

基于粒子群算法和 OGY 方法的混沌系统混合控制

王校锋^{1)†} 薛红军¹⁾ 司守奎²⁾ 姚跃亭²⁾

1) 海军驻上海七〇四所军事代表室, 上海 200031)

2) 海军航空航天大学, 烟台 264001)

(2008 年 8 月 30 日收到, 2008 年 11 月 20 日收到修改稿)

利用引导混沌轨道的基本原理, 将模拟鸟群寻食过程的粒子群算法用于混沌控制, 提出了基于粒子群算法引导混沌轨道的新方法, 在此基础上利用混沌参数小扰动控制方法 (OGY 方法), 把混沌系统稳定到不动点. 以 Hénon 混沌系统为例, 仿真表明此方法实现混沌控制有良好效果.

关键词: 混沌控制, 粒子群算法, OGY 控制, 引导轨道

PACC: 0545

1. 引言

混沌作为非线性动态系统所特有的一种运动形式, 极其复杂而又普遍存在. 为了利用有益混沌和抑制不利混沌, 人们对混沌的控制展开了深入研究, 并提出不少有效的方法. 其中著名的有 Ott, Grebogi 和 Yorke^[1]提出的参数微调方法 (简称 OGY 方法). 由于 OGY 方法建立在不动点附近线性化模型基础上, 因而线性误差导致控制效果不够理想, 收敛速度不快. 为此, 文献 [2—4] 分别对 OGY 方法的控制规律进行改进, 增强了系统的稳定性. 但控制器仍为局部稳定, 不稳定周期轨道. 当系统初始点在局部控制器稳定控制范围内时, 控制是有效的; 当系统初始点在控制器稳定控制范围之外时, 就必须通过混沌动力系统具有遍历性的特点, 经过较长时间 (这个时间常常由系统本身和初始点位置决定) 才能进入局部控制器稳定范围, 因此从初始状态到稳定态需要很长的时间. 如何扩大控制器控制范围已引起人们的广泛关注.

引导轨道的思想是由 Shinbrot 等^[5]首先提出的, 其主要思想是用特定的小扰动引导给定混沌系统的轨道, 使混沌动力系统从给定的初始状态到达期望的目标区域, 目的是减少达到希望区域的时间.

粒子群算法 (PSO) 最早是由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出的^[6,7], 是一种快速模拟鸟群寻食的

搜索算法. 是粒子 (潜在的解) 在解空间追随最优或局部最优粒子进行搜索.

本文提出用粒子群 (Particle Swarm Optimizer, PSO) 算法来引导混沌轨道, 在普通的误差线性反馈法基础上, 应用粒子群算法产生了一系列特定的“小扰动”, 在给定的有限步内, 使混沌系统从初始点到达目标区域, 实现对混沌系统的初步控制. 到达目标区域后再利用 OGY 参数小扰动法将轨道最终稳定到不动点上, 从而实现混沌系统的大区域快速稳定.

2. 基于 PSO 的引导控制方法

2.1. 问题的提出

对于如下混沌系统:

$$X_{m+1} = F(X_m, p) \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (1)$$

其中 $X_m \in R^n$, $F: R^n \rightarrow R^n$ 的 n 维连续可微向量函数, 即 $F = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$, p 为系统中可微调的控制参数, $p = p_0$ 时系统为混沌状态. 设 $X_s \in R^n$ 为给定初始点, $X_s(p_0) \in R^n$ 为混沌系统 ($p = p_0$ 时) 的不稳定不动点或周期点. 具有线性误差反馈控制的系统表达式如下:

$$X_{m+1} = F(X_m, p) + K_m(X_m - X_s) \quad (m = 1, 2, \dots, N), \quad (2)$$

其中 $K_m \in R^{n \times n}$. 轨道引导就是通过 $N \in Z^+$ 步反馈迭代使系统轨道到达目标区域, 即要找到一个矩阵

序列 $[K_1, K_2, \dots, K_N]$, 使得 $\|X_N - X_F\| \leq \epsilon$ 或者 $\min \|X_N - X_F\|^2$.

