

基于半解析递归卷积的通用色散介质 FDTD 方法^{*}

张玉强^{1)†} 葛德彪¹⁾

1) 西安电子科技大学理学院物理系, 西安 710071)

2) 延安大学物理与电子信息学院, 延安 716000)

(2008 年 11 月 28 日收到, 2008 年 12 月 9 日收到修改稿)

基于数字信号处理中的半解析递归卷积(SARC)算法, 提出了一种用于色散介质电磁特性分析的半解析递归卷积时域有限差分方法(SARC FDTD). 该方法既保持了 FDTD 方法处理复杂目标的灵活性, 又吸取了线性系统 SARC 算法的绝对稳定性和高精度、低内存、高效率等优点, 只需给出色散介质模型的极点和对应系数, 即可运用 SARC FDTD 递推公式和通用程序进行计算, 具有较好的通用性. 通过 Debye, Drude 和 Lorentz 三种常用色散介质模型对算法进行了验证.

关键词: 时域有限差分, 色散介质, 半解析递归卷积

PACC: 4110H, 0350, 5240D

1. 引 言

近年来, 随着对时域有限差分(finite difference time domain, FDTD)方法研究的深入, 该方法在色散介质电磁问题处理中的应用引起人们极大关注. 由于色散介质的本构关系在时域为卷积形式, 直接应用于 FDTD 计算, 会占用计算机很大存储空间和较长的计算时间^[1], 因此, 针对如何快速、精确的进行色散介质 FDTD 计算, 先后提出了多种方法. 其中, Luebbers 等人提出的递归卷积(recursive convolution, RC)方法、Kelley 等提出的分段线性卷积(piecewise linear RC, PLRC)方法以及 Sinshansian 等提出的梯形递归卷积(trapezoidal RC, TRC)方法通过将介质极化率函数转化为时域指数函数, 使卷积可以递归方式求解, 实现了时域迭代计算^[1-6]. Okoniewski 等提出的 ADE 方法则是通过将介质本构关系首先表示为微分方程, 然后离散为差分方程, 从而实现时域迭代计算^[7,8]. Sullivan 等则采用 Z 变换法把频域本构关系变换到 Z 域, 然后再通过 Z 域得到时域递推式^[9-11]. 葛德彪等人提出的 SO 方法则先通过 $j\omega \rightarrow \partial/\partial t$ 进行介质本构关系频域到时域转换, 然后再利用微分算子到离散时域移位算子转换, 得到介质本构关系的时域离散式, 使色散介质 FDTD 计算得以

实现^[12-15].

在上述各种色散介质的 FDTD 方法中, 递归卷积方法在内存占用和计算效率等方面均占有优势, 但在实际计算时, 对不同的介质模型其 FDTD 更新方程有所不同, 这给应用带来许多不便. 而且, 现有的卷积方法一般是通过直接对电磁场量进行近似得到, 在系统性、扩展性和严格性方面略有不足. 半解析递归卷积(SARC)算法是一种在 DSP 技术中被广泛应用、建立在对输入信号的线性插值理论基础上的快速递归卷积算法, 具有低复杂性、绝对稳定和好的精度等优点, 不仅适用于稳定系统, 而且还适用于渐进稳定系统和非均匀网格情况的卷积递归计算^[16,17]. 本文将半解析递归卷积算法引入色散介质的 FDTD 计算, 提出了一种适用于通用色散介质的半解析递归卷积 FDTD(SARC FDTD)算法. 该算法既保持了原有递归算法的高精度、低内存、高效率等优点, 还使所得 FDTD 迭代式简单、通用, 对包括 Debye, Drude, Lorentz 在内的通用色散介质模型具有完全相同的形式, 使用时只需给出介质模型的极点及其留数, 不需要再做任何附加推导, 非常方便和灵活. 同时, 由于算法是建立在数值插值理论基础之上, 推导严格, 概念清楚, 并具有较好可扩展性. 最后, 通过 Debye, Drude, Lorentz 三种常用色散介质模型, 验证了本文算法的通用性和有效性.

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60871071)资助的课题.

