

中性 D 介子混合和强作用相角差的唯象研究*

鲁公儒† 程晓东

(河南师范大学物理与信息工程学院, 新乡 453007)

(2008 年 9 月 2 日收到, 2008 年 9 月 12 日收到修改稿)

利用在 B 工厂中测量的混合参数 y' , y_{CP} 和 x 在 $D^0 \rightarrow K\pi$ 衰变模式里面讨论了混合参数对强作用相角差的约束. 在 $\psi(3770)$ 峰值上, 利用 CP 标记技巧, 讨论了在 BES-III 上强作用相角差的测量及可能达到的精度. 混合参数 y 的测量及可能达到的精度. 最后讨论了在 BES-III 上混合率 R_M 的测量及可能达到的精度.

关键词: 强作用相角差, 混合参数, BES-III

PACC: 1130E, 1320J, 1325

1. 引 言

在标准模型里, ΔC 等于 2 的振幅很小, 从而使中性 D 介子混合成为研究味改变中性流的理想场所, 而且, 味改变中性流与新物理相连. 近来, BABAR 和 Belle 实验测量的数据暗示中性 D 介子混合确实存在^[1,2]. 在 B 工厂的实验中, 衰变时间信息能够用来提取中性 D 介子混合参数. 在 $t=0$ 时刻, 振幅中仅有直接的双卡比玻压制模式 $D^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ 对应的项, 但是, 到了 $t>0$ 时刻, $D^0-\bar{D}^0$ 混合会对振幅有贡献. 中性 D 介子质量本征态质量和寿命的差包含在卡比玻双压制项和卡比玻允许项的干涉项里. 同时, 卡比玻允许衰变模式和卡比玻双压制衰变模式的强作用相角差也包含在干涉项里. 这个干涉项在时间依赖的衰变中测量 $D^0-\bar{D}^0$ 混合参数有重要意义.

在 CPT 不变的假设下, $D^0-\bar{D}^0$ 系统的质量本征态是

$$|D_1\rangle = p|D^0\rangle + q|\bar{D}^0\rangle, \quad (1)$$

$$|\bar{D}_1\rangle = p|D^0\rangle - q|\bar{D}^0\rangle, \quad (2)$$

它们的质量本征态是 $\mu_1 = m_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1$ 和 $\mu_2 = m_2 -$

$\frac{i}{2}\Gamma_2$. 这里, m_1 和 Γ_1 (m_2 和 Γ_2) 是 D_1 (D_2) 的质量与宽度. 在探测 $D^0-\bar{D}^0$ 混合的方法中, 为了把双压制模式从混合信号中分离出来, 必须研究时间相关

的衰变率. 粒子态 $|D_{\text{phys}}^0(t)\rangle$ 和 $|\bar{D}_{\text{phys}}^0(t)\rangle$ 的正常演化如下面式子表示:

$$|D_{\text{phys}}^0(t)\rangle = g_+(t)|D^0\rangle - \frac{q}{p}g_-(t)|\bar{D}^0\rangle, \quad (3)$$

$$|\bar{D}_{\text{phys}}^0(t)\rangle = g_+(t)|\bar{D}^0\rangle - \frac{p}{q}g_-(t)|D^0\rangle, \quad (4)$$

这里

$$g_{\pm}(t) = \frac{1}{2}(e^{-im_2t - \Gamma_2 t/2} \pm e^{-im_1t - \Gamma_1 t/2}). \quad (5)$$

我们定义

$$m \equiv \frac{m_1 + m_2}{2}, \quad \Delta m \equiv m_2 - m_1, \quad (6)$$

$$\Gamma \equiv \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2}, \quad \Delta\Gamma \equiv \Gamma_2 - \Gamma_1. \quad (7)$$

这里要说明的是, Δm 和 $\Delta\Gamma$ 是由实验决定的. 实际上, 混合参数的定义为

$$x \equiv \frac{\Delta m}{\Gamma}, \quad y \equiv \frac{\Delta\Gamma}{2\Gamma}, \quad (8)$$

$D_{\text{phys}}^0(t) \rightarrow K^+ \pi^-$ 和 $\bar{D}_{\text{phys}}^0(t) \rightarrow K^- \pi^+$ 的时间依赖的衰变振幅用下式描述:

$$\begin{aligned} & |K^+ \pi^-| \mathcal{H} |D_{\text{phys}}^0(t)\rangle \\ &= g_+(t)A_{K^+ \pi^-} - \frac{q}{p}g_-(t)\bar{A}_{K^+ \pi^-} \\ &= \frac{q}{p}\bar{A}_{K^+ \pi^-}[\lambda g_+(t) - g_-(t)], \quad (9) \\ & |K^- \pi^+| \mathcal{H} |\bar{D}_{\text{phys}}^0(t)\rangle \\ &= g_+(t)\bar{A}_{K^- \pi^+} - \frac{p}{q}g_-(t)A_{K^- \pi^+} \end{aligned}$$

* 国家自然科学基金(批准号: 10575029)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20060476002)资助的课题.

