}$$

由 $0\leqslant\int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s\leqslant M$ 知

$$\exp\left(\int_{\tau_0}^{\tau_1}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s\right)\leqslant\exp(M).\tag{5}$$

将(4)式与(5)式相乘，结合(3)式得到

$$\begin{aligned}E(V(t,X(t)))&\leqslant c_1\varepsilon\exp\left(-\sum_{i=0}^{+\infty}\hat{\lambda}^{+}(\tau_i)\right)\\&\leqslant c_1\varepsilon\exp\left(-\sum_{i=1}^{+\infty}\hat{\lambda}^{+}(\tau_i)\right)\\&\leqslant c_1\varepsilon.\end{aligned}\tag{6}$$

由 $c_1\|X\|^p\leqslant V(t,X)$ 知 $c_1E(\|X\|^p)\leqslant E(V(t,X))\leqslant c_1\varepsilon$. 即对任意 $\varepsilon>0$，存在 δ，当 $\|X_0\|^p\leqslant\delta$ 时，$E(\|X(t)\|^p)\leqslant\varepsilon$. 即在 $t\in[t_0,\tau_1]$ 时，$X(t)$ 是 p 阶矩稳定的. 由条件 3)，以及(6)式，知道

$$\begin{aligned}E(V(\tau_1,X(\tau_1^{+})))&\leqslant\lambda_2(\tau_1)E(V(\tau_1,X(\tau_1)))\\&\leqslant\lambda_2(\tau_1)c_1\varepsilon\exp\left(-\sum_{i=1}^{+\infty}\hat{\lambda}^{+}(\tau_i)\right)\\&=c_1\varepsilon\exp\left(\ln(\lambda_2((\tau_1)))-\sum_{i=1}^{+\infty}\hat{\lambda}^{+}(\tau_i)\right)\\&=c_1\varepsilon\exp\left(\hat{\lambda}(\tau_1)-\int_{\tau_1}^{\tau_2}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s-\sum_{i=1}^{+\infty}\hat{\lambda}^{+}(\tau_i)\right)\\&\leqslant c_1\varepsilon\exp\left(\hat{\lambda}^{+}(\tau_1)-\int_{\tau_1}^{\tau_2}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s-\sum_{i=1}^{+\infty}\hat{\lambda}^{+}(\tau_i)\right)\\&=c_1\varepsilon\exp\left(-\int_{\tau_1}^{\tau_2}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s-\sum_{i=2}^{+\infty}\hat{\lambda}^{+}(\tau_i)\right),\end{aligned}\tag{7}$$

且由(7)式还可以得到

$$E(V(\tau_1,X(\tau_1^{+})))\leqslant c_1\varepsilon\exp\left(-\int_{\tau_1}^{\tau_2}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s\right).\tag{8}$$

则由 $c_1E(\|X(\tau_1^{+})\|^p)\leqslant E(V(\tau_1,X(\tau_1^{+})))$ 知

$$\begin{aligned}E(\|X(\tau_1^{+})\|^p)&\leqslant\varepsilon\exp\left(-\int_{\tau_1}^{\tau_2}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s\right)\\&<\frac{c_1}{c_2}\mu\exp\left(-\int_{\tau_1}^{\tau_2}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s\right),\end{aligned}$$

由引理 1，知对任意的 $t\in(\tau_1,\tau_2]$，有

$$\begin{aligned}E(V(t,X(t)))&\leqslant E(V(\tau_1,X(\tau_1^{+})))\exp\left(\int_{\tau_1}^{t}\lambda_1(s)\mathrm{d}s\right)\\&\leqslant E(V(\tau_1,X(\tau_1^{+})))\exp\left(\int_{\tau_1}^{t}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s\right)\\&\leqslant E(V(\tau_1,X(\tau_1^{+})))\exp\left(\int_{\tau_1}^{\tau_2}\lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s\right).\end{aligned}\tag{9}$$

结合(8)式可得

$$E(V(t,X(t)))\leqslant c_1\varepsilon\exp\left(-\sum_{i=2}^{+\infty}\hat{\lambda}^{+}(\tau_i)\right)\leqslant c_1\varepsilon.$$

同样由 $c_1\|X\|^p\leqslant V(t,X)\leqslant c_2\|X\|^p$ 知道，$c_1E(\|X(t)\|^p)\leqslant E(V(t,X(t)))\leqslant c_1\varepsilon$，即对任意 $t\in(\tau_1,\tau_2]$，有 $E(\|X(t)\|^p)\leqslant\varepsilon$，从而 $X(t)$ 在 $t\in(\tau_1,\tau_2]$ 是 P 阶矩稳定的.