[†] E-mail: ya_zyq@yahoo.com.cn

2. 半解析递归卷积算法

对于线性时不变因果系统,如果系统冲激响应可以表示为

$$h(t) = \sum_{q=1}^Q H_q e^{-\alpha_q t} u(t), \quad (1)$$

对于任意激励 $x(t)$, 系统输出则为冲激响应函数 $h(t)$ 与激励 $x(t)$ 的卷积, 即

$$y(t) = \int_0^t h(t-\tau)x(\tau) d\tau. \quad (2)$$

将(1)式代入(2)式, 然后以间隔 Δt 进行时间离散, 并设 $y^n = y(n\Delta t)$, $x^n = x(n\Delta t)$, $I^n = I(n\Delta t)$, 则可得时域离散形式的系统输出为(见附录)

$$y^n = \sum_{q=1}^Q y_q^n, \quad (3)$$

其中

$$y_q^n = e^{-\alpha_q \Delta t} y_q^{n-1} + I_q^n, \quad (4)$$

$$I_q^n = H_q \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} e^{-\alpha_q (n\Delta t - \tau)} x(\tau) d\tau, \quad (5)$$

即系统输出的时域离散式具有半解析递归形式.

要使 y^n 最终通过递归方式求解, 就必须先通过 $x(\tau)$ 的离散值求出 I_q^n . 将激励源 $x(\tau)$ 在 $\tau \in ((n-1)\Delta t, n\Delta t)$ 内的值用插值多项式近似表示, 即

$$x(\tau) = \sum_{r=0}^R A_r \tau^r, \quad (6)$$

其中, R 表示近似的阶数, 系数 A_r 根据具体的插值方式由 $x(\tau)$ 上的离散值 x^n, x^{n-1} 等构成. 具体的插值方式和近似阶数, 可以根据激励 $x(\tau)$ 的特点、离散方式及计算精度等进行选择. 将(6)式代入(5)式进行积分可得

$$I_q^n = \sum_{r=0}^R C_{r,q} x^{n-r}, \quad (7)$$

式中的 $C_{r,q}$ 与具体插值方式有关. 采用不同的插值方式和近似阶数, I_q^n 的形式和近似程度有所不同.

以 Newton 插值为例, $x(\tau)$ 可以表示为

$$x(\tau) = x_{ne} + \frac{x^n - x^{n-1}}{\Delta t} (\tau - (n-1)\Delta t) + \dots, \quad (8)$$

若取零阶近似, 即 $R = 0$, 则有

$$x(\tau) \approx x_{ne}, \quad (9)$$

代入(4)式和(5)式可得

$$y_q^n = e^{-\alpha_q \Delta t} y_q^{n-1} + c_{0,q} x_{ne}, \quad (10)$$

其中

$$c_{0,q} = \begin{cases} H_q \Delta t, & \alpha_q = 0, \\ \left(\frac{H_q}{\alpha_q} \right) (1 - e^{-\alpha_q \Delta t}), & \alpha_q \neq 0. \end{cases} \quad (11)$$

当(9)式中的 $x_{ne} = x^n$ 时, 即(10)式对应一般的递归卷积(RC)式; 当 $x_{ne} = \frac{(x^n + x^{n-1})}{2}$ 时, 即(10)式对应于梯形递归卷积(TRC)式. 若对(8)式取一阶近似, 即 $R = 1$, 则有

$$x(\tau) \approx x^{n-1} + \frac{x^n - x^{n-1}}{\Delta t} (\tau - (n-1)\Delta t), \quad (12)$$

代入(5)式, 并对积分变量 τ 作 $\tau = \tau + (n-1)\Delta t$ 变换, 可得

$$y_q^n = e^{-\alpha_q \Delta t} y_q^{n-1} + c_{0,q} x^n + c_{1,q} x^{n-1}, \quad (13)$$

其中

$$c_{0,q} = \begin{cases} (H_q \Delta t) / 2, & \alpha_q = 0, \\ \frac{H_q}{\alpha_q} (1 - (1 - e^{-\alpha_q \Delta t}) / (\alpha_q \Delta t)), & \alpha_q \neq 0, \end{cases} \quad (14)$$

$$c_{1,q} = \begin{cases} (H_q \Delta t) / 2, & \alpha_q = 0, \\ \frac{H_q}{\alpha_q} ((1 - e^{-\alpha_q \Delta t}) / (\alpha_q \Delta t) - e^{-\alpha_q \Delta t}), & \alpha_q \neq 0. \end{cases} \quad (15)$$

(13)式与分段线形递归卷积(PLRC)式对应. 同理, 可根据要求采用其它插值方式和近似阶数.