† E-mail: lugongru@sina.com

$$= \frac{p}{q} A_{K^-\pi^+} [\bar{\lambda} g_+(t) - g_-(t)], \quad (10)$$

这里

$$A_{K^+\pi^-} = K^+ \pi^- | \mathcal{H} | D^0, \quad \bar{A}_{K^+\pi^-} = K^+ \pi^- | \mathcal{H} | \bar{D}^0, \\ A_{K^-\pi^+} = K^- \pi^+ | \mathcal{H} | D^0, \quad \bar{A}_{K^-\pi^+} = K^- \pi^+ | \mathcal{H} | \bar{D}^0.$$

同时, λ 和 $\bar{\lambda}$ 的定义为

$$\lambda \equiv \frac{p}{q} \frac{A_{K^+\pi^-}}{A_{K^-\pi^+}}, \quad (11)$$

$$\bar{\lambda} \equiv \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_{K^-\pi^+}}{A_{K^-\pi^+}}. \quad (12)$$

利用方程 (9) 和 (10) 我们能够推出时间依赖的衰变率的一般表达式^[3,4]为

$$\frac{d\Gamma(D_{\text{phys}}^0(t) \rightarrow K^+ \pi^-)}{dtN} \\ = |\bar{A}_{K^+\pi^-}|^2 \left| \frac{q}{p} \right|^2 \\ \times e^{-\Gamma|t|} [(|\bar{\lambda}|^2 + 1) \cosh(y\Gamma t) \\ + (|\bar{\lambda}|^2 - 1) \cos(x\Gamma t) \\ + 2\text{Re}(\lambda) \sinh(y\Gamma t) \\ + \text{Im}(\lambda) \sin(x\Gamma t)], \quad (13)$$

$$\frac{d\Gamma(\bar{D}_{\text{phys}}^0(t) \rightarrow K^- \pi^+)}{dtN} \\ = |A_{K^-\pi^+}|^2 \left| \frac{p}{q} \right|^2 \\ \times e^{-\Gamma|t|} [(|\bar{\lambda}|^2 + 1) \cosh(y\Gamma t) \\ + (|\bar{\lambda}|^2 - 1) \cos(x\Gamma t) \\ + 2\text{Re}(\bar{\lambda}) \sinh(y\Gamma t) \\ + 2\text{Im}(\bar{\lambda}) \sin(x\Gamma t)], \quad (14)$$

这里, N 是归一化因子, 为了简化上面的公式, 我们定义下面的一些量:

$$\frac{q}{p} \equiv (1 + A_M) e^{-i\beta}, \quad (15)$$

这里, β 是混合中的弱相角, A_M 实值参数, $A_M \neq 0$ 暗示着在混合中有 CP 破坏现象, 对于 $f = K^- \pi^+$ 末态, 我们定义为

$$\frac{A_{K^+\pi^-}}{A_{K^-\pi^+}} \equiv -\sqrt{r'} e^{-i\alpha'}; \quad (16) \\ \frac{\bar{A}_{K^-\pi^+}}{A_{K^-\pi^+}} \equiv -\sqrt{r} e^{-i\alpha},$$

这里, r' 和 α' (r 和 α) 是卡比玻双压制衰变率和卡比玻允许衰变率的比值及相对相角. 用这些算符, λ 和 $\bar{\lambda}$ 可以表示为

$$\lambda = -\sqrt{r'} \frac{1}{1 + A_M} e^{-i(\alpha' - \beta)}, \quad (17)$$

$$\bar{\lambda} = -\sqrt{r} (1 + A_M) e^{-i(\alpha + \beta)}. \quad (18)$$

为了展示在衰变中的 CP 破坏, 我们定义 $\sqrt{r'} \equiv \sqrt{R_D} (1 + A_D)$ 和 $\sqrt{r} \equiv \sqrt{R_D} \frac{1}{1 + A_D}$, 于是, 上面的两个方程可写为

$$\lambda = -\sqrt{R_D} \frac{1 + A_D}{1 + A_M} e^{-i(\delta - \phi)}, \quad (19)$$

$$\bar{\lambda} = -\sqrt{R_D} \frac{1 + A_M}{1 + A_D} e^{-i(\delta + \phi)}, \quad (20)$$

这里, $\delta = \frac{\alpha + \alpha'}{2}$ 是双卡比玻压制模式与卡比玻允许模式相角差的平均值. 同时, $\phi = \frac{\alpha - \alpha'}{2} + \beta$.

