

基于磁荷面分布的舰船磁场预测方法^{*}

陈 杰[†] 鲁习文

(华东理工大学理学院, 上海 200237)

(2008 年 9 月 10 日收到, 2008 年 11 月 5 日收到修改稿)

利用等效源观点, 把钢铁建造的舰船船体视为等效磁荷面分布, 建立了该分布与磁场传感器测量值之间应满足的第一类 Fredholm 积分方程, 然后利用广义逆矩阵对积分方程离散化后得到的线性方程组进行求解, 并以矩阵条件数来衡量方程组的病态程度, 最后利用求解得到的磁荷分布来预测舰船在空间中任意点上产生的磁场. 数值模拟表明该方法可以准确地识别磁性从而得到精确的磁场预测值. 最后利用一个船模实验验证了本方法.

关键词: 舰船, 磁场, 磁荷, 积分方程

PACC: 4110D, 0290

1. 引 言

现代舰船大多是由钢铁材料建造的, 它在地球磁场的作用下, 犹如一块巨大的浮动磁体, 在其周围空间产生磁场. 磁引信水雷、磁性制导鱼雷等磁性武器就是利用舰船磁场发起攻击的. 因此, 为了减小舰船磁场, 提高隐蔽性, 需要对舰船进行消磁.

舰船磁场预测问题就是在舰船周围放置若干个磁场传感器, 利用其测得的舰船磁场的强度信息来预测其在空间中任意点上产生的磁场. 此问题是舰船消磁的一个核心步骤, 因为只有较精确地预测了磁场之后, 才能通过调整消磁绕组的电流来产生与预测值相反的磁场, 从而将舰船保持在较低的磁性水平, 实现舰船消磁. 常用的磁场预测方法有深度换算法、磁体模拟法、遗传算法和数据库方法等. 其中深度换算法^[1]以 Laplace 方程 Neumann 外问题的变量分离解为依据进行磁场外推, 但只能在半空间中进行预测, 并且所需要的传感器数量比较大. 磁体模拟法^[2-4]以旋转椭球体等规则形体作为磁性源, 采用最小二乘法求出磁矩后预测磁场. 运用磁体模拟法需要提供舰船的几何结构才能保证预测的精度. 文献[5]采用遗传算法在正方体区域内定位单个未知磁偶极子, 并且讨论了传感器测量噪声对

于定位精度的影响, 但是所考虑的情形比较简单, 离实际应用还有较大距离. 文献[6]通过绕组通电改变铁磁物体的固定磁性, 以数据库的形式保存各磁性状态下传感器的测量值, 预测时通过数据库中的数据来进行拟合. 由于需要改变被预测铁磁物体的磁性, 因此数据库方法在应用时不如其他几种方法方便.

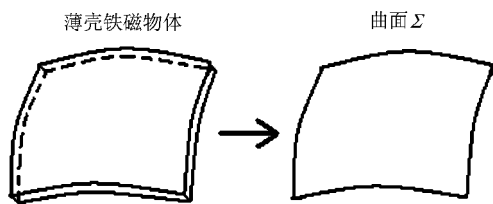
由于舰船船壁的厚度与船体的其他度量相比较是充分小的, 因此文中假设舰船是由薄壳状的铁磁物体构成, 见图 1. 利用等效源原理, 建立起了薄壳铁磁物体等效磁荷分布与传感器测量值之间所满足的第一类 Fredholm 积分方程, 随后离散化求解该方程, 并利用得到的等效磁荷进行磁场预测. 只要传感器布置合理, 文中的方法可以避免病态矩阵的出现, 从而不必采用复杂的正则化方法就能得到稳定的解. 数值模拟和船模实验都表明了该方法预测的精确性, 因此具有较高的工程应用价值, 为舰船消磁提供了强有力的保证.

2. 积分方程的建立及其离散化

由于考虑的是薄壳铁磁物体, 其两个表面可看成是十分接近的, 于是就能用一个曲面 Σ 来代替, 见图 1. 薄壳铁磁物体的磁场可以认为是从曲面 Σ 上所产生的. 根据等效源理论的观点^[7], 可假设在

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 310771067)资助的课题.