重复以上步骤即可证明定理 1.

作为该定理的应用，下面考察参激白噪声作用下 Lorenz 系统的脉冲同步问题.

4. 参激白噪声作用下 Lorenz 系统的脉冲同步

参激白噪声作用下的 Lorenz 系统可以表示为

$$\dot{x}=-\sigma x+\sigma y+\beta x\frac{\mathrm{d}w_t}{\mathrm{d}t},$$

$$\dot{y}=rx-y-xz+\beta y\frac{\mathrm{d}w_t}{\mathrm{d}t},$$

$$\dot{z} = xy - bz + \beta z \frac{\mathrm{d}w_t}{\mathrm{d}t}, \tag{10}$$

其中的 σ, r, b, β 为非负参数，w_t 为标准 wiener 过程.当 $\sigma = 10.0, r = 28, b = \frac{8}{3}, \beta = 0.01$ 时，Lorenz 系统为混沌状态，画出此时的相图和时间历程图，如图 1 所示.

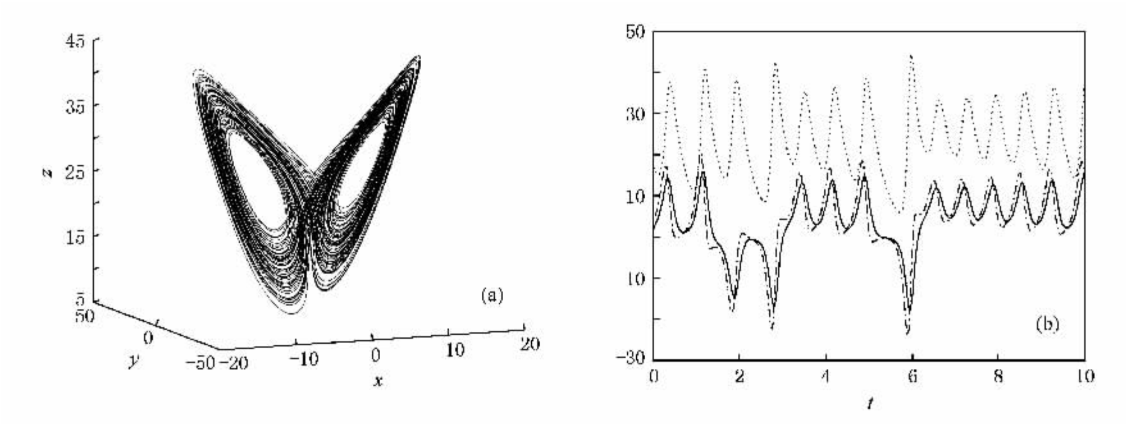

图 1 系统(10)的相图和时间历程图 (a)相图；(b)时间历程图(— 表示变量 x 的时间历程图；—·— 表示变量 y 的时间历程图；---- 表示变量 z 的时间历程图)

在脉冲同步中，驱动系统为(10)式，设响应系统变量为 $\bar{X} = (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})^{\mathrm{T}}$，则响应系统可表示为

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{x}} &= -\sigma\bar{x} + \sigma\bar{y} + \beta\bar{x}\frac{\mathrm{d}w_t}{\mathrm{d}t},\\
\dot{\bar{y}} &= r\bar{x} - \bar{y} - \bar{x}\bar{z} + \beta\bar{y}\frac{\mathrm{d}w_t}{\mathrm{d}t},\\
\dot{\bar{z}} &= \bar{x}\bar{y} - b\bar{z} + \beta\bar{z}\frac{\mathrm{d}w_t}{\mathrm{d}t}.
\end{aligned} \tag{11}$$

在离散时刻 $\tau_i, i = 1, 2, \cdots$，驱动系统的变量传递到响应系统，从而使响应系统的变量在这些时刻发生突变，在这种情况下，响应系统的脉冲微分方程可以表示为