我们能够用实数参数 A_M , A_D 和 ϕ 来描述混合振幅, 衰变振幅及混合振幅与衰变振幅之间的干涉项中的 CP 破坏^[5,6]. 在 CP 守恒的限制下, A_M , A_D 和 ϕ 都为零. $A_M = 0$ 意味着在混合中没有 CP 破坏, $A_D = 0$ 意味着在衰变中没有 CP 破坏, 在这种情况下, $r = r' = R_D = |A_{K^-\pi^+} / A_{K^+\pi^-}|^2 = |\bar{A}_{K^+\pi^-} / A_{K^-\pi^+}|^2$; $\phi = 0$ 意味着在衰变与混合的干涉中没有 CP 破坏.

2. 强作用相角差的计算

在实验上, 我们定义卡比玻允许模式为正确信号, 卡比玻双压制模式为错误信号. 这里我们定义 D^0 从错误信号到正确信号的衰变率如下:

$$R(t) = \frac{d\Gamma(D_{\text{phys}}^0(t) \rightarrow K^+ \pi^-)}{dtN \times e^{-\Gamma|t|} \times 2 |A_{K^+\pi^-}|^2}. \quad (21)$$

同样, 我们定义 \bar{D}^0 的从错误信号到正确信号的衰变率为

$$\bar{R}(t) = \frac{d\Gamma(\bar{D}_{\text{phys}}^0(t) \rightarrow K^- \pi^+)}{dtN \times e^{-\Gamma|t|} \times 2 |A_{K^-\pi^+}|^2}. \quad (22)$$

考虑到 $|\lambda|, |\bar{\lambda}| \ll 1$ 和 $x, y \ll 1$, 在表达式中保留到 x^2, y^2 和 R_D 项, 同时, 忽略混合, 衰变及干涉中的 CP 破坏, 我们可以得到

$$R(t) = \bar{R}(t) = R_D + \sqrt{R_D} y' \Gamma t \\ + \frac{x'^2 + y'^2}{4} (\Gamma t)^2, \quad (23)$$

这里

$$x' = x \cos \delta + y \sin \delta, \quad (24)$$

$$y' = -x \sin \delta + y \cos \delta. \quad (25)$$

在 $SU(3)$ 对称性的限制下, $A_{K^+\pi^-}$ 和 $\bar{A}_{K^-\pi^+}$ 可以通过 CKM 因子相联系. 即 $A_{K^+\pi^-} = (V_{cd} V_{us}^* / V_{cs} V_{ud}^*)$

$\bar{A}_{K^+\pi^-}^{-[7]}$, 尤其是 $A_{K^+\pi^-}$ 和 $A_{K^-\pi^-}$ 有相同的强作用相角, 即 $\alpha = \alpha' = 0$, 但是, 根据最近在 B 工厂的精确测量, $SU(3)$ 对称性是破缺的, 比值^[5]

$$R = \frac{BR(D^0 \rightarrow K^+ \pi^-)}{BR(D^0 \rightarrow K^+ \pi^-)} \left| \frac{V_{ud} V_{cs}^*}{V_{us} V_{cd}^*} \right|^2, \quad (26)$$

在 $SU(3)$ 对称下的值为 1.0, 但是该值的世界平均值是

$$R_{\text{exp}} = 1.21 \pm 0.03. \quad (27)$$

这个值是单独测量的^[4]. 因为 $SU(3)$ 在 $D \rightarrow K\pi$ 中的破缺程度大约为 20%, 在这种情况下, 强作用相角差应该是非零的. 最近, 用 BABAR 探测器收集的积分亮度为 384 fb^{-1} 的 $(4s)^{11}$ 事例, 在衰变道 $D \rightarrow K\pi$ 里做了时间依赖的分析. 在 CP 守恒的前提下, 他们得到下面的中性 D 介子混合的结果:

$$R_D = (3.03 \pm 0.16 \pm 0.10) \times 10^{-3}, \quad (28)$$

$$x'^2 = (-0.22 \pm 0.30 \pm 0.21) \times 10^{-3}, \quad (29)$$

$$y' = (9.7 \pm 4.4 \pm 3.1) \times 10^{-3}, \quad (30)$$

这个结果与假设没有混合的结果不一致, 有 3.9 倍标准偏差的信号显著性. 同时, 在通过衰变道 $D \rightarrow K\pi$ 对 y' 的测量中, BABAR 和 Belle 的测量结果在两倍标准偏差内是一致的. 他们的测量结果列在表 1 中.

表 1 Belle 和 BABAR 的测量结果

混合参数	BABAR/ 10^{-3}	Belle/ 10^{-3}	衰变道
x'^2	$-0.22 \pm 0.37^{[1]}$	$0.18_{-0.23}^{+0.21[8]}$	$K\pi$
y'	$9.7 \pm 5.4^{[1]}$	$0.6_{-3.9}^{+4.0[8]}$	$K\pi$
R_D	$3.03 \pm 0.19^{[1]}$	$3.64 \pm 0.17^{[8]}$	$K\pi$
y_{CP}	—	$13.1 \pm 4.1^{[2]}$	$K^+ K^- \pi^+ \pi^-$
x	—	$8.0 \pm 3.4^{[9]}$	$K_S \pi^+ \pi^-$
y	—	$3.3 \pm 2.8^{[9]}$	$K_S \pi^+ \pi^-$

(25) 式已经暗示了由于 $SU(3)$ 破坏, 强作用相角差是非零的, 因此, 要提取直接的混合算符, 必须知道强作用相角差. 在 B 工厂, 很难用模型无关的方法计算强作用相角差^[7,10]. 为了计算强作用相角差, 我们需要接近 $D\bar{D}$ 域值的数据来做 CP 标记^[7]. 我们可以用 B 工厂在不同的衰变模式中测量的实验数据来解出强作用相角差.

