

基于负荷局域择优重新分配原则的 复杂网络上的相继故障^{*}

王建伟[†] 荣莉莉

(大连理工大学系统工程研究所, 大连 116024)

(2008 年 11 月 13 日收到, 2008 年 11 月 20 日收到修改稿)

相继故障普遍存在现实的网络系统中,为了更好地探讨复杂网络抵制相继故障的全局鲁棒性,采用网络中节点 j 上的初始负荷为 $L_j = k_j^s / k_j$ (k_j 为节点 j 的度)的形式,并基于崩溃节点上负荷的局域择优重新分配的原则,提出了一个新的相继故障模型.依据新的度量网络鲁棒性的指标,探讨了 4 种典型复杂网络上的相继故障现象.数值模拟表明,当参数 $\alpha = 1$ 时,所有的 4 种网络都达到了最强的鲁棒性,并且网络的鲁棒性与网络的平均度 k 正相关.此外,通过理论解析也验证了数值模拟的结论.

关键词:相继故障,复杂网络,关键阈值,相变

PACC: 0520

1. 引言

相继故障是与网络上的传播行为有很多相似之处的一种现象,普遍发生在各种关键生命线系统网络中^[1,2],如电网、供水网、供气网、交通网、通信网等.在这些网络中,存在着大量的负载,这些负载可以是物质、信息或能量,可以是具体的,也可以是抽象的.网络上的这些负载都是动态变化的,而且网络中节点承受负载的能力是有限的.一个节点的失效会导致网络负载的重新分配,而负载的重分配又使得某些节点上的负载超过其负载容量而失效,这些节点的失效又可能导致其他节点的“接连失效”,产生连锁反应,最终导致相当一部分节点甚至整个网络的崩溃,这种现象就称为相继故障.大规模的相继故障一旦发生,往往具有极强的破坏力和影响力,例如 2008 年初我国南方电力网络的崩溃、北美电力网大崩溃事故、因特网阻塞以及 20 世纪 90 年代末爆发的亚洲经济危机等都可以从某种程度上认为是因相继故障所导致的灾难.因此,相继故障理论的研究就显得非常重要且具有现实意义.

近年来,相继故障得到了广泛的研究并得出了

许多有价值的结论. Motter 等^[3]提出一个相继故障模型,并研究了复杂网络上的相继故障现象.在一个给定的具有 N 个节点的网络中,假设信息或能量总是在节点对之间沿着最短路径交换,并且节点的负荷定义为该节点的介数.他们发现如果网络的负荷分布具有非均匀性,并且去掉的节点的负荷较高,就会导致相继故障的发生.后来, Crucitti 等^[4]的研究结果也表明,网络中的流或介数分配越不均匀,网络发生相继故障的范围越大.因此,一个控制相继故障发生的有效措施是对网络中度大的节点或介数较大的节点重点保护,或者使网络中的流分配得比较均匀.此外,许多的相继故障模型^[5-12]被提出,并得到了深入的探讨.然而,在大多数研究中,节点上的负荷基本上都定义为节点的介数,而崩溃节点上负荷的重新分配,大多数按照最短路径的路由策略原则,这就要求每个节点必须具有全局的网络信息.而实际上,现实的大多数网络,全局信息的获得是非常困难的.因此,寻求较简单的负荷赋予方式以及比较实际的负荷重新分配的原则是至关重要的.

我们的模型启发于现实复杂系统中.在 Internet (或交通网络)上,通常来说,一方面,具有大量连接边的路由器,具有更多的信息流将通过它来路由,同

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 70771016, 70571011)资助的课题.

[†] E-mail: wdut@yahoo.cn

时,它也往往具有更强的处理信息流的能力,而另一方面,当一个路由器崩溃或失效后,未处理的信息流将被重新分配到它的邻居节点上,但为了避免进一步的拥挤现象,得到重新分配的信息流更倾向于选择具有较高处理能力的邻居节点,以保持网络的整体流畅.有鉴于此,采用网络中节点上的初始负荷为节点本身度的负载函数形式,并基于崩溃节点负荷局域择优重新分配的原则,提出了一个带有可调参数的相继故障模型.引入了一种新的度量网络鲁棒性的指标 T_c .在 4 种典型网络拓扑架构:BA 无标度网络^[13]、WS 小世界网络^[14]、NW 网络^[15]和 ER 随机网络^[16]上,探讨了相继故障行为.模拟结果表明:当模型中的参数 $\alpha = 1$ 时,所有的 4 种网络都达到了最强的鲁棒性.同时,我们也发现了 4 种网络抵制相继故障的鲁棒性与网络的平均度 k 存在一定关联性.此外,数值模拟结果也得到了理论解析的验证.

2. 相继故障模型

假设潜在的相继故障是由于一个节点的移除导致的,我们的研究主要聚焦在网络所表现的动态属性上.初始阶段,由于每个节点的负荷都小于它的处理能力,所以网络处于稳态,而节点的移除将使崩溃节点上的负荷重新分配到邻居节点上,当接收负荷的节点不能够处理额外负荷时,将进一步导致其他节点的崩溃,引发相继故障,如电力网络大停电事故等.