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{x}} &= -\sigma\bar{x} + \sigma\bar{y} + \beta\bar{x}\frac{\mathrm{d}w_t}{\mathrm{d}t},\\
\dot{\bar{y}} &= r\bar{x} - \bar{y} - \bar{x}\bar{z} + \beta\bar{y}\frac{\mathrm{d}w_t}{\mathrm{d}t}, \qquad t \neq \tau_i,\\
\dot{\bar{z}} &= \bar{x}\bar{y} - b\bar{z} + \beta\bar{z}\frac{\mathrm{d}w_t}{\mathrm{d}t},\\
\Delta\bar{X}\,|_{t=\tau_i} &= \bar{X}^{+}_{\tau_i} - \bar{X}_{\tau_i} = -Be, \quad i = 1, 2, \cdots,
\end{aligned} \tag{12}$$

其中 B 为一个 3×3 矩阵.设 $e = (e_x, e_y, e_z)^{\mathrm{T}} = (x - \bar{x}, y - \bar{y}, z - \bar{z})^{\mathrm{T}}$ 为同步误差，则脉冲同步的误差系统可以表示为

$$\begin{aligned}
\dot{e}_x &= -\sigma e_x + \sigma e_y + \beta e_x\frac{\mathrm{d}w_t}{\mathrm{d}t},\\
\dot{e}_y &= r e_x - e_y - e_x e_z + \beta e_y\frac{\mathrm{d}w_t}{\mathrm{d}t}, \quad t \neq \tau_i\\
\dot{e}_z &= e_x e_y - b e_z + \beta e_z\frac{\mathrm{d}w_t}{\mathrm{d}t},\\
\Delta e\,|_{t=\tau_i} &= e^{+}_{\tau_i} - e_{\tau_i} = Be, \qquad i = 1, 2, \cdots.
\end{aligned} \tag{13}$$

下面利用定理 1 考察系统(13)的 p 阶矩稳定性问题.

取 $V(t, e) = e_x^2 + e_y^2 + e_z^2$，容易验证，定理 1 的 1)满足，且

$$\begin{aligned}
E(L(V(t,e))) &= E(-2\sigma e_x^2 + 2e_xe_y(\sigma + r)\\
&\quad - 2e_y^2 - 2be_z^2 + \beta^2(e_x^2 + e_y^2 + e_z^2))\\
&\leqslant E((r - \sigma + \beta^2)e_x^2\\
&\quad + (\sigma + r - 2 + \beta^2)e_y^2\\
&\quad + (\beta^2 - 2b)e_z^2).
\end{aligned}$$

取

$$\begin{aligned}
\lambda_1(t) = \max\{&|r - \sigma + \beta^2|,\\
&|\sigma + r - 2 + \beta^2|,\\
&|\beta^2 - 2b|\},
\end{aligned}$$

及 $M = \lambda_1(t)\delta$，有 $\int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \lambda_1^{+}(s)\mathrm{d}s \leqslant M$，对 $i = 0, 1, 2, \cdots$，从而

$$E(L(V(t,e))) \leqslant \lambda_1(t)E(V(t,e)), t \in R_{t_0} \setminus \Gamma,$$

$$\begin{aligned}
E(V(\tau_i, e^{+}_{\tau_i})) &= E(e^{\mathrm{T}}(I + B)^{\mathrm{T}}(I + B)e)\\
&\leqslant \lambda_2(t)E(V(t,e)), i = 0, 1, 2, \cdots
\end{aligned}$$

其中 I 为 3×3 单位矩阵，$\lambda_2(t)$ 为矩阵 $(I + B)^{\mathrm{T}}(I + B)$ 的最大特征值.所以定理 1 的条件 3)成立.由定理 1 知道，随机脉冲微分系统(13)是 p 阶矩稳定的.

为验证脉冲同步方法的可行性，取 $\sigma = 10.0, r = 28, b = \frac{8}{3}, \beta = 0.01, k = -1.75$，并取

$$B = B_1 = \begin{pmatrix} -1.75 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1 \end{pmatrix},$$

画出系统(13)的时间历程图,如图 2(a)所示,在上述参数取值下,再取

$$B = B_2 = \begin{pmatrix} -1.75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1 \end{pmatrix},$$

画出系统(13)的时间历程图,如图(2)(b)所示.其中—线表示 e_x 的时间历程图,—·—线表示 e_y 的时间历程图,----线表示 e_z 的时间历程图.从图中可以看出,在 p 阶矩的意义下,系统(11)和系统(12)是同步的.