[†] E-mail: jiejchen@mail.ecust.edu.cn

图 1 薄壳铁磁物体及其对应的曲面 Σ

曲面 Σ 上存在某种等效磁性源的面分布, 其在 Σ 外产生的磁场与薄壳铁磁物体产生的磁场相同. 根据实际情况, 磁性源可以取作磁荷、磁偶极子等. 以下我们选取磁荷面分布作为磁性源.

根据电磁学理论^[7], 如果磁荷以面密度 ρ 分布在曲面 Σ 上, 则其在曲面外任意点 P 所产生的标量磁位为

$$\varphi(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \frac{\rho}{r} dS, \quad (1)$$

其中 r 是从积分点指向点 P 的向量 \mathbf{r} 的长度, 该点的磁场强度为

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(P) &= -\nabla\varphi(P) \\ &= \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \rho \frac{\mathbf{r}}{r^3} dS. \end{aligned} \quad (2)$$

由于现在可用传感器测得某些点上的磁场强度, 因此 $\mathbf{H}(P)$ 可以认为是已知函数, 而等效磁荷面密度 ρ 是未知函数, 并且被积分算子作用, 因此 (2) 式是一个第一类 Fredholm 积分方程^[8]. 在一般情况下, 欲求出第一类 Fredholm 积分方程的解析解是极其困难的, 所以我们采用离散化的方法求近似解. 假设已经利用传感器在空间中 m 个点 P_i 上获取了磁场值 $\mathbf{H}(P_i)$ ($i = 1, 2, \dots, m$), 将曲面 Σ 划分成 n 个小部分 Σ_j , 并且假设第 j 部分上的磁荷面密度为常数 ρ_j ($j = 1, 2, \dots, n$). 这样 ρ_j 就可以从积分号里提出来, 于是 $\mathbf{H}(P_i)$ 与 ρ_j 满足

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(P_i) &= \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^n \iint_{\Sigma_j} \rho_j \frac{\mathbf{r}_{ji}}{r_{ji}^3} dS_j \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^n \rho_j \iint_{\Sigma_j} \frac{\mathbf{r}_{ji}}{r_{ji}^3} dS_j, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 \mathbf{r}_{ji} 是从 Σ_j 上的积分点指向 P_i 的向量, r_{ji} 是 \mathbf{r}_{ji} 的长度.

为了表达简洁起见, 令矩阵

$$A = \begin{bmatrix} \iint_{\Sigma_1} \frac{\mathbf{r}_{11}}{r_{11}^3} dS_1 & \iint_{\Sigma_2} \frac{\mathbf{r}_{21}}{r_{21}^3} dS_2 & \dots & \iint_{\Sigma_n} \frac{\mathbf{r}_{n1}}{r_{n1}^3} dS_n \\ \iint_{\Sigma_1} \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}^3} dS_1 & \iint_{\Sigma_2} \frac{\mathbf{r}_{22}}{r_{22}^3} dS_2 & \dots & \iint_{\Sigma_n} \frac{\mathbf{r}_{n2}}{r_{n2}^3} dS_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \iint_{\Sigma_1} \frac{\mathbf{r}_{1m}}{r_{1m}^3} dS_1 & \iint_{\Sigma_2} \frac{\mathbf{r}_{2m}}{r_{2m}^3} dS_2 & \dots & \iint_{\Sigma_n} \frac{\mathbf{r}_{nm}}{r_{nm}^3} dS_n \end{bmatrix},$$

它只依赖于薄壳铁磁物体的几何形状及其与场点的相对位置; 令向量 $\mathbf{b} = 4\pi(\mathbf{H}(P_1), \mathbf{H}(P_2), \dots, \mathbf{H}(P_m))^T$, 它是场点处磁场值的常数倍, 这里可以看作是传感器的实测值; 令向量 $\mathbf{x} = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n)^T$ 是待求解的磁荷密度, 则 (3) 式可以写成线性方程组

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad (4)$$

这便是区域离散化后, 等效磁荷分布与传感器测量值之间的联系.