3. 通用色散介质 SARC FDTD 更新方程

已知色散介质中的麦克斯韦旋度方程可以表示为

$$\partial \mathbf{D} / \partial t = \nabla \times \mathbf{H} - \sigma \mathbf{E}, \quad (16)$$

$$-\partial \mathbf{B} / \partial t = \nabla \times \mathbf{E}. \quad (17)$$

为了讨论简单, 考虑无色散情况, 即介质的本构关系可以表示为

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (18)$$

$$\mathbf{D}(\omega) = \epsilon(\omega) \mathbf{E}(\omega), \quad (19)$$

式中 $\epsilon(\omega)$ 为介质的介电系数, 可进一步表示为

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 (\epsilon_\infty + \chi(\omega)), \quad (20)$$

ϵ_0 是自由空间的介电常数, ϵ_∞ 是在无限大频率时介质的相对介电常数, $\chi(\omega)$ 是介质的极化率函数. 可以证明, 包括 Debye, Drude 和 Lorentz 等常用模型在内的色散介质, 其极化率函数 $\chi(\omega)$ 在频域可以表示为^[5,15]

$$\chi(\omega) = \frac{\beta_P(j\omega)^P + \beta_{P-1}(j\omega)^{P-1} + \dots + \beta_1(j\omega) + \beta_0}{\zeta_Q(j\omega)^Q + \zeta_{Q-1}(j\omega)^{Q-1} + \dots + \zeta_1(j\omega) + \zeta_0} \quad (Q > P). \quad (21)$$

现将 $\varepsilon(\omega)$ 代入 (19) 式, 并令 $P(\omega) = \chi(\omega)E(\omega)$, 然后对 (19) 式进行傅里叶逆变换, 可得其对应的时域表达式

$$D(t) = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty E(t) + \varepsilon_0 P(t), \quad (22)$$

其中, $P(t)$ 为 $\chi(t)$ 和 $E(t)$ 的卷积, 即

$$P(t) = \int_0^t \chi(t-\tau)E(\tau) d\tau. \quad (23)$$

注意到 (21) 式的时域形式可写为^[56]

$$\chi(t) = \sum_{q=1}^Q \text{Im}[G_q e^{-\gamma_q t} u(t)], \quad (24)$$

其中, Im 是取虚部算符, $G_q = A_q + jB_q$, $\gamma_q = \alpha_q - j\omega_q$. 将 (24) 式与 (1) 式对比可见, $\chi(t)$ 与 (1) 式所示的线性时不变因果系统的冲激响应相同. 因此, (23) 式可应用前述半解析递归卷积求解. 设 $P^n =$

$$P(n\Delta t) = \sum_{q=1}^Q \psi_q^n, D^n = D(n\Delta t), E^n = E(n\Delta t),$$

则由 (2)–(5) 式可得

$$\psi_q^n = \text{Im}[e^{-\gamma_q \Delta t} \psi_q^{n-1} + \Delta \psi_q^n], \quad (25)$$

其中

$$\Delta \psi_q^n = G_q \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} e^{-\gamma_q(n\Delta t-\tau)} E(\tau) d\tau. \quad (26)$$

上式的积分计算与 $E(\tau)$ 所采用的插值方式和近似阶数有关, 如果 $E(\tau)$ 在区间 $\tau \in [n\Delta t, (n+1)\Delta t]$ 采用 (12) 式所示一阶 Newton 插值近似, 即

$$E(\tau) = E^n + \frac{E^{n+1} - E^n}{\Delta t}(\tau - n\Delta t). \quad (27)$$

由 (13)–(15) 式可得

$$\psi_q^{n+1} = \text{Im}[e^{-\gamma_q \Delta t} \psi_q^n + c_{0,q} E^{n+1} + c_{1,q} E^n], \quad (28)$$