最近, Belle 合作组报道了 $y_{\text{CP}} = \frac{\tau(D^0 \rightarrow K^+ \pi^-)}{\tau(D^0 \rightarrow f_{\text{CP}})}$

$-1^{[2]}$ 这里 $f_{\text{CP}} = K^+ K^-$ 和 $\pi^+ \pi^-$.

$$y_{\text{CP}} = (13.1 \pm 3.2 \pm 2.5) \times 10^{-3}. \quad (31)$$

这个结果与零大约有 3.2 倍标准偏离. 在 CP 对称下, $y_{\text{CP}} = y^{[11,12]}$. 在衰变 $D^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$ 里, Belle 合作组作了达里兹分析^[9], 他们得到直接的混合参数 x 和 y 的值为

$$\begin{aligned} x &= (8.0 \pm 3.4) \times 10^{-3}, \\ y &= (3.3 \pm 2.8) \times 10^{-3}, \end{aligned} \quad (32)$$

这里的误差包括系统误差和统计误差. 由于达里兹图上的共振态参数是模型依赖的, 从而给结果带来很大的不确定性. 在这个分析中, 他们看到了 2.4 倍标准偏差的信号显著性. 我们将会用他们测量的 x 做下一步的讨论.

如果 y, y' 和 x 测量出来了, 那么我们就能够直接的计算在 $D^0 \rightarrow K\pi$ 中卡比玻双压制模式和卡比玻允许模式的强作用相角差, 把 $y = y_{\text{CP}}, y', x$ 的中心值作为输入的参数, 我们能求出 $\tan\delta$ 的值为

$$\tan\delta = 0.35 \pm 0.63 \text{ 或 } -7.14 \pm 29.13, \quad (33)$$

对应的角度为 $(19^\circ \pm 32^\circ)$ 和 $(-82^\circ \pm 30^\circ)$.

3. 在 BES-III 上混合参数 y 的测量

在 $\psi(3770)$ 峰值上, 为了提取混合参数, 我们必须利用遍举 $D^0 - \bar{D}^0$ 衰变模式. 在这些衰变模式中, 所有的末态都是指定的, 这就是双标记方法. 如果让 $D^0 - \bar{D}^0$ 对中一个 D 介子的末态指定, 另一个 D 介子末态不指定, 就是单标记方法^[13]. 用双标记技巧, 我们能够考虑 $C = 1$ 和 $C = -1$ 的 $D^0 - \bar{D}^0$ 对的量子关联. $C = 1$ 的 $D^0 - \bar{D}^0$ 对是由反应 $e^+ e^- \rightarrow D^0 \bar{D}^0 (n\pi^0)$ 产生出来的. $C = -1$ 的 $D^0 - \bar{D}^0$ 对是由反应 $e^+ e^- \rightarrow D^0 \bar{D}^0 (\chi, n\pi^0)$ 产生出来的^[14,15].

对于单标记情形, 在 CP 守恒的限制下, D^0 衰变到 CP 本征态的衰变率用下式描述^[13]:

$$\Gamma_{f_\eta} \equiv \Gamma(D^0 \rightarrow f_\eta) = 2A_{f_\eta}^2 [1 - \eta y], \quad (34)$$

这里 f_η 是 CP 本征态, 对应的本征值为 $\eta = \pm 1$. 同时 $A_{f_\eta} = |f_\eta| \mathcal{N} |D^0|$ 是实值的衰变振幅. 对于双标记情况, Gronau 等^[7]及 Xing^[18] 已经研究了时间积分的 $D^0 \bar{D}^0$ 关联衰变. $(D^0 \bar{D}^0)^{C=-1} \rightarrow (l^\pm X) f_\eta$ 的衰变率可以用下式描述^[7]:

$$\begin{aligned} \Gamma_{l, f_\eta} &\equiv \Gamma(l^\pm X f_\eta) \\ &= A_{f_\eta}^2 A_{l^\pm X}^2 (1 + y^2) \\ &\approx A_{f_\eta}^2 A_{l^\pm X}^2, \end{aligned} \quad (35)$$

这里 $A_{l^\pm X} = |l^\pm X| \mathcal{N} |D^0|$ 是半轻衰变的实值振

幅.同时,我们忽略了 y^2 项,因为 $y \ll 1$.