我们的模型简单描述如下:

1) 为简便起见,假设网络中每一节点 j 的初始负荷 L_j 为它的度 k_j 的函数,定义为

$$L_j = \beta k_j^\alpha, \tag{1}$$

式中 α 和 β 是可调参数,它们控制着节点初始负荷的强度,并且它们的取值都大于 0.由于现实的许多网络中,譬如 交通网络等,每个节点上的负荷通常与节点本身度存在着一定的关联性,而且,一般度大的节点往往具有更多的负荷,因此假设是合理的.

2) 崩溃节点 i 上的负荷将依据择优概率重新分配到它的邻居节点 j 上

$$\prod_j = \frac{\beta k_j^\alpha}{\sum_{n \in \Gamma_i} \beta k_n^\alpha}, \tag{2}$$

这里 m 为崩溃节点 i 的邻居节点, Γ_i 表示为节点 i 的所有邻居节点的集合.

因此,根据这一原则,节点 j 收到的额外负荷

ΔL_{ji} 为

$$\Delta L_{ji} = L_i \frac{k_j^\alpha}{\sum_{n \in \Gamma_i} k_n^\alpha}. \tag{3}$$

在现实生活的网络中,由于每个节点处理负荷的能力通常受到成本的限制,所以,在我们的研究中,很自然的假设每个节点 j 的能力 C_j 正比于它的初始负荷,即 $C_j = T \cdot L_j (j = 1, 2, 3, \dots, N)$,这里 T 的值大于等于 1.因为网络中的每个节点都有一定的限制能力来处理负荷,所以对于节点 j 来说,当它所收到的负荷加上本身节点上的初始负荷大于它本身的处理能力时,即 $L_j + \Delta L_{ji} > C_j$,节点 j 将失效,导致负荷的进一步重新分配,从而可能会触发其他节点的瘫痪,如图 1 所示.

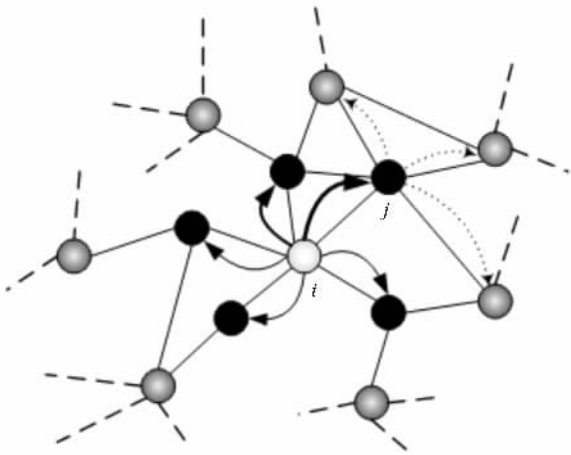


图 1 节点失效后负荷的局域择优重新分配

为更好地探讨网络上的相继故障现象,我们初始仅仅移除一个节点 i ,并在相继故障结束后计算 CF_i (这里的 CF_i 表示为由节点 i 所导致的失效节点的数量).很显然 $0 \leq CF_i \leq N - 1$.为了量化整个网络的鲁棒性,我们采用了失效节点的归一化指标,即

$$CF_N = \frac{\sum_{i \in \Omega} CF_i}{N(N - 1)}. \tag{4}$$

为了更好地探讨不同网络抵制相继故障的鲁棒性,我们提出了一个新的度量指标,即关键阈值 T_c .我们知道,当网络中每个节点的处理能力 T 很大时,任一节点的失效都不能够触发相继故障的发生.所以, T_c 的原理为:当 $T \geq T_c$ 时,由于网络中每个节点有能力来处理额外的负荷,所以没有相继故障发生,系统将保持它的正常的功能;而当 $T \leq T_c$,由于每个节点的能力是有限的, CF_N 突然从 0 迅速增

长,并导致整个网络或部分网络失效.因此,这里的 T_c 是网络避免相继故障的采用节点能力的最小值.显然, T_c 值越小,网络抵制相继故障的鲁棒性越强.

3. 模型中参数分析

由于网络的拓扑结构在研究动力学过程中扮演着重要的角色,所以,考虑一些典型的拓扑网络来更好地理解与控制因相继故障导致的灾难是至关重要的.本文主要分析 4 种典型的复杂网络.