式中的系数 $c_{0,q}$ 和 $c_{1,q}$ 可通过令 $\alpha_q = \gamma_q$, $H_q = G_q$ 由 (14) 和 (15) 式求得. 然后, 对 (22) 式进行时域离散, 并将由 (28) 式求出的 P^n 和 P^{n+1} 代入, 可得

$$D^n = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty E^n + \sum_{q=1}^Q \text{Im}[\psi_q^n], \quad (29)$$

$$D^{n+1} = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty E^{n+1} + \sum_{q=1}^Q \text{Im}[e^{-\gamma_q \Delta t} \psi_q^n + c_{0,q} E^{n+1} + c_{1,q} E^n] \quad (30)$$

最后, 将 (16) 式按 Yee 方式进行离散, 代入 (29) 和

$$(30) \text{ 式, 并对 } E^{n+1/2} \text{ 采用时间平均值近似, 即 } E^{n+1/2} = \frac{(E^{n+1} + E^n)}{2}, \text{ 整理可得}$$

$$E^{n+1} = CA \cdot E^n + CB \cdot (\nabla \times H) + CC \cdot \text{Im} \sum_{q=1}^Q [(1 - e^{-\gamma_q \Delta t}) \psi_q^n], \quad (31)$$

其中

$$CA = \frac{[\varepsilon_0(\varepsilon_\infty - \text{Im} \sum_{q=1}^Q c_{1,q}) - \frac{\sigma \Delta t}{2}]}{[\varepsilon_0(\varepsilon_\infty + \text{Im} \sum_{q=1}^Q c_{0,q}) + \frac{\sigma \Delta t}{2}]}, \quad (32)$$

$$CB = \Delta t \left[\varepsilon_0(\varepsilon_\infty + \text{Im} \sum_{q=1}^Q c_{0,q}) + \frac{\sigma \Delta t}{2} \right], \quad (33)$$

$$CC = \varepsilon_0 \left[\varepsilon_0(\varepsilon_\infty + \text{Im} \sum_{q=1}^Q c_{0,q}) + \frac{\sigma \Delta t}{2} \right]. \quad (34)$$

(31) 式即为所得色散介质 SARC FDTD 的电场更新公式, 与 PLRC FDTD 中的电场更新方程对应. 同理, 如对 $E(\tau)$ 在 $\tau \in [n\Delta t, (n+1)\Delta t]$ 区间的值取零阶近似, 可得与 RC 方法对应的电场更新公式 (当 $x_{ne} = x^n$ 时) 或与 TRC 方法对应的电场更新公式 (当 $x_{ne} = (x^n + x^{n-1})/2$). 也可采用其他插值方式或其他阶近似.

由 (13)–(15) 式和 (31)–(34) 式及 (28) 式可见, E^{n+1} 和 ψ_q^n 的更新公式和系数具有不随介质模型变化的通用形式, 都只与时间离散步长 Δt 、介质极化率 $\chi(t)$ 的极点 γ_q 及其系数 G_q 有关, 并当 $G_q = 0$ 时, 可退化为常规 FDTD 形式, 形式简洁. 在实际计算时, 只需给出色散介质极化率函数 $\chi(t)$ 的极点 γ_q 及其系数 G_q 和时间步长 Δt , 不再需要通过计算 $\chi^m, \zeta^m, \Delta \chi^m, \Delta \zeta^m$ 等积分确定 E^{n+1} 和 ψ^n 的更新系数, 使用非常方便.

4. 三种常见色散介质模型

为了验证 SARC FDTD 方法的有效性和通用性, 分别考虑 Debye、Drude 和 Lorentz 三种常用色散介质模型. 计算中采用立方体网格进行空间离散, 高斯脉冲激励. 图中的实线为 SARC FDTD 计算结果, 作为比较也给出 Mie 级数结果, 由图 1 至图 3 可见, 二者符合很好.