对于 $C = -1$ 的 $D^0-\bar{D}^0$ 初态, y 能够被表示为含有双标记衰变率和单标记衰变率^[13]

$$y = \frac{1}{4} \left(\frac{\Gamma_{l^+ f_+} \Gamma_{f_-}}{\Gamma_{l^+ f_-} \Gamma_{f_+}} - \frac{\Gamma_{l^+ f_-} \Gamma_{f_+}}{\Gamma_{l^+ f_+} \Gamma_{f_-}} \right). \quad (36)$$

由于 y 的值很小,它的误差大约为 $\frac{1}{\sqrt{N_{l^+ X}}}$,这里,

$N_{l^+ X}$ 是用 CP 奇数本征态和 CP 偶数本征态标记的 ($l^+ X$) 的总事例数. CP 标记的事例数 $N_{l^+ X}$ 与 $D^0-\bar{D}^0$ 对的总数 $N(D^0-\bar{D}^0)$ 有关,即

$$\begin{aligned} N_{l^+ X} &\approx N(D^0-\bar{D}^0) [BR(D^0 \rightarrow l^+ + X) \\ &\quad \times BR(D^0 \rightarrow f_{\pm}) \times \epsilon_{\text{tag}}] \\ &\approx 1.5 \times 10^{-3} N(D^0-\bar{D}^0), \end{aligned} \quad (37)$$

这里,我们取标记 CP 本征态的分支比效率因子 $BR(D^0 \rightarrow f_{\pm}) \times \epsilon_{\text{tag}}$ 的值为 1.1% (衰变到 CP 本征态的总分支比大于 5%^[41]).因此,我们得到

$$\Delta(y) = \frac{\pm 26}{\sqrt{N(D^0-\bar{D}^0)}} = \pm 0.003. \quad (38)$$

如果我们取 y 的值为 Belle 合作组测量的 y_{CP} 的值^[2],那么,在 BES-III 实验上^[19],在 $\psi(3770)$ 的峰值上有 20 fb^{-1} 的积分亮度下,我们可以测量到 y 的 4.3σ 的信号显著性.

4. 在 BES-III 上强作用相角差的测量

我们也能够在 $\psi(3770)$ 的峰值上利用 D 介子对的关联来提取强作用相角差^[7,43],因为 $\psi(3770)$ 的末态是反关联的,一旦一个 D 介子衰变到一个具有确定 CP 值的末态,则我们能够标记出另一个 D 介子衰变末态的 CP 值.一个 D 介子衰变到 $K^- \pi^+$,同时另一个 D 介子衰变到 CP 本征态 f_{η} 的过程能够被描述为^[7]

$$\begin{aligned} \Gamma_{K\pi f_{\eta}} &\equiv \Gamma[(K^- \pi^+ \chi f_{\eta})] \\ &\approx A^2 A_{f_{\eta}}^2 |1 + \eta \sqrt{R_D} e^{-i\delta}|^2 \\ &\approx A^2 A_{f_{\eta}}^2 (1 + 2\eta \sqrt{R_D} \cos\delta), \end{aligned} \quad (39)$$

这里, $A = |K^- \pi^+ \mathcal{H}| D^0|$ 和 $A_{f_{\eta}} = |f_{\eta} \mathcal{H}| D^0|$ 是实值的衰变振幅.在上式中,我们忽略了 y^2 项,为了更好的测量强作用相角差,我们定义^[7,40]

$$A \equiv \frac{\Gamma_{K\pi f_+} - \Gamma_{K\pi f_-}}{\Gamma_{K\pi f_+} + \Gamma_{K\pi f_-}}, \quad (40)$$

这里 $\Gamma_{K\pi f_{\pm}}$ 是 $\psi(3770) \rightarrow D^0 \bar{D}^0$ 衰变到味本征态 $K\pi$ 和 CP 本征态 f_{\pm} 的联合宽度,从而,我们得到 $A = 2\sqrt{R_D} \cos\delta$.因此,它的误差 ΔA 大约为 $\frac{1}{\sqrt{N_{K^- \pi^+}}}$, $N_{K^- \pi^+}$ 是用 CP 奇本征态和 CP 偶本征态标记的总事例数.于是,我们得到

$$\Delta \cos\delta \approx \frac{1}{2\sqrt{R_D} \sqrt{N_{K^- \pi^+}}}, \quad (41)$$

期望的用 CP 本征态标记的 $N_{K^- \pi^+}$ 事例数与 $D^0-\bar{D}^0$ 对的总数 $N(D^0-\bar{D}^0)$ 通过下面的式子相联系^[7]:

$$\begin{aligned} N_{K^- \pi^+} &\approx N(D^0-\bar{D}^0) [BR(D^0 \rightarrow K^- \pi^+) \\ &\quad \times BR(D^0 \rightarrow f_{\pm}) \times \epsilon_{\text{tag}}] \\ &\approx 4.2 \times 10^{-4} N(D^0-\bar{D}^0), \end{aligned} \quad (42)$$