为简化计算, 并不失一般性, 文中采用线性误差反馈只作用于向量函数 F 的第一个元素上. 所以上述问题又可描述为

$$\begin{aligned} X_{m+1}^1 &= f_1(X_m, p) + k_m \cdot (X_m - X_F), \\ X_{m+1}^i &= f_i(X_m, p), \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $m = 1, 2, \dots, N$; $i = 2, 3, \dots, n$; $k_m \in R^{1 \times n}$ 的向量, 即 $k_m = [k_m^1, k_m^2, \dots, k_m^n]$. 经简化后, 由 (3) 式可知, 要使系统到达目标区域, 要找到一组适当的反馈增益 $[k_1, k_2, \dots, k_N]$, 即一个 $n \times N$ 维的向量. 在此, 用粒子群算法自动搜索 $[k_1, k_2, \dots, k_N]$, 使系统在增益为 $[k_1, k_2, \dots, k_N]$ 的线性误差反馈作用下, 经过 N 次迭代后到达 X_F 的 ϵ 邻域内.

2.2. 基于 PSO 的引导控制器

粒子群优化算法是一种与遗传算法类似的, 基于生物群智能演化的优化算法. 与遗传算法相比, PSO 算法也通过初始化为一组随机解, 进行迭代搜寻最优解, 但是 PSO 没有遗传算法的交叉后变异操作, 而是粒子(潜在的解)在解空间追随最优或局部最优粒子进行搜索. 因而 PSO 更简单容易实现, 且更智能(它利用上次搜索的最优和局部最优的信息进行搜索).

本文用一种改进的粒子群算法寻找 $[k_1, k_2, \dots, k_N]$ 具体步骤如下:

步骤 1 产生初始粒子群.

随机产生 P 个 $n \times N$ 维向量作为一个初始粒子群作为潜在的解, 其中第 i 个粒子在解空间的位置(即每个粒子的位置就是一个潜在的解)表示为 $[k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{iN}]$ ($i = 1, 2, \dots, P$). 其中 P 表示粒子群的规模, 它的大小将影响算法寻优结果是否全局最优, N 表示实现控制目标的步数.

步骤 2 产生各粒子相应的初始“飞翔”速度.

随机产生 P 个 $n \times N$ 维向量作为对应粒子的初始“飞翔”速度, 其中第 i 个粒子的速度表示为 $v_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iN}]$, 其中, $i = 1, 2, \dots, P$, $v_{im} = [v_{im}^1, v_{im}^2, \dots, v_{im}^n]$, $m = 1, 2, \dots, N$; 粒子“飞翔”速度的大小将影响算法搜索的速度与效率.

步骤 3 性能评价.

a) 求解各粒子的适应度函数值. 将误差线性反馈控制序列如 (3) 式形式作用于系统 (1), 求得系统状态

X_N . 本文采用 N 步的误差作为适应度函数, 如 (3) 式, 即代入 X_N 可求得相应粒子的适应度函数值;

$$e_i = \|X_N - X_F\| \quad (i = 1, 2, \dots, P). \quad (4)$$

b) 根据适应值求解第 i 个粒子迄今为止搜索到的最优位置为 $q_i = [q_{i1}, q_{i2}, \dots, q_{iN}]$, 其中, $q_{im} = [q_{im}^1, q_{im}^2, \dots, q_{im}^n]$, $m = 1, 2, \dots, N$;

c) 根据适应值求解整个粒子群迄今为止搜索到的最优位置为 $q_g = [q_{g1}, q_{g2}, \dots, q_{gN}]$, 其中, $q_{gm} = [q_{gm}^1, q_{gm}^2, \dots, q_{gm}^n]$, $m = 1, 2, \dots, N$;

步骤 4 产生新的粒子群体.

生成第 i 个粒子的坐标变化公式如下:

$$\begin{aligned} x_{im}^d &= x_{im}^d + a v_{im}^d \\ (i &= 1, 2, \dots, P; d = 1, 2, \dots, n), \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $a \geq 0$ 为约束因子, 目的是控制速度的权重.

步骤 5 产生新粒子相应的“飞翔”速度.