1) BA 无标度网络分析

考虑现实生活中所接触到的许多网络都具有无标度(指网络的连接度分布函数具有幂率形式)的特性,譬如:Internet, WWW 以及新陈代谢网络等,因此,探讨无标度网络上的相继故障现象就显得非常重要. Barabási 和 Albert^[13] (简称 BA 模型)提出了一个无标度网络模型,由于它考虑到了许多实际网络的增长与优先连接的特性,所以,它具有更好的普适性和代表性.因此,我们采用了 BA 网络作为研究其上相继故障现象的拓扑架构. BA 无标度网络构造算法如下:

a) 增长: 从一个具有 m_0 个节点的网络开始,每次引入一个新的节点,并且连到 m 个已存在的节点上,这里 $m \leq m_0$;

b) 优先连接: 一个新节点与一个已经存在的节点 i 相连接的概率 Π_i 与节点 i 的度 k_i 、节点 j 的度 k_j 之间满足如下关系:

$$\Pi_i = \frac{k_i}{\sum_j k_j}.$$

在模型的研究中,我们采用参数值为 $m = m_0 = 2$, 依据 BA 网络所生成机制,可知网络的平均度 k 与参数 m 的关系为 $k = 2m$.

2) WS 小世界网络分析

作为从完全规则网络向完全随机网络的过渡, Watts 和 Strogatz^[14] 于 1998 年引入了一个有趣的小世界网络模型,称为 WS 小世界模型,它很好的捕获了现实世界许多网络具有的小世界特征. WS 小世界模型的构造算法如下:

a) 从规则图开始: 考虑一个含有 N 个节点的最近邻耦合网络,它们围成一个环,其中每个节点都与它左右相邻的各 $K/2$ 节点相连, K 是偶数.

b) 随机化重连: 以概率 p 随机地重新连接网络中的每个边,即将边的一个端点保持不变,而另一个

端点取为网络中随机选择的一个节点.其中规定,任意两个不同的节点之间至多只能有一条边,并且每一个节点都不能有边与自身相连.

WS 网络生成中,为不同拓扑结构网络之间的对比,参数 K 和 p 分别取为 4 和 0.01.

3) NW 网络分析

与 WS 模型相比的比较经典的网络模型为 Newman 和 Watts^[15] 后来提出的 NW 模型.该模型是通过用“随机化加边”取代 WS 小世界模型中的“随机化重连”而得到的.模型具体构造算法如下:

a) 从规则图开始: 考虑一个含有 N 个节点的最近邻耦合网络,它们围成一个环,其中每个节点都与它左右相邻的各 $K/2$ 节点相连, K 是偶数.

b) 随机化加边: 以概率 p 在随机选取的一对节点之间加上一条边.其中,任意两个不同的节点之间至多只能有一条边,并且每一个节点都不能有边与自身相连.

在 NW 小世界模型中, $p = 0$ 对应于原来的最近邻耦合网络, $p = 1$ 则对应于全局耦合网络.在相继故障模型的研究中, NW 参数 K 和 p 分别设为 2 和 0.002.

4) ER 随机网络分析

与完全规则网络相反的是完全随机网络,为更好地探讨不同拓扑结构网络上相继故障行为,在模型的研究中,我们也选用了 Erdős 和 Rényi^[16] 于 40 多年前开始研究的 ER 随机网络作为我们研究的第四种网络类型.模型中参数 p 设为 0.004.

在 4 种典型的网络中,为了对比研究不同网络拓扑结构上相变点 T_c ,我们采用了相同的网络规模及几乎相同的平均度 k ,分别为 1000 以及 4.并且,在 4 种类型网络上的每一个模拟结果都是在 20 个不同生成网络的平均结果.

我们的目的是主要探讨不同网络拓扑结构上参数 α 和关键阈值 T_c 之间的关联性.而 T_c 值的获取主要取决于 CF_N ,因此,首先探讨在相同 T 值下,参数 α 和 CF_N 之间的关系,如图 2 所示.

图 2 中,在 4 种典型拓扑网络上,描绘了不同参数 α 所导致的网络故障节点的规模,即 CF_N .很明显,依据 CF_N 的值,不同参数 α 的值,网络表现出了抵制相继故障不同的鲁棒性.而且,可以看出,当参数 $\alpha = 1$ 时,对比于 α 的其他值,在相同的 T 情况下,所有的 4 种网络都达到了最强的鲁棒性.由于关键阈值 T_c 与 CF_N 之间的关联性,很自然的一个问