这里,我们取分支比效率因子 $BR(D^0 \rightarrow f_{\pm}) \times \epsilon_{\text{tag}}$ 的值为 1.1%^[7],把测量值 $R_D = (3.03 \pm 0.19) \times 10^{-3}$ 和 $BR(D^0 \rightarrow K^- \pi^+) = 3.8\%$ 代入(42)式,我们得到^[7]

$$\Delta(\cos\delta) \approx \frac{\pm 444}{\sqrt{N(D^0-\bar{D}^0)}}, \quad (43)$$

在 BES-III 上,运行四年大约能收集到 72×10^6 对 $D^0-\bar{D}^0$ 事例.如果考虑 $K^- \pi^+$ 和 $K^+ \pi^-$ 末态,那么能够估计出 $\Delta(\cos\delta) = 0.04$,对应于 $\delta = 19^\circ$ 和 $\delta = -82^\circ$.期望的误差分别为 $\Delta(\delta) = \pm 8.7^\circ$ 和 $\pm 2.9^\circ$,如图 1 所示.

5. 在 BES-III 上测量混合率 R_M

把 Belle 合作组通过 $D^0 \rightarrow K_s \pi \pi$ 衰变道测量的混合参数 x 的值与 y_{CP} 的值联合起来,可以得到混合率 $R_M = (1.18 \pm 0.6) \times 10^{-4}$,在 $\psi(3770)$ 峰值上, $D^0-\bar{D}^0$ 对以量子纠缠态的状态产生^[16,47],这样就有一种新方法可以测量混合参数^[7].在 BES-III 上,混合率 R_M 可以用下列反应道进行测量^[16]:

$$\begin{aligned} \text{(i)} & e^+ e^- \rightarrow \psi(3770) \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \\ & \rightarrow (K^+ \pi^- \chi K^+ \pi^-), \\ \text{(ii)} & e^+ e^- \rightarrow \psi(3770) \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \\ & \rightarrow (K^- e^+ \nu \chi K^- e^+ \nu), \\ \text{(iii)} & e^+ e^- \rightarrow \psi(3770) \rightarrow D^- D^{*+} \\ & \rightarrow (K^+ \pi^- \pi^- \chi \pi_{\text{soft}}^+ [K^+ e^- \nu]). \end{aligned} \quad (44)$$

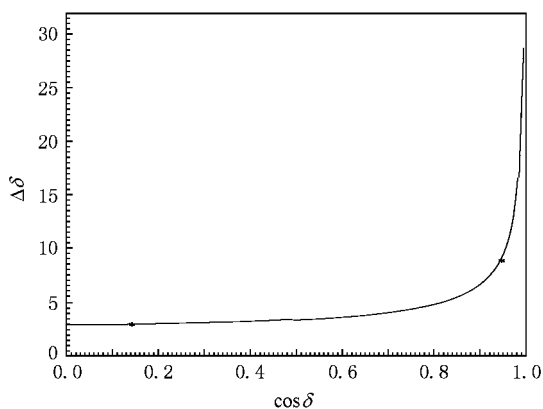


图1 在 BES-III 上 20 fb^{-1} 数据的强作用相角差的期望误差 ($\Delta\delta$) 随着强作用相角差的余弦值 $\cos\delta$ 的变化图 (图中两个 * 号分别对应 $\delta = 19^\circ$ 和 $\delta = -82^\circ$)

在 (44) 式中, 反应道 (i) 通过衰变模式 $D^0\bar{D}^0 \rightarrow (K^-\pi^+ \text{ } \bar{K}^+\pi^-)$ 与混合率相联系. 如果忽略 CP 破坏, 我们能够得到下面的对事件积分后的比值:

$$\frac{N[(K^-\pi^+ \text{ } \bar{K}^-\pi^+)]}{N[(K^-\pi^+ \text{ } \bar{K}^+\pi^-)]} \approx \frac{x^2 + y^2}{2} = R_M. \quad (45)$$

对于半轻衰变模式, 同样可得

$$\frac{N(l^{\pm\pm})}{N(l^{\pm\mp})} \approx \frac{x^2 + y^2}{2} = R_M. \quad (46)$$

反应道 (i) 如果能观察到, 那么将是中性 D 介子混合的直接证据. 因为量子统计性, 末态 ($K^+\pi^-$) ($K^-\pi^+$) 不能由双压制模式产生^[16,17], 尤其当初始的 $D^0\text{-}\bar{D}^0$ 对在 C 宇称的奇数本征态时, 如果末态相同, 则玻色统计性要求形成对称态. 这种 C 宇称的奇数本征态在 $D^0\text{-}\bar{D}^0$ 混合之前就产生了. 同时, 这样的末态在实验上也是很感兴趣的, 因为它包含了所有粲介子的两体衰变, 同时包含形成有许多约束的末态. 对于这样的末态, 粒子鉴别至关重要, 因为在事例的两个 D 介子的衰变中 π 和 K 粒子都可能被误判, 从而使判断是否有混合发生变得不可能. 在 BES-III 上, 在 $\psi(3770)$ 的峰值上, 数据样本将会达到 20 fb^{-1} 的积分亮度, 只要粒子鉴别能力足够好, 对混合率的限制在 95% 的信度水平上将会达到 10^{-4} 量级.