Debye 色散介质模型. 塑料泡沫可近似看为一阶有耗 Debye 介质, (16) 式中电导率 $\sigma = 2.95 \times 10^{-4} \text{ S/m}$, 极化率函数的频域形式为

$$\chi(\omega) = \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty)}{1 + j\omega\tau} = \frac{\Delta\epsilon}{1 + j\omega\tau}, \quad (35)$$

可得对应的极点及其系数为

$$\gamma = \frac{1}{\tau} - j0, G = 0.0 + j\frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{\tau}, \quad (36)$$

其中 静态频率相对介电系数 $\epsilon_s = 1.16$, 无限频率相对介电系数 $\epsilon_\infty = 1.01$, 弛豫时间 $\tau = 6.497 \times 10^{-10}$ s. 设塑料泡沫球的半径 $r = 3.75 \times 10^{-3}$ m, 网格尺寸 $\delta = 0.005$ m, 塑料泡沫介质球的后向 RCS 计算结果如图 1.

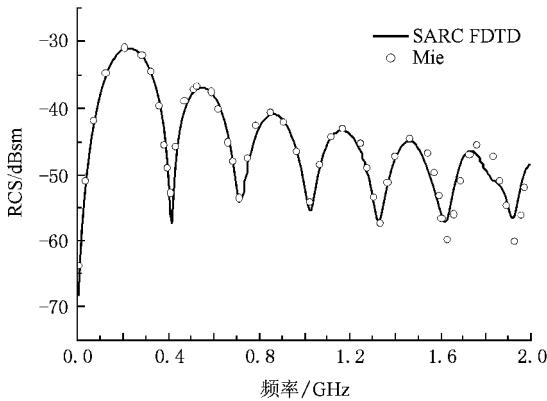


图 1 Debye 介质球后向散射 RCS

Drude 色散介质模型. 非磁化等离子体是一种典型的 Drude 模型色散介质, 其极化率函数在频域的形式为

$$\chi(\omega) = \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + jv_c)} = \frac{\omega_p^2/v_c}{j\omega} - \frac{\omega_p^2/v_c}{v_c + j\omega} \quad (37)$$

可得极点及其对应的系数为

$$\gamma_1 = 0 + j0, \quad \gamma_2 = v_c + j0;$$

$$G_1 = 0.0 - j\frac{\omega_p^2}{v_c}, \quad G_2 = 0.0 + j\frac{\omega_p^2}{v_c}, \quad (38)$$

其中 等离子体角频率 $\omega_p = 2\pi \times 28.7 \times 10^9$ Hz, 碰撞频率 $v_c = 2.0 \times 10^{10}$ s⁻¹. 设等离子体球的半径 $r = 3.75 \times 10^{-3}$ m, 网格尺寸 $\delta = 5.0 \times 10^{-5}$ m. 等离子体球的后向 RCS 计算结果如图 2.

Lorentz 色散介质模型. 一阶 Lorentz 模型的频域形式为

$$\begin{aligned} \chi(\omega) &= (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \frac{\omega_q^2}{\omega_q^2 + j2\omega\delta_q - \omega^2} \\ &= \frac{\Delta\epsilon_q \omega_q^2}{\omega_q^2 + j2\omega\delta_q - \omega^2}, \end{aligned} \quad (39)$$

极点及其系数分别为

$$\gamma_q = \delta_q - j\sqrt{\omega_q^2 - \delta_q^2},$$

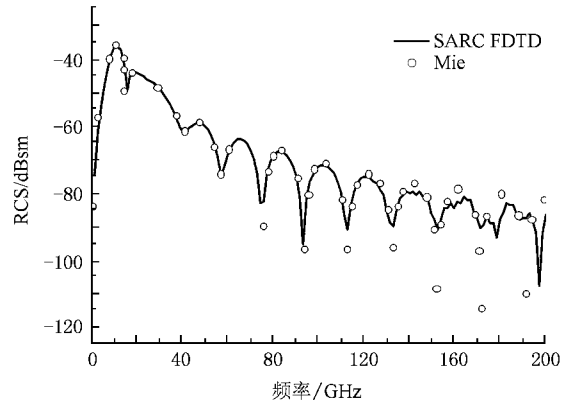


图 2 等离子体球的后向散射 RCS

$$G_q = \frac{\Delta\epsilon_q \omega_q^2}{\sqrt{\omega_q^2 - \delta_q^2}} - j0.0, \quad (40)$$

其中 静态频率相对介电系数 $\epsilon_s = 2.25$, 无限频率相对介电系数 $\epsilon_\infty = 1.0$, 衰减常数 $\delta_q = 0.28 \times 10^{16}$ s⁻¹, 共振角频率 $\omega_q = 4.0 \times 10^{16}$ Hz. 设 Lorentz 介质球半径 $r = 15.0 \times 10^{-9}$ m, 网格尺寸 $\delta = 3.0 \times 10^{-10}$ m. Lorentz 介质球的后向 RCS 计算结果如图 3.