注意到, 当小部分 Σ_j 为三角形或四边形时, 积分式 $\iint_{\Sigma_j} \frac{\mathbf{r}_{ji}}{r_{ji}^3} dS_j$ 可以解析求出, 从而可以提高矩阵 A 的精度.

3. 方程组求解

因为 A 和 \mathbf{b} 中的元素都是向量, 所以 (4) 式是一个向量方程组, 其中包含 $3m$ 个标量等式, 因此 A 是一个 $3m \times n$ 的矩阵. 但是在一般情况下 $3m \neq n$, A 的逆矩阵 A^{-1} 不存在, 于是我们转而去求解 A 的 Moore-Penrose 广义逆矩阵 A^\dagger . 根据矩阵论的结果^[9], 任意矩阵的 Moore-Penrose 广义逆存在且唯一, 并且可以通过奇异值分解等算法求出, 因此可以取

$$\mathbf{x} = A^\dagger \mathbf{b}, \quad (5)$$

并且这样得到的 \mathbf{x} 是最小范数最小二乘解, 即对于最小二乘解集

$$\chi_{\text{LS}} = \{x_{\text{LS}} \mid \|Ax_{\text{LS}} - \mathbf{b}\|_2 \leq \|A\hat{x} - \mathbf{b}\|_2, \forall \hat{x} \in R^n\}, \quad (6)$$

x 是 χ_{LS} 中范数最小的元素

$$\|x\|_2 = \min\{\|x_{\text{LS}}\|_2 \mid x_{\text{LS}} \in \chi_{\text{LS}}\}. \quad (7)$$

(6) 和 (7) 式中的符号 $\|\cdot\|_2$ 表示向量 \cdot 的 Euclid 范数.

如果一个矩阵计算问题, 其参数 (即系数矩阵 A 和右端项 \mathbf{b}) 的微小变化会引起解的巨大变化,

则称此问题是病态的,否则称其为良态的^[9].病态程度通常用矩阵 A 的条件数 $\text{cond}(A)$ 来衡量,条件数越大,病态越严重.由于(4)式的右端项 b 依赖于传感器的读数, A 依赖于传感器的位置,其误差都是不可避免的,因此如果得到的 A 其条件数 $\text{cond}(A)$ 很大,就不能直接利用广义逆来求解,因为这样得到的 $x = A^\dagger b$ 是不可靠的,在这种情况下,就必须运用较为复杂的 Tikhonov 正则化方法^[10-12].然而,只要传感器放置的位置比较合理,避免重复测量.在这种情况下,本方法得到的系数矩阵的条件数 $\text{cond}(A)$ 一般都是很小的,从而能保证直接利用广义逆求得的解是合理的.

4. 预测公式

在求出了等效磁荷分布 x 以后,薄壳铁磁物体在空间中任意点 P 的磁场强度预测值可以通过

$$H(P) = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^n \rho_j \iint_{\Sigma_j} \frac{\mathbf{r}_j}{r_j^3} dS_j \quad (8)$$

进行计算.当小部分 Σ_j 为三角形或四边形时这里的积分式也可以解析计算,这样可以使得磁场预测值比采用数值积分计算时更精确,这一点当 P 比较靠近 Σ 时显得尤其明显.

5. 实验验证

5.1. 数值模拟

考虑一块长宽为 $2\text{ m} \times 2\text{ m}$,厚度为 $1.4 \times 10^{-3}\text{ m}$,相对磁导率 $\mu_r = 96$ 的平板.取坐标原点为平板中心, X, Y 轴分别与两边平行, Z 轴与 X, Y 轴成右手系.现将平板置于 $B_0 = (40000\ 0\ 0)\text{ nT}$ 的外磁场中,并在其上添加两块固定磁性 $B_r = (40000\ 0\ 0)\text{ nT}$.然后在 $Z = -0.5\text{ m}$ 平面上布置 5 个三分量传感器,固定磁性的大小和位置以及传感器的位置见图 2.在数值实验中,我们可以借助有限元软件^[13]计算出平板在空间中任意点产生的磁场强度精确值,传感器的实测值便由此给出.