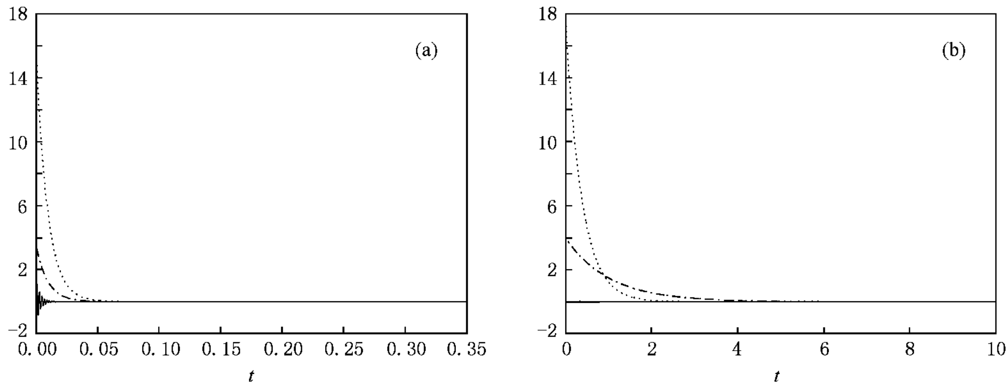

图 2　系统(13)的时间历程图　(a)中 $B = B_1$;(b)中 $B = B_2$

5. 结　　论

本文在较弱的条件下建立了判定随机脉冲系统 p 阶矩稳定性的判定定理,该定理比文献[7]更符合脉冲系统一般假设条件.作为应用,考察了两个 Lorenz 系统在 p 阶矩意义下的脉冲同步问题,证明了同步误差系统的 p 阶矩稳定性,从而说明在 p 阶矩的意义下,两个系统是可以同脉冲方法实现同步的.数值模拟结果显示了随机微分系统脉冲同步的可行性.

[1] Lakshmikantham V, Bainov D D, Simeonov P S 1989 *Theory of Impulsive Differential Equations* (Singapore: World Scientific)
[2] Yang T 2001 *Impulsive Control Theory* (Berlin: Springer)
[3] Yang T, Yang L B, Yang M C 1997 *Phys. Lett.* A **226** 349
[4] Yang T, Yang L B, Yang M C 1997 *Physica* D **110** 18
[5] Yang T, Yang L B, Yang M C 1997 *Phys. Lett.* A **232** 356
[6] Luo R Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5655 (in Chinese) [罗润梓 2007 物理学报 **56** 5655]
[7] Yang Z G, Xu D Y, Li X 2006 *Phys. Lett.* A **359** 129
[8] Zhang R, Xu Z Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5070 (in Chinese) [张荣、徐振源 2006 物理学报 **55** 5070]
[9] Li F, Hai W H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1309 (in Chinese) [李飞、海文华 2004 物理学报 **53** 1309]
[10] Wu S J, Han D, Meng X Z 2004 *Appl. Math. Comput.* **152** 505

p-moment stability of stochastic impulsive differential equations and impulsive synchronization of Lorenz system excited by parameter white-noise*

Niu Yu-Jun[1)†] Xu Wei[1)] Rong Hai-Wu[2)] Wang Liang[1)] Feng Jin- Qian[1)]

1)(*School of Science*, *Northwestern Polytechnical University*, *Xi 'an* 710072, *China*)

2)(*School of Science*, *Fushan University*, *Fushan* 528000, *China*)

(Received 9 September 2008; revised manuscript received 24 October 2008)

Abstract

In this paper, the p-moment stability of impulsive differential equations is considered. A theory about this problem under a weak condition and an assumption which is more familiar in impulsive system is proved. As an application, the impulsive synchronization of Lorenz system excited by white-noise is considered, the p-moment stability of error system is proved, so the synchronization can be realized using impulsive method under p-moment stability. Numerical simulation verify the feasibility of this synchronization method.

Keywords: stochastic impulsive differential equations, p-moment stability, impulsive, synchronization

PACC: 0547, 0545

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 10772046).

† E-mail: nyjyrff@yeah.net