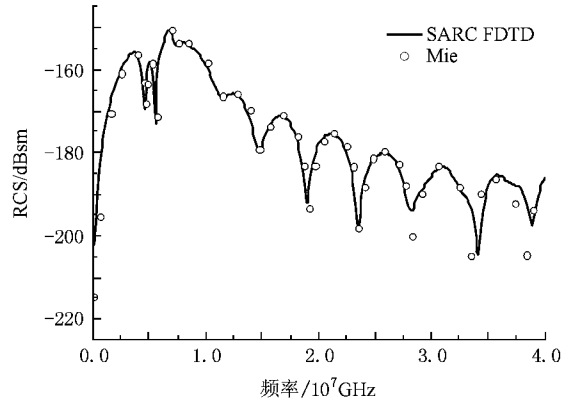


图 3 Lorentz 球的后向散射 RCS

5. 结论和讨论

半解析递归卷积(SARC)算法是一种在 DSP 技术中被广泛应用的、建立在对输入信号的线性插值理论基础上的快速递归卷积算法, 具有低复杂性、绝对稳定和好的精度等优点. 本文应用半解析递归卷积算法推导了色散介质 SARC FDTD 更新公式, 所得更新公式不仅保持了原有递归算法的高精度、低内存、高效率等优点, 而且通用性好, 使用简便. 最后, 将其应用于三种常用色散模型, 验证了本文算法的

有效性. 由于 FDTD 方法适用于目标具有复杂外形和非均匀介质的电磁计算, 本文给出的 SARC FDTD 也可用于复杂目标的电磁特性分析.

实际上, SARC FDTD 算法同样可用于磁色散介质和各向异性色散介质情况. 同时, 由于 SARC 算法具有严格的插值理论基础, 不仅适用于稳定系统, 还能适用于渐进稳定系统. 如果选择适当的插值方式, 还可用于非均匀时间步长的递归计算. 因此, SARC FDTD 算法将可以进一步推广到色散介质的非均匀网格情况.

附录 半解析递归卷积公式推导

设一个线性时不变因果系统, 冲激响应

$$h(t) = \sum_{q=1}^Q H_q e^{-\alpha_q t} u(t),$$

激励为 $x(t)$, 则系统的输出可以表示为冲激响应 $h(t)$ 与激励 $x(t)$ 的卷积, 即

$$y(t) = \int_0^t h(t-\tau) x(\tau) d\tau,$$

对时间 t 以间隔 Δt 进行离散, 并设 $y^n = y(n\Delta t)$, $y_q^n = y_q(n\Delta t)$, 可得

$$y^n = \sum_{q=1}^Q y_q^n,$$

其中, y_q^n 为冲激响应 $h(t)$ 的第 q 项对应的输出, 可得

$$y_q^n = \int_0^{n\Delta t} H_q e^{-\alpha_q (n\Delta t - \tau)} x(\tau) d\tau.$$

将 $[0, n\Delta t]$ 区间的积分分为 $[0, (n-1)\Delta t]$ 区间的积分和 $[(n-1)\Delta t, n\Delta t]$ 区间的积分两项, 可得

$$y_q^n = \int_0^{(n-1)\Delta t} H_q e^{-\alpha_q (n\Delta t - \tau)} x(\tau) d\tau + \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} H_q e^{-\alpha_q (n\Delta t - \tau)} x(\tau) d\tau,$$