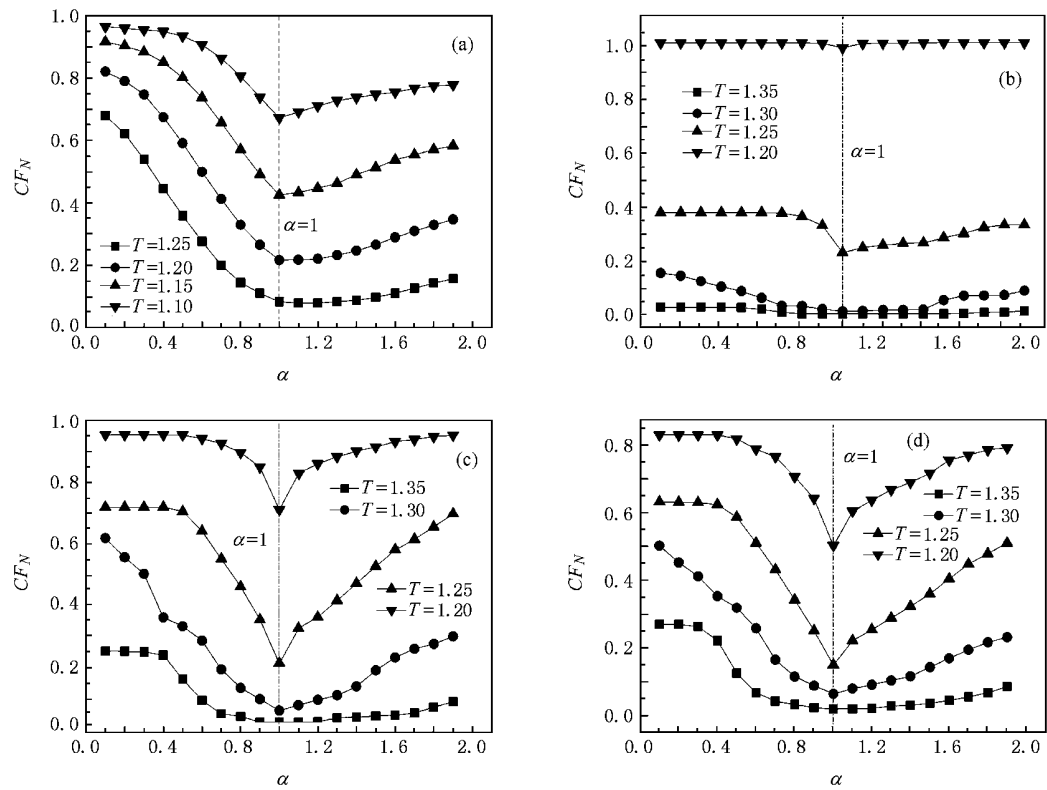


图2 4种典型网络上参数 α 和 CF_N 之间的关系 (a)BA 无标度网络 (b)WS 小世界网络 (c)NW 网络 (d)ER 随机网络

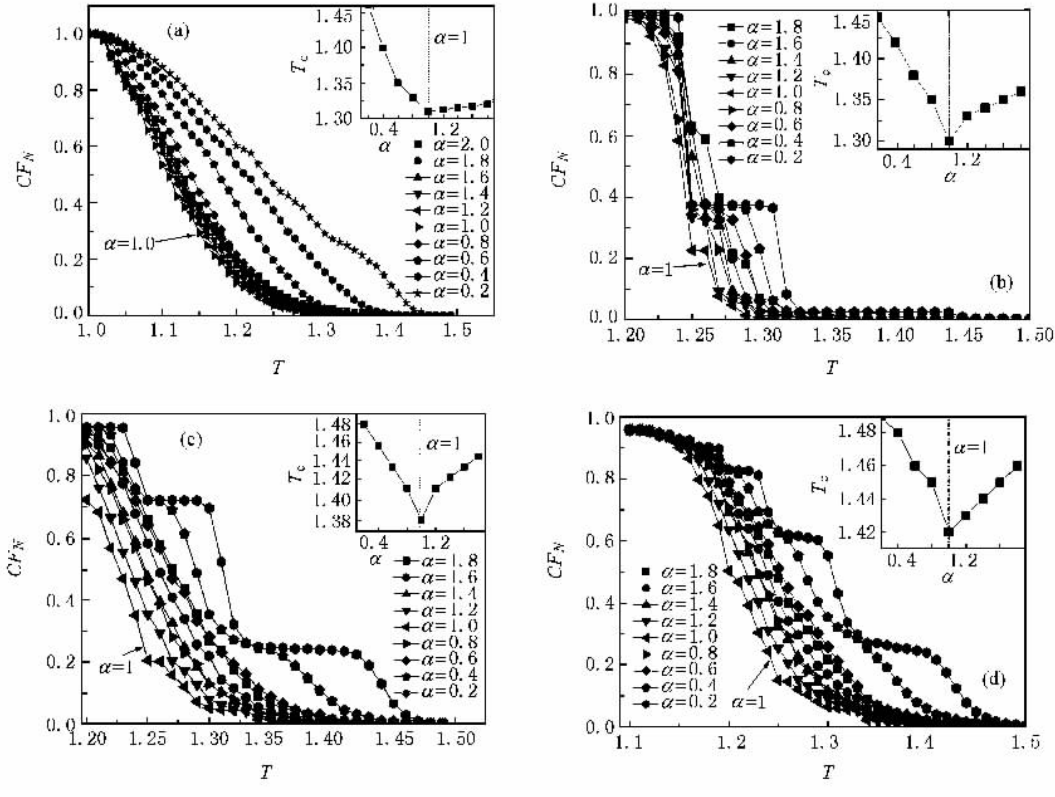


图3 参数 α 与关键阈值 T_c 之间的关联 (a)BA 无标度网络 (b)WS 小世界网络 (c)NW 网络 (d)ER 随机网络 各内插图表示评估的 T_c 与参数 α 之间的关联