将平板沿 X 和 Y 方向各分成 15 等份,这样就得到 225 个小部分,相应的系数矩阵 A 是 15×225 的,求得 A 的条件数 $\text{cond}(A) = 13.21$,这个条件数是比较好的,所以直接利用广义逆求解方程就能得到可信的等效磁荷分布,见图 3.根据磁介质的

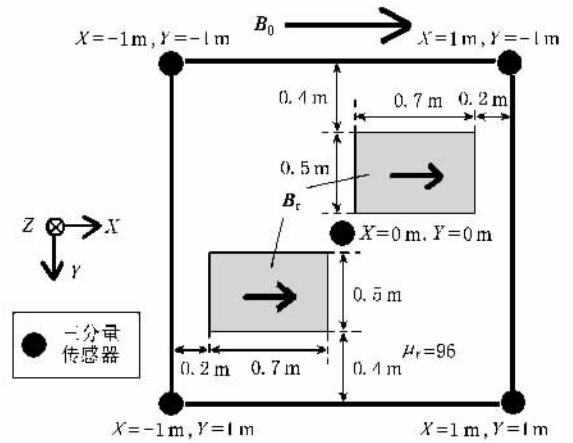


图2 平板磁性与传感器布置示意图

偶极子观点,介质的磁化可以看作磁偶极子的定向排列,而磁偶极子等价于负磁荷指向正磁荷.而计算结果表明我们得到了负磁荷指向正磁荷,正如图 3 中的两个黑色方框所示,因此也就是找到了磁性,它们对应于图 2 中的两块固定磁性.由此可见我们的方法识别出了平板上的磁性.

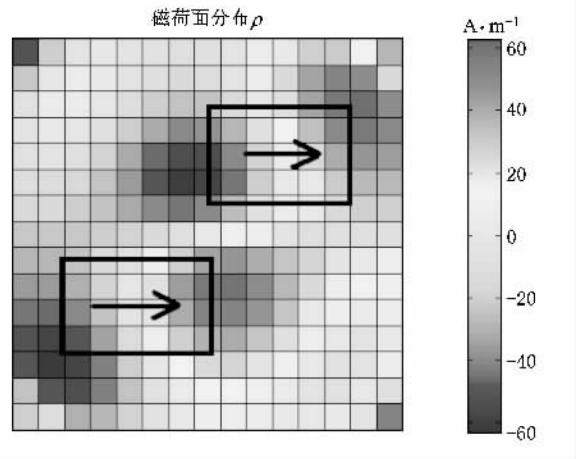


图3 计算所得平板的磁荷面密度

随后将得到的磁荷分布代入(8)式来预测线段 $L = \{(X, Y, Z) | -2 \leq X \leq 2, Y = 0, Z = 2\}(\text{m})$ 上磁场强度的 Z 分量 H_z ,并与实测值(由有限元软件计算得到)进行比较,如图 4 所示.

如定义预测的最大相对误差 e_{maxerr} 为

$$e_{\text{maxerr}} = \frac{\max\{|\text{实测值} - \text{预测值}|\}}{\max\{|\text{实测值}|\}} \times 100\% \quad (9)$$

则计算得到此时 H_z 预测的最大相对误差 $e_{\text{maxerr}} = 1.09\%$.事实上 H_x 的最大相对误差 $e_{\text{maxerr}} = 0.88\%$,而 H_y 的实测值和计算值都几乎全部为零,因此可

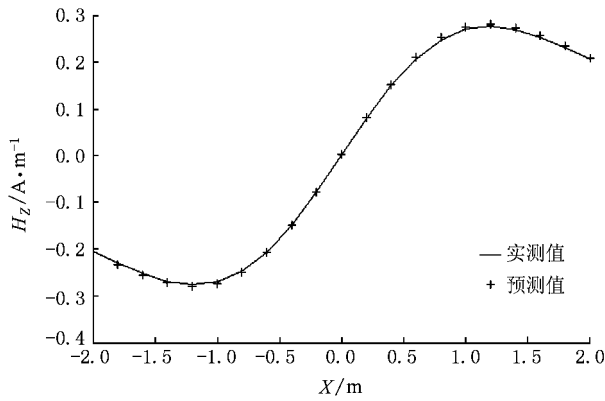


图 4 磁场预测值与实测值的比较

以不必考虑.数值实验的高精度为开展物理实验提供了保证.