反应道 (ii) 和 (iii) 可以提供直接的混合证据, 因为在 D 介子的半轻衰变中没有双压制模式. 又因为时间演化不能够测量, 所以对反应道 (ii) 和 (iii) 的测量实际上暗示着粲数的改变与轻子电荷改变相等这

条规则的破坏, 这条规则在标准模型下是成立的^[16]. 在表 2 中列出了 BEPC 运行四年在直接的衰变模式里面测到的正确信号的事例数及测量混合率 R_M 能达到的精度.

在 CP 守恒的约束下, 我们联合在 $D^0 \rightarrow K_s\pi\pi$ 衰变道中测量的混合参数 x 和 Belle 合作组测量的混和参数 y_{CP} 的值, 得到混合率 $R_M = (1.18 \pm 0.6) \times 10^{-4}$, 用在 BES-III 上四年时间收集到的 20 fb^{-1} 数据过程 $D^0\bar{D}^0 \rightarrow (K^+\pi^- \text{ } \bar{K}^+\pi^-)$ 大概能产生 12 个事例. 对四根带电径迹, 在 BES-III 上大约有 25% 的选择效率. 由于两个粒子误判导致的污染大约有 0.6 个事例^[20]. 表 3 中列出了期望的混合信号 $N_{\text{sig}} = N[(K^+\pi^- \text{ } \bar{K}^+\pi^-)]$, 本底 N_{bkg} 及它们对应的泊松分布概率 ($P(n)$), 这里, n 是在实验上可能观测到的事例数, 其包括信号与本底. 在表 3 中, 我们取 $R_M = (1.18 \pm 0.6) \times 10^{-4}$, 对应的积分亮度分别为 10 fb^{-1} 和 20 fb^{-1} . 图 2 显示了在 BES-III 上期望得到的混合事例数的分布.

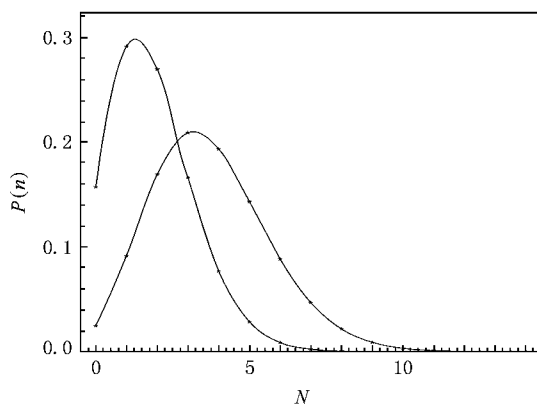


图2 在 BES-III 上期望得到的混合事例数 (本底和信号加在一起) 的泊松分布概率 (上面的曲线对应积分亮度为 10 fb^{-1} , 下面的曲线对应积分亮度为 20 fb^{-1})

表 2 BEPC 运行四年在 BES-III 上用不同的衰变模式测量混合率 R_M 能达到的精度

衰变模式	$D^0\bar{D}^0$ 混合	
	正确信号的事例数 $RS/10^4$	混合率的精度 $R_M/10^{-4}$
$\psi(3770) \rightarrow (K^-\pi^+ \text{ } \bar{K}^-\pi^+)$	10.4	1.0
$\psi(3770) \rightarrow (K^-\pi^+ \text{ } \bar{K}^+\pi^-)$	8.9	3.7
$\psi(3770) \rightarrow (K^-\pi^+ \text{ } \bar{K}^-\mu^+\nu)$	8.1	3.7
$\psi(3770) \rightarrow (K^-\mu^+\nu \text{ } \bar{K}^-\mu^+\nu)$	7.3	3.7

表 3 在积分亮度分别为 10 fb^{-1} 和 20 fb^{-1} , $R_M = (1.18 \pm 0.6) \pm 10^{-4}$ 的条件下, 在 BES-III 上期望的混合信号 $N_{\text{sig}} = N[(K^+ \pi^- \text{ 及 } K^+ \pi^+)]$, 本底 N_{bkg} 及它们对应的泊松分布概率 $P(n)$

	$10 \text{ fb}^{-1}(\psi(3770))$	$20 \text{ fb}^{-1}(\psi(3770))$
	$36 \times 10^6 D^0 \bar{D}^0$	$72 \times 10^6 D^0 \bar{D}^0$
N_{sig}	1.5	3.0
N_{bkg}	0.3	0.6
$P(n=0)\%$	15.7	2.5
$P(n=1)\%$	29.1	9.1
$P(n=2)\%$	26.9	16.9
$P(n=3)\%$	16.6	20.9
$P(n=4)\%$	7.7	19.3
$P(n=5)\%$	2.8	14.3
$P(n=6)\%$	0.9	8.8
$P(n=7)\%$	0.2	4.7
$P(n=8)\%$	0.1	2.2
$P(n=9)\%$	0.01	0.9