题是： $\alpha = 1$ 是不是网络抵制相继故障的最优值？即：当 $\alpha = 1$ 时，对比于 α 的其他值， T_c 是不是最小的值？应对这个问题，我们进一步地探讨了 T 与 CF_N 以及 T_c 与 α 之间的关联，如图 3 所示。

从图 3(a)–(d) 中，我们发现，当参数 $\alpha = 1$ 时，相同的 T 所导致崩溃节点数都是最小的，这个结果与图 2 是相符的。而我们所关心的 α 与关键阈值 T_c 之间的关系，基于图 3 的 4 个内插图，可以得出结论：当 $\alpha = 1$ 时， T_c 也是最小的。当 $\alpha = 1$ 时，对比于 α 的其他值，网络表现出了最强的抵制相继故障的鲁棒性。此外，在 WS、NW 和 ER 网络中，当参数 α 比较小时（例如 0.2 或 0.4），曲线出现了类似阶梯的形状。这种现象可以解释为：依据 3 种网络的演化机制，由于节点度之间比较小的差异性以及小的参数 α 导致的度大的节点与度小的节点之间初始负荷比较小的差异性，使得在参数 T 的一定范围内，系统保持了相似的稳定性及大约相同的崩溃节点量。在现实生活的网络系统设计中，当 $\alpha = 1$ 时，网络表现出的强鲁棒性给我们一些很好的暗示。如果我们希望设计的系统呈现抵制相继故障涌现的强鲁棒性，那么，应该最好使得节点上的负荷与其本身的度成线性关系，而崩溃节点上负荷的重新分配应依据局域择优的原则。

当 $\alpha = 1$ 时，为探讨不同的网络拓扑怎样地影响网络的鲁棒性，我们进一步地对比了 4 种类型网络上 T 与 CF_N 之间的关系，如图 4 所示。

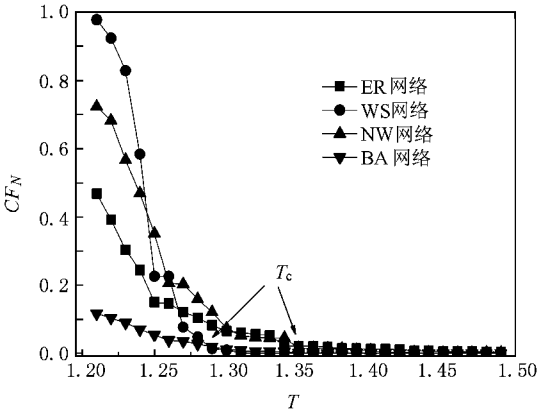


图 4 不同网络的关键阈值 T_c 的对比

从图 4 可以看到，对比于 WS、NW 以及 ER 网络，BA 网络表现出了更强的鲁棒性。这个结论与以往的研究成果存在很大的差异。这种差异源自于：由于 BA 网络中节点度较大的异质性以及我们采用的移除节点导致的崩溃节点的归一化致使了更异质的网络具有更强的抵制相继故障的鲁棒性。BA 网络的演化机制使得网络中大部分节点的度都很小，因此，