5.2. 船模实验

现有一薄壳铁磁小船模和四只薄壳铁盒组成的一个铁磁物体系统,小船模船艏朝南,如图 5. 取坐标原点为船模中心, X 轴正向指向船艏, Y 轴正向指向右舷, Z 轴正向竖直向下. 各物体的大致尺寸及其中心所处的位置见表 1.

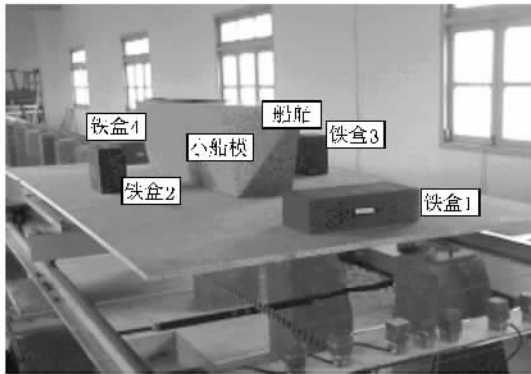


图 5 铁磁物体系统

表 1 各物体的大致尺寸及中心位置 (单位: m)

物体	尺寸: X × Y × Z	位置: (X, Y)
船模	1.500 × 0.300 × 0.300	(0, 0)
铁盒 1	0.162 × 0.332 × 0.089	(0.996, 0)
铁盒 2	0.174 × 0.090 × 0.157	(0, 0.405)
铁盒 3	0.174 × 0.090 × 0.157	(0, -0.405)
铁盒 4	0.172 × 0.258 × 0.111	(-1.001, 0)

Z = 0.396 m 平面上布置 15 个 X 方向单分量传感器,位置如图 6 所示.这里我们未使用三分量传感器是由于实验条件所限制.船模所在地点的地磁

场强度约为 $B_0 = (-34000, 0, 34000)$ nT.

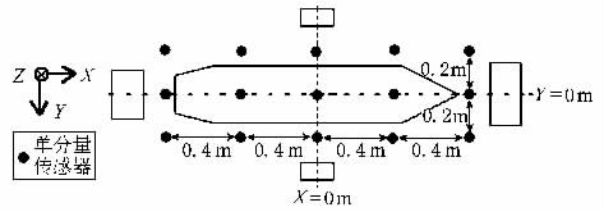


图 6 传感器布置示意图

把小船模近似看成一个薄壳铁盒,将它和其他铁盒进行划分,共得到 808 个小部分,相应的系数矩阵 A 是 15 × 808 的,求得 A 的条件数 $\text{cond}(A) = 35.99$,这个条件数较小,直接利用广义逆求解等效磁荷分布,见图 7.

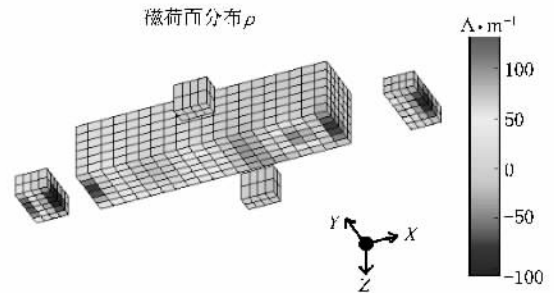


图 7 计算所得船模的磁荷面密度

将解得的磁荷分布代入(8)式来预测线段 $L = \{(X, Y, Z) | -3 \leq X \leq 3, Y = 0, Z = 0.682\}$ (m)上磁场强度的 X 分量 H_x , 并与实测值进行比较,如图 8 所示.

计算得到此时 H_x 预测的最大相对误差 $e_{\text{maxerr}} = 13.21\%$,可以满足实际工程需求.