从等式右边第一项中指数函数提出 $e^{-\alpha_q \Delta t}$ 后可得 y_q^{n-1} , 第二项记为 I_q^n , 即得到

$$y_q^n = e^{-\alpha_q \Delta t} y_q^{n-1} + I_q^n,$$

$$I_q^n = \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} H_q e^{-\alpha_q (n\Delta t - \tau)} x(\tau) d\tau.$$

- [1] Luebbers R J, Huusberger F et al 1990 *IEEE Trans. on Electromagn Compat.* **32** 222
- [2] Luebbers R J, Huusberger F, Kunz K S 1991 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **39** 29
- [3] Luebbers R J, Hunsberger F 1992 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **40** 1297
- [4] Kelley D F, Luebbers R J 1996 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **44** 792
- [5] Luebbers R J, Steich D, Kunz K 1993 *IEEE trans. Antennas Propagat.* **41** 1249
- [6] Fan G X, Liu Q H 2000 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **48** 637
- [7] Takayama Y, Klaus W 2002 *IEEE Microwave and Wireless Components Lett.* **12** 102
- [8] Okoniewski M, Mrozowski M, Stuchly M A 1997 *IEEE Microwave Guided Wave Lett.* **3** 121
- [9] Sullivan D M 1992 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **40** 1223
- [10] Sullivan D M 1996 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **44** 28
- [11] Abdijalilov K, Grebel H 2004 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **52** 2950
- [12] Ge D B, Wu Y L, Zhu X Q 2003 *Chin. J. Radio Sci.* **18** 359 (in

Chinese)[葛德彪、吴跃丽、朱湘琴 2003 电波科学学报 **18** 359]

- [13] Ge D B, Yan Y B 2005 *Finitie-Difference Time-Domain method for Electromagnetic waves* 2th ed (in Chinese)[葛德彪、闫玉波 2005 电磁波时域有限差分方法(第二版)(西安电子科技大学出版社)]
- [14] Yang H W, Chen R S, Zhang Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3464 (in Chinese)[杨宏伟、陈如山、张云 2006 物理学报 **55** 3464]
- [15] Wei B, Ge D B, Wang F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6290 (in Chinese)[魏兵、葛德彪、王飞 2008 物理学报 **57** 6290]
- [16] Janke W, Blakiewicz G 1995 *IEE Proc. Circuits Devices Syst.* **142** 125
- [17] Pietrenko W, Janke W, Kazimierzczuk M K 2001 *IEEE Trans Circuits and Syst.* **48** 1246
- [18] Yang L X, Ge D B, Wei B 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4509 (in Chinese)[杨利霞、葛德彪、魏兵 2007 物理学报 **56** 4509]
- [19] Yang L X, Ge D B 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1751 (in Chinese)[杨利霞、葛德彪 2006 物理学报 **55** 1751]
- [20] Yang L X, Ge D B, Zhao Y H et al 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2936 (in Chinese)[杨利霞、葛德彪、赵跃华等 2008 物理学报 **57** 2936]

An FDTD combined with semi-analytical recursive convolution algorithm for the analysis of general dispersive media *

Zhang Yu-Qiang^{1,2)†} Ge De-Biao¹⁾

¹⁾ *Department of Physics, Xi'dian University, Xi'an 710071, China*

²⁾ *School of Physics & Electronic Information, Yan'an University, Yan'an 716000, China*

(Received 28 November 2008 ; revised manuscript received 9 December 2008)

Abstract

A novel finite-difference time-domain (FDTD) method combined with the semi-analytical recursive convolution (SARC) algorithm in DSP techniques for the analysis of electromagnetic characteristics in dispersive media is presented. In this method, the flexibility of FDTD in dealing with complicated objects is retained, while the advantages of absolute stability, high accuracy, low storage and high effectiveness of SARC in treating the linear system problem is introduced. The proposed SARC FDTD approach can therefore be applied to the analysis of general dispersive media provided the poles and corresponding coefficients in the dispersive medium model of interest are given. Three typical kinds of dispersive model, i. e. Debye, Drude and Lorentz medium are tested to demonstrate the feasibility of the present scheme.

Keywords : finite-difference time-domain (FDTD) method, dispersive media, semi-analytical recursive convolution (SARC)

PACC : 4110H, 0350, 5240D

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60871071).

† E-mail : ya_zyq@yahoo.com.cn