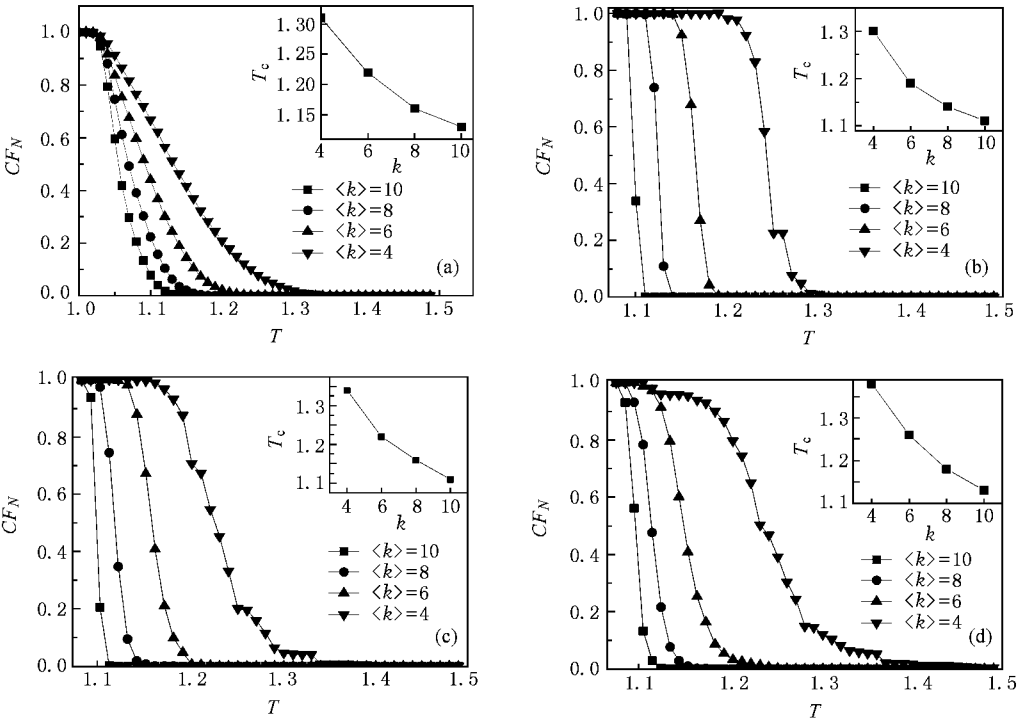


图 5 4 种网络上平均度与关键阈值 T_c 之间的关系 (a) BA 无标度网络 (b) WS 小世界网络 (c) NW 网络 (d) ER 随机网络 各内插图表示评估的 T_c 与平均度 k 之间的关联

在 T 的较大范围, 这样的节点的移除并不能够引发它的邻居节点的失效, 从而使得归一化后的 CF_N 比较小, 即我们在图 4 中所看到的结果。

在一个网络中, 度是一个非常重要的指标。在上述的探讨中, 我们采用的网络平均度为 4。为进一步分析平均度与网络鲁棒性之间的关系, 接下来, 我们分析网络平均度 k 与关键阈值 T_c 的关联性, 如图 5 所示。

基于图 5, 我们可以得出一个结论: 关键阈值 T_c 与网络的平均度 k 是负相关的, 即平均度 k 越大, T_c 值就越小。

4. 理论分析

为更好地理解模型中所观察的全局相继故障现象以及验证模拟结论, 我们提供了一些理论的分析。

基于模型中崩溃负荷的局域择优重新分配的原则及节点能力的限制, 为避免相继故障的发生, 下面的条件应该被满足

$$L_j + \Delta L_{ji} < C_j. \quad (5)$$

根据 L_j 和 ΔL_{ji} 的定义, 不等式 (5) 可以细化为

$$k_j^a + k_i^a \sum_{n \in \Gamma_i} \frac{k_i^a}{k_n^a} < TK_j^a, \quad (6)$$

不等式 (6) 可以简化为

$$1 + \sum_{n \in \Gamma_i} \frac{k_i^a}{k_n^a} < T. \quad (7)$$

依据网络的度及概率知识, 可以得知

$$\sum_{n \in \Gamma_i} k_n^a = \sum_{k'=k_{\min}}^{k_{\max}} k_i P(k' | k_i) k'^a, \quad (8)$$

这里的 $P(k' | k_i)$ 表示为度为 k_i 节点的邻居节点度为 k' 的条件概率。由于 BA, WS, NW 和 ER 网络都具有度无关的特性, 因此, 依据网络的度, 这里的 $P(k' | k_i) = k' P(k') / k$ 。所以, 我们获得 (8) 式的另一种表达方式

$$\sum_{n \in \Gamma_i} k_n^a = k_i \sum_{k'=k_{\min}}^{k_{\max}} \frac{k' P(k')}{k} k'^a = \frac{k_i}{k} k^{\alpha+1}. \quad (9)$$

因此, 不等式 (7) 可以表达为

$$1 + \frac{k_i^a}{\frac{k_i}{k} k^{\alpha+1}} = 1 + \frac{k_i^{\alpha-1} k}{k^{\alpha+1}} < T. \quad (10)$$

分析上面的不等式 (10), 关键阈值 T_c 可以分别考虑 $\alpha < 1$, $\alpha = 1$ 和 $\alpha > 1$ 三种情况

$$T_c = \begin{cases} 1 + \frac{k_{\min}^{\alpha-1} k}{k^{\alpha+1}}, & \alpha < 1, \\ 1 + \frac{k}{k^2}, & \alpha = 1, \\ 1 + \frac{k_{\max}^{\alpha-1} k}{k^{\alpha+1}}, & \alpha > 1, \end{cases} \quad (11)$$

这里的 $k_{\min}$ 和 $k_{\max}$ 分别表示为网络中节点的最大度和最小度。在模型中, 我们关心的是, 参数 α 取何值时, 网络的鲁棒性最强, 即 T_c 的值最小? 因此, 为找到最小的 T_c 值所对应的 α , 我们考虑 $\alpha < 1$ 情况下的 $T_c - 1$, 即

$$\begin{aligned} T_c - 1 &= \frac{k_{\min}^{\alpha-1} k}{k^{\alpha+1}} = \frac{k_{\min}^{\alpha-1} k}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i^{\alpha+1}} \\ &= \frac{k}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i^2 \left(\frac{k_i}{k_{\min}} \right)^{\alpha+1}} > \frac{k}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i^2} \\ &= \frac{k}{k^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