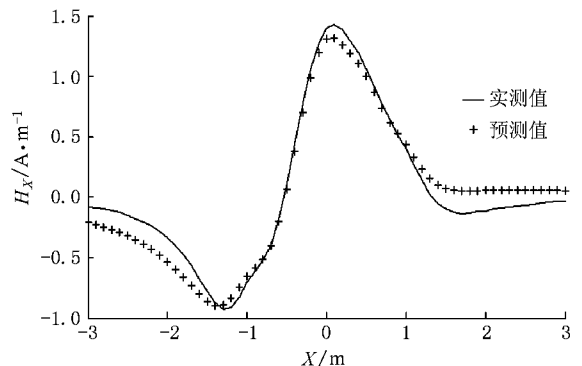


图 8 磁场预测值与实测值的比较

6. 结 论

本文从等效源观点出发,把薄壳船体视为等效磁荷面分布,建立并近似求解了该分布与传感器测

量值之间满足的积分方程,以条件数检验线性方程组的病态程度,最后利用解得的磁荷分布进行磁场预测.数值模拟和船模实验验证了本方法具有较高的预测精度,因此具有一定的工程应用价值.

- [1] Zhou Y Z , Zhang G Y 2004 *Analyses and Calculations of Magnetic Fields of Warships* (Beijing : National Defence Industry Press)(in Chinese)[周耀忠、张国友 2004 舰船磁场分析计算(北京:国防工业出版社)]
- [2] Norgren M , Sailing H 2000 *IEEE Trans. Magn.* **36** 308
- [3] Tejedor M , Rubio H , Elbaile L , Iglesias R 1995 *IEEE Trans. Magn.* **31** 830
- [4] Frumkis L , Benzion K 1999 *IEEE Trans. Magn.* **35** 4151
- [5] Cauffet G , Costa M C , Coulomb J L , Bongiraud J P 2001 *NUMELEC '2000* (Paris : Hermes Science Publications) p55—63
- [6] Wingo R A , Holmes J J , Lackey M H 1992 *Nav. Eng. J.* **104** 219
- [7] Stratton J A 1941 *Electromagnetic Theory* (New York : McGraw-Hill)
- [8] Delves L M , Walsh J 1974 *Numerical Solution of Integral Equations* (Oxford : Clarendon Press)
- [9] Xu S F 1995 *Theories and Methods of Matrix Computation* (Beijing : Peking University Press)(in Chinese)[徐树方 1995 矩阵计算的理论与方法(北京:北京大学出版社)]
- [10] Chadebec O , Coulomb J L , Cauffet G , Bongiraud J P 2003 *IEEE Trans. Magn.* **39** 1634
- [11] Chen J , Jia W Q , Li J Q , Yang C 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4258 (in Chinese)[陈 进、贾文强、李加庆、杨 超 2008 物理学报 **57** 4258]
- [12] Cai Q F , Gao S T , Huang S X , Li Z Q , Zhong K 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3912 (in Chinese)[蔡其发、高守亭、黄思训、李自强、钟 科 2008 物理学报 **57** 3912]
- [13] Brunotte X , Meunier G , Bongiraud J P 1993 *IEEE Trans. Magn.* **29** 1970

A method for magnetic field prediction caused by naval vessels using magnetic charge distribution^{*}

Chen Jie[†] Lu Xi-Wen

(School of Science , East China University of Science and Technology , Shanghai 200237 , China)

(Received 10 September 2008 ; revised manuscript received 5 November 2008)

Abstract

From the viewpoint of equivalent sources , the ferromagnetic hull of naval vessels is regarded as a magnetic charge layer , and a Fredholm integral equation of the first kind relating the layer with the measurements of magnetic field sensors is developed. After the discretization of the integral equation , a system of linear equations is obtained which is solved by generalized inverse matrix , and the condition number is employed to assess whether the system is ill-posed. Then the field caused by the hull at an arbitrary point in the space is predicted by the calculated layer. A numerical simulation shows that our method can precisely identify the magnetization to predict the field. And finally a ship model is used to verify the method.

Keywords : naval vessels , magnetic field , magnetic charge , integral equation

PACC : 4110D , 0290

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10771067).

[†] E-mail : jiechen@mail.ecust.edu.cn