生成第 i 个新粒子的相应坐标的“飞翔”速度的公式如下:

$$\begin{aligned} v_{im}^d &= \omega v_{im}^d + c_1 r_1 (q_{im}^d - x_{im}^d) \\ &+ c_2 r_2 (q_{gm}^d - x_{im}^d), \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\omega \geq 0$ 为惯性因子, $c_1, c_2 \geq 0$ 为学习因子, r_1, r_2 为随机因子, 是介于 $[0, 1]$ 之间的随机数.

步骤 6 返回步骤 3, 直到满足轨线进入不动点 X_F 的 ϵ 邻域, 即 $\|X_N - X_F\| \leq \epsilon$.

利用所得到的 $[k_1, k_2, \dots, k_N]$ 作用于 (3) 式, 即可使系统轨线 N_F 迭代后进入不动点 X_F 的 ϵ 邻域. 到此利用 PSO 的引导轨道结束, 系统轨线进入 X_F 的 ϵ 邻域后, 就可以利用原混沌系统可控参数 p 进行微调, 使系统最终稳定到不动点.

3. 基于 OGY 参数微扰控制

OGY 控制方法是 Ott, Grebogi 和 Yorke^[1] 在 1990 年提出的一种基于参数微调的方法, 它已被成功地应用于一系列的混沌系统控制中. OGY 方法主要是通过系统参数的微调来改变混沌系统不动点附近的不稳定流形, 使其流向不动点附近的稳定流, 从而使轨线稳定到不动点上. 但系统参数仅能微调, 只能改变混沌系统不动点附近局部流形. 而本文中通过 PSO 的轨道引导, 已使远离不动点的混沌状态迅速控制到不动点附近的 ϵ 邻域, 因此可以在 PSO 轨道引导结束后直接应用 OGY 方法将系统稳定.

下面说明 OGY 控制方法的基本思想及做法. 为

方便说明,假设混沌系统(1)式为二维,即 $X_m \in R^2$.

假设对于混沌系统(1)式可调控制参数 p 调控范围为 $-\delta < \Delta p < \delta, 0 < \delta \ll 1$,OGY 方法关键是利用了系统(1)式在不动点 $X_F(p_0)$ 附近的一阶线性近似,即

$$X_{m+1} \approx X_F + A(X_m - X_F) + b(p_m - p_0). \quad (7)$$

其中 $A = D_X F(X_F, p_0)$ 是 2×2 的雅克比矩阵, $b = (\partial F / \partial p)(X_F, p_0)$ 是二维向量.由于 $X_F(p_0)$ 是嵌套在混沌吸引子内的不稳定不动点,因此矩阵 A 具有一个特征值模 $|\lambda_s| < 1$,另一个特征值模 $|\lambda_u| > 1$,相应的特征向量为 e_s, e_u ,它们分别表示不动点的局部稳定流形方向和不稳定流形的方向. f_s 及 f_u 是互为正交的基矢量,即有 $f_s \cdot e_u = f_u \cdot e_s = 0$ 及 $f_s \cdot e_s = f_u \cdot e_u = 1$,故 $A = \lambda_u e_u f_u + \lambda_s e_s f_s$,于是,要使 X_{m+1} 落到不动点 X_F 的局部稳定流形上的条件为

$$f_u \cdot \Delta X_{m+1} = 0. \quad (8)$$

根据(7)和(8)式不难得到控制参数的扰动量为

$$\Delta p_m = - \frac{\lambda_u}{f_u^T \cdot b} f_u \Delta X_m, \quad (9)$$

由于 $-\delta < \Delta p < \delta$,根据(9)式可以得到 OGY 控制器开启时间,即当如下不等式成立时,进行系统参数微扰控制:

$$\|X_m - X_F\| < \delta \left| \frac{f_u^T b}{\lambda_u} \right|. \quad (10)$$

根据(10)式 PSO 引导轨道的目标区域就可由如下等式确定:

$$\epsilon = \delta \left| \frac{f_u^T \cdot b}{\lambda_u} \right|. \quad (11)$$

4. 仿真分析

选择典型的离散混沌系统——Hénon 系统作为仿真系统,系统描述^[8]如下:

$$\begin{aligned} x_{m+1} &= -\alpha x_m^2 + \beta y_m + p + \Delta p, \\ y_{m+1} &= x_m, \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $\alpha, \beta, \Delta p$ 为常数, $-\delta < \Delta p < \delta, \delta > 0$.当 $\alpha = 1, \beta = 0.3, p = 1.4, \Delta p = 0$ 时,系统(11)有混沌吸引子,即 Henon 吸引子,系统状态 x_m 的动态图如图 1 所示,系统状态相图如图 2 所示.在吸引子内有一个不稳定不动点 (x_F, y_F) 为

$$\begin{pmatrix} \frac{((\beta - 1) + \sqrt{(\beta - 1)^2 + 4p})}{2\alpha}, \\ \frac{((\beta - 1) + \sqrt{(\beta - 1)^2 + 4p})}{2\alpha} \end{pmatrix},$$

选择初始点 $X_s = (x_0, y_0) = (0, 0)$.

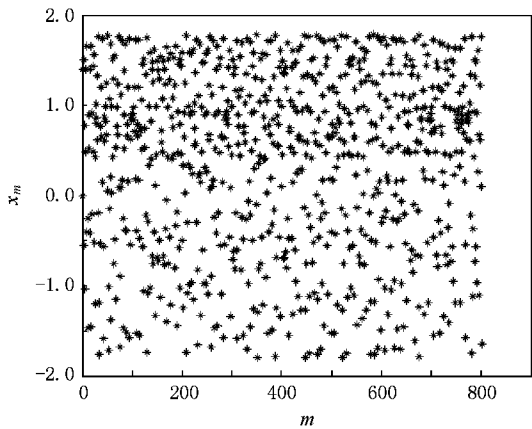


图1 Henon 系统 x_m 状态动态

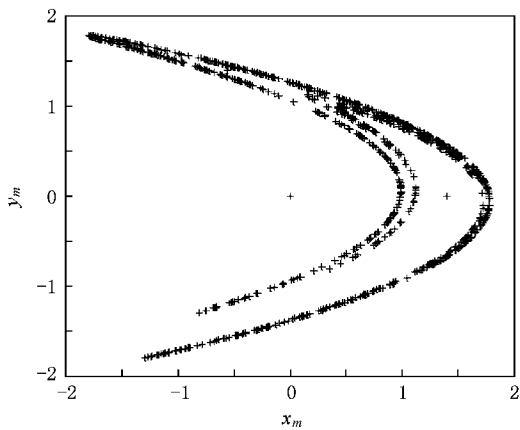


图2 Henon 系统相图

根据第 2 节基于 PSO 的引导控制器设计的描述,对应系统(12)的基于误差线性反馈的引导控制系统描述如下:

$$\begin{aligned} x_{m+1} &= -\alpha x_m^2 + \beta y_m + p \\ &\quad + k_m^1(x_m - x_F) + k_m^2(y_m - y_F), \\ y_{m+1} &= x_m. \end{aligned} \quad (13)$$

通常对于系统参数的变化 Δp 的范围 δ 是确定的,因此可根据 Δp 的范围利用 $\epsilon = \delta \left| \frac{f_u^T \cdot b}{\lambda_u} \right|$ 可求得 ϵ ,希望 Henon 系统在反馈引导下经过 8 步迭代($N = 8$)从开始点 $(0, 0)$ 到达目标点 x_F 的 ϵ 邻域内.

利用上述基于 PSO 的引导方法,选择粒子群落

规模 $p = 20$,初始粒子群位置和相应的“飞翔”速度都随机产生.大多数情况下,经过几十次迭代后就可以产生使初始点 $X_s(x_0, x_{-1}) = (0, 0)$ 在 8 步迭代 ($N = 8$) 后进入目标邻域的反馈增益序列为 $\{k_1, k_2, \dots, k_N\}$. 仿真结果如表 1、表 2 和图 3 所示.其中表 1 为所有反馈系数在 $-0.5 < k_m^d < 0.5$ 内,且最终适应值 $e < \epsilon$ 的一个较优解.