因此 $T_c(\alpha < 1) > T_c(\alpha = 1)$ 。同样, 我们也可以得到 $T_c(\alpha > 1) > T_c(\alpha = 1)$ 。显然, 当 $\alpha = 1$ 时, 因相继故障获得的关键阈值 T_c 是最小的, 而从上述的分析中我们也可以看到, 所有 T_c 的获得与网络的度分布无关。

在 $\alpha = 1$ 的情况下, 我们将进一步探讨 T_c 的值与网络的哪些拓扑属性相关, 即哪些拓扑特性决定着关键阈值 T_c 的值。依据公式 (12), 我们应首先计算 k^2 。由于 WS, NW 和 ER 网络度分布的同质性, 所以, 对于这些网络而言, 这里的 $k^2 \approx k^2$, 因此,

$$T_c^{\text{WS, NW, ER}}(\alpha = 1) = 1 + \frac{1}{k}. \quad (13)$$

从 (12) 式可以得知在上述的 3 种网络中, T_c 的值与网络的平均度是负相关的。

而对于有限规模的 BA 网络来说, 由于度分布的异质性, k^2 计算的难度要大一些。根据 BA 模型的演化机制, 可以得知它的度分布近似为 $P(k) = 2m^2 k^{-3}$, 这里 $m = k_{\min}$ 。因此, 可以通过下面的计算获得 k^2 的值:

$$\begin{aligned} k^2 &= \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} P(k) k^2 dk = \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} 2k_{\min}^2 k^{-3} k^2 dk \\ &= 2k_{\min}^2 \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} k^{-1} dk = 2k_{\min}^2 (\ln k_{\max} - \ln k_{\min}) \end{aligned} \quad (14)$$

根据 BA 模型,

$$\int_{k_{\min}}^{\infty} P(k) dk = 1/N \Rightarrow \int_{k_{\min}}^{\infty} 2m^2 k^{-3} dk$$
$$= 1/N \Rightarrow k_{\max} = \sqrt{Nk_{\min}},$$

因此

$$k^2 = 2k_{\min}^2 (\ln(\sqrt{Nk_{\min}}) - \ln k_{\min}) = k_{\min}^2 \ln N,$$

所以可以获得

$$T_c^{\text{BA}}(\alpha = 1) = 1 + \frac{k}{k^2} = 1 + \frac{k}{k_{\min}^2 \ln N}. \quad (15)$$

在 BA 模型中, $k = 2k_{\min}$, 所以 (15) 式可以简化为

$$T_c^{\text{BA}}(\alpha = 1) = 1 + \frac{2}{k_{\min} \ln N} = 1 + \frac{2}{m \ln N}. \quad (16)$$

从 (16) 式可以看出, 当 $m \geq 2$, 即网络的平均度 $k \geq 4$ 时, 关键阈值 T_c 与网络的平均度负相关, 这也从理论分析的角度验证了在 BA 网络上的模拟结果.

在不同网络平均度 k 的情况下, 对理论分析与模拟结果进行了对比, 如图 6 所示.