6. 结 论

利用最近在 B 工厂里测量的混合参数 y', y_{CP} 和 x 的值, 我们讨论了在衰变道 $D \rightarrow K\pi$ 中对强作用相角差的约束. 我们估计了在 BES-III 实验上在 $\psi(3770)$ 峰值上测量混合参数 y 的精度, 在 20 fb^{-1} 的积分亮度下, y 的误差为 0.003. 如果取 y 的值为 Belle 合作组测量的 y_{CP} 的值, 那么我们可以测量到 y 的 4.3σ 的信号显著性. 在 BES-III 上利用接近 $D^0 - \bar{D}^0$ 域值的数据能用 CP 标记技巧精确的测量强作用相角差. 最后, 我们估计了在 BES-III 上测量混合率 R_M 的可能性. 在当前的量度下, 在 $\psi(3770)$ 峰值上利用关联的 $D^0 - \bar{D}^0$ 数据不能对混合率作精确的测量.

[1] Aubert B, Bona M, Karvotakis Y *et al* 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 211802
 [2] Abe K, Hou W S, Shapkin M *et al* 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 211803
 [3] Nir Y 2007 *J. High Energy Phys.* **705** 102
 [4] Yao W M, Amsler C, Asner D *et al* 2006 *J. Phys. G* **33** 1
 [5] Falk A F, Nir Y, Petrov A 1999 *J. High Energy Phys.* **19** 1
 [6] Li H B, Yang M Z 2006 *Phys. Rev. D* **74** 094016
 [7] Gronau M, Grossman Y, Rosner J L 2001 *Phys. Lett. B* **508** 37
 [8] Zhang L M, Zhang Z P, L J *et al* (Belle Collaboration) 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 151801
 [9] Staric M 2007 42th Renocontres De Moriond on Electroweak Interactions and Unified Theories La Thuile Italy
 [10] Burdman G, Shipsey I 2003 *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **53** 431
 [11] Bergmann S, Grossman Y, Ligeti Z, Nir Y, Petrov A A 2000 *Phys. Lett. B* **486** 418
 [12] Atwood D, Petrov A A 2005 *Phys. Rev. D* **71** 054032

[13] Asner D M, Sun W M 2006 *Phys. Rev. D* **73** 034024
 Asner D M 2006 *Int. J. Mod. Phys. A* **21** 5456
 Sun W M 2006 *Seventeenth International Conference on Particles and Nuclei*, edited by P. D. Barnes *et al* AIP Conf. Proc. No. 842 AIP New York p693
 [14] Baltusaitis R M, Blaylock G T, Bolton T 1986 *Phys. Rev. Lett.* **56** 2146
 [15] Adler J, Becker J J, Blaylock G T 1988 *Phys. Rev. Lett.* **60** 89
 [16] Bigi I I 1989 *Proceedings of the Tau-Charm Workshop*, edited by L. V. Beers [SLAC Report No. SLAC-Report-343] p169
 [17] Bigi I I, Sanda A 1986 *Phys. Lett. B* **171** 320
 [18] Xing Z Z 1996 *Phys. Rev. D* **55** 196
 Xing Z Z 1996 *Phys. Lett. B* **372** 317
 [19] BES-III Collaboration. Report No. IHEP-BEPC-II-SB-13
 [20] Sun Y Z, He K L, Li W D 2007 *High Energy Phys. Nucl. Phys.* **31** 423 (in Chinese) [孙永昭、何康林、李卫东 2007 高能物理与核物理 **31** 423]

Phenomenological studies on D^0 - \bar{D}^0 mixing and strong phase difference^{*}

Lu Gong-Ru[†] Cheng Xiao-Dong

(College of Physics and Information Engineering , Henan Normal University , XinXiang 453007 , China)

(Received 2 September 2008 ; revised manuscript received 12 September 2008)

Abstract

Most recently , both BABAR and Belle experiments found evidences of neutral D mixing . In this paper , we discuss the constraints on the strong phase difference in $D^0 \rightarrow K\pi$ decay from the measurements of the mixing parameters y' , y_{CP} , and x at the B-factories . With CP tag technique at $\psi(3770)$ peak , the extraction of the strong phase difference at BES-III is discussed . The sensitivity of the measurement of the mixing parameter y is estimated in BES-III experiment at $\psi(3770)$ peak . Finally , we make an estimate on the measurements of mixing rate R_M .

Keywords : strong phase difference , mixing parameters , BES-III

PACC : 1130E , 1320J , 1325

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10575029) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20060476002) .

[†] E-mail : lugongru@sina.com