表 1 反馈增益序列值与迭代过程

迭 m 代次	k_m^1	k_m^2	x_{m+1}	y_{m+1}
1	-0.4233	-0.11526	1.8752	0
2	-0.33066	-0.31851	-2.1396	1.8752
3	-0.1855	-0.21895	-2.1374	-2.1396
4	-0.4516	-0.39967	-1.2374	-2.1374
5	-0.32057	-0.35028	0.93915	-1.2374
6	-0.35455	-0.29493	0.88257	0.93915
7	-0.33041	-0.18151	0.88479	0.88257
8	-0.30959	-0.15796	0.88218	0.88479

表 2 为系统在引导和无引导作用下从初始 $(0, 0)$ 点到不动点 ϵ 邻域迭代步数的比较表.

表 2 无引导与采用 PSO 引导的比较

迭代次数 i	$\epsilon = 0.05$	$\epsilon = 0.005$
无引导	99	1105
有引导	8	8

图 3 为假设系统参数可调范围 $\delta = 0.01$,目标

邻域取 $\epsilon = 0.005$ 的情况下,在表 1 所示的反馈增益作用下,控制 8 步后撤消反馈控制律,利用 OGY 方法进行参数微扰控制,使系统最终稳定在不动点上的状态 x_m 变化过程.

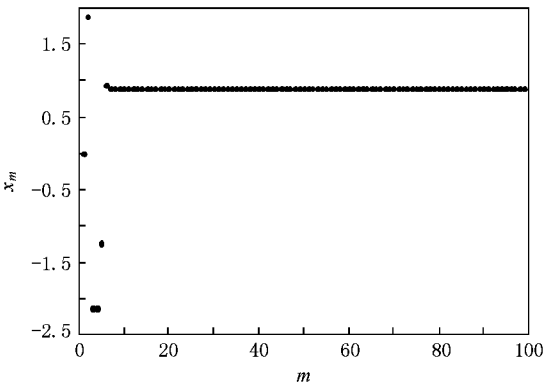


图 3 混合控制下系统状态 x_m 变化过程

5. 结 论

本文提出了基于粒子群算法引导混沌轨道的方法,旨在混沌系统在由粒子群算法产生的一串误差反馈增益作用下迅速从初始点达到目标区域.到达目标区域后利用系统参数的微小扰动使系统最终稳定在目标点.这种方法对初始点具有不敏感性,甚至允许初始点在原混沌吸引子之外,并且此方法大大加快了系统的收敛速度.

[1] Otte E ,Grebogic T ,Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196

[2] Shinbrot T ,Grebogic T ,Otte E 1993 *Nature* **363** 411

[3] Nitsche G ,Dressler U 1992 *Physica D* **58** 153

[4] Tan Y ,He X T ,Chen S 1993 *Chin. Phys. Lett.* **10** 321

[5] Shinbrot T ,Otte E ,Grebogic T 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 3215

[6] Kennedy J ,Eberhart R 1995 *IEEE Int. Conf. Neural Networks* Perth ,Australia 1942

[7] Eberhart R ,Kennedy J 1995 *Proc. Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science* ,Nagoya ,Japan 39

[8] van Wyk M A ,Steeb W H 1997 *Chaos in Electronics* (Dordrecht : Kluwer Academic Pulishers)

Mixture control of chaotic system using particle swarm optimization algorithms and OGY method

Wang Xiao-Feng^{1)†} Xue Hong-Jun¹⁾ Si Shou-Kui²⁾ Yao Yue-Ting²⁾

1 *✉ Naval 704 Institute of Military Representatives in Shanghai ,Shanghai 200031 ,China)*

2 *✉ Naval Aeronautical and Astronautical University ,Yantai 264001 ,China)*

(Received 30 August 2008 ; revised manuscript received 20 November 2008)

Abstract

Based on the principle of directing chaotic orbits , the method of directing orbits is proposed using particle swarm algorithms in chaotic control. After the orbits reach the target region , OGY method is then used to make the chaotic systems stabilized to the fixed point. The simulation of Hénon chaotic system indicates that the new method realises better chaotic control.

Keywords : chaotic control , particle swarm algorithms , OGY method , directing orbits

PACC : 0545

† E-mail : httbdotcom@126.com ; sishoukui@163.com