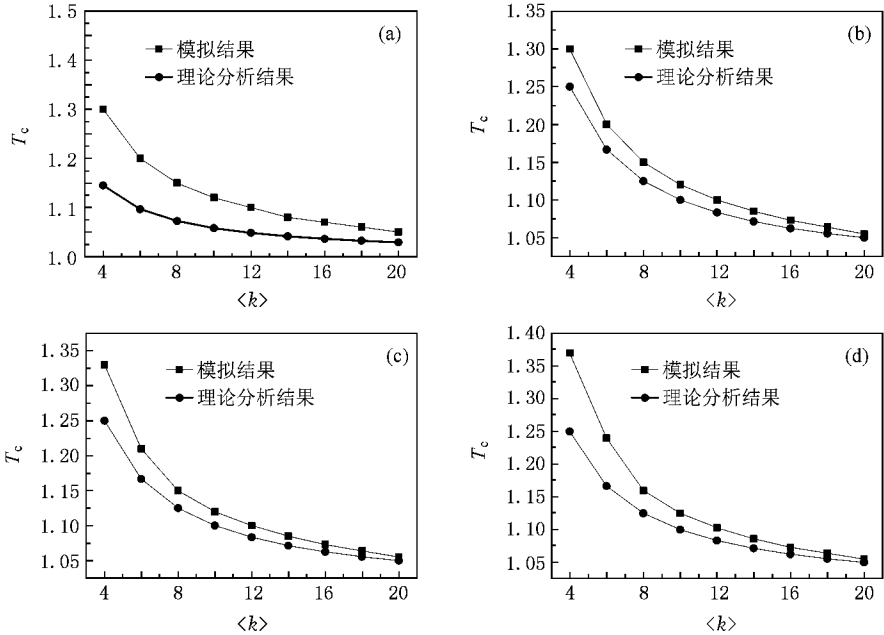


图 6 理论分析与模拟结果的对比 (a)BA 无标度网络 (b)WS 小世界网络 (c)NW 网络 (d)ER 随机网络

从图 6 中我们发现, 理论分析比较好地拟合了数值模拟的结果. 然而, 在度比较小的范围上, 还存在比较大的差异. 对于 WS, NW 和 ER 网络而言, 在平均度较小时, 两种结论对比的较大差异源于模拟中选取的网络度分布存在一定的不确定性. 而对于 BA 网络, 这种差异源自于两个方面: 一方面, 我们在理论分析中的近似; 另一方面, 则由于有限规模 BA 网络模型的影响. 总之, 理论解析验证了模拟结果得出了两个结论: $\alpha = 1$ 时, 网络表现出最强的鲁棒性及 T_c 与网络平均度 k 的负相关.

5. 结 论

复杂网络上相继故障问题, 近年来得到了许多学者的广泛研究. 寻求较简单的负荷赋予方式以及比较实际的负荷重新分配的原则是至关重要的. 启

发于 Internet 网络上的相继故障, 本文提出了带有可调参数的, 负荷局域择优重新分配原则的复杂网络上的相继故障模型. 采用 4 种典型拓扑网络, 即 BA 无标度网络、WS 小世界网络、NW 网络以及 ER 随机网络, 探讨了全局的相继故障现象. 在网络的平均度为 4 的情况下, 对比于其他的 3 种网络, BA 网络表现出了相对强的抵制相继故障的鲁棒性. 采用新的度量网络鲁棒性指标 T_c , 数值模拟结果给出了所有 4 种网络达到最强鲁棒性水平时所对应的参数 α 的值. 而且, 网络鲁棒性与网络平均度正相关给实际网络的构建提供了理论的支持. 此外, 基于崩溃负荷的局域择优重新分配的原则及节点能力的限制, 我们从解析的角度得出了关键阈值 T_c 的理论评估值, 验证了数值模拟结论的正确性. 希望本工作对于更好地预防与控制因相继故障导致的各种灾难具有实际的参考价值.

- [1] Ouyang M ,Fei Q ,Yu M H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6763 (in Chinese)[欧阳敏、费 奇、余明晖 2008 物理学报 **57** 6763]
- [2] Weng W G ,Ni S J ,Shen S F ,Yuan H Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1938 (in Chinese)[翁文国、倪顺江、申世飞、袁宏永 2007 物理学报 **56** 1938]
- [3] Motter A E ,Nishikawa T ,Lai Y C 2002 *Phys. Rev. E* **66** 065102 (R)
- [4] Crucitti P ,Latora V ,Marchiori M 2004 *Phys. Rev. E* **69** 045104 (R)
- [5] Holme P ,Kim B J 2002 *Phys. Rev. E* **65** 066109
- [6] Li P ,Wang B H ,Sun H ,Gao P ,Zhou T 2008 *Eur. Phys. J. B* **62** 101
- [7] Wang B ,Kim B J 2007 *Europhys. Lett.* **78** 48001
- [8] Wang W X ,Chen G R 2008 *Phys. Rev. E* **77** 026101
- [9] Zheng J F ,Gao Z Y ,Zhao X M 2007 *Europhys. Lett.* **79** 58002
- [10] Goh K I ,Lee D S ,Kahng B ,Kim D 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 148701
- [11] Zhao L ,Park K ,Lai Y C ,Ye N 2005 *Phys. Rev. E* **72** 025104(R)
- [12] Zhao L ,Park K ,Lai Y C 2004 *Phys. Rev. E* **70** 035101(R)
- [13] Barabási A L ,Albert R 1999 *Science* **286** 509
- [14] Watts D J ,Strogatz S H 1998 *Nature* **393** 6684
- [15] Newman M E J ,Watts D J 1999 *Phys. Lett. A* **263** 341
- [16] Erdős P ,Rényi A 1960 *Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci.* **5** 17

Cascading failures on complex networks based on the local preferential redistribution rule of the load^{*}

Wang Jian-Wei[†] Rong Li-Li

(Institute of Systems Engineering ,Dalian University of Technology ,Dalian 116024 ,China)

(Received 13 November 2008 ; revised manuscript received 20 November 2008)

Abstract

Cascading failures are common in real-life networks. To better explore the robustness against cascading failures on complex networks by adopting the initial load of a node j to be $L_j = k_j^\alpha$, where k_j is the degree of the node j , a new cascading model is proposed based on the local preferential redistribution rule of the broken node's load. According to a new measure to the robustness of a network, we further investigate cascading failures on four typical networks. The numerical simulations show that four networks reach the strongest robustness level against cascading failures and that the robustness against cascading failures on four networks has a negative correlation with the average degree k when $\alpha = 1$. The simulation results are also verified by the theoretical analysis.

Keywords : cascading failure , complex network , critical threshold , phase transition

PACC : 0520

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 70771016 ,70571011).

[†] E-mail :wdut@yahoo.cn