

# 换热器性能分析新方法\*

柳雄斌 过增元†

(清华大学工程力学系, 北京 100084)

(2008 年 10 月 25 日收到, 2008 年 11 月 20 日收到修改稿)

鉴于以加热或冷却为目的的热量传递过程, 其不可逆性应以 耗散率来度量, 为此可以用换热器中的 耗散率定义换热器的当量热阻, 它既包含换热器中的传热热阻, 还包含了由非逆流形式和非平衡流引起的附加热阻. 换热器当量热阻的倒数称之为换热器的当量热导. 通过 耗散定义的换热器当量热阻建立了传热不可逆性与有效度的联系, 并导得了换热器有效度与当量热导(热阻)和热容量流比的统一函数关系式, 它适用于不同流程布置的换热器. 因此, 有效度-热导(热阻)方法能更方便于不同类型换热器性能的分析 and 比较.

关键词: 换热器, 热阻, 耗散, 熵产

PACC: 4425, 8630R, 4490

## 1. 引 言

在现有文献中, 换热器的分析和设计通常有两种方法: 对数平均温差法和有效度-传热单元数法<sup>[1,2]</sup>. 对数平均温差法通常把传热系数  $U$  认为是常量, 传热面积  $A$  均匀分布, 把二者乘积看作换热器的热导, 则热量传递方程为

$$\dot{Q} = UA\Delta T_M, \quad (1)$$

其中  $\dot{Q}$  是热流,  $\Delta T_M$  是平均温差.

对于单流程的顺流或逆流换热器

$$\Delta T_M = \frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ln(\Delta T_a/\Delta T_b)} = \Delta T_{LM}, \quad (2)$$

其中  $\Delta T_{LM}$  称为对数平均温差(logarithmic mean temperature difference, LMTD),  $\Delta T_a$ ,  $\Delta T_b$  分别为两流体进口和出口温差.

对于叉流换热器和多流程换热器, 由于冷热流体的温度分布是多维的, 对数平均温差概念不再适用, 但是 Bowman 等<sup>[3]</sup>的分析表明, 可以在对数平均温差的基础上乘上一个修正因子, 就可以得到复杂流动布置换热器的正确的平均温差. 修正因子  $F \leq 1$ , 不同换热器类型具有不同的  $F$  值, 并可把它们作成图表.

当  $UA$  给定时, 平均温差愈大, 热交换量愈大,

即换热器性能愈好. 当流动布置型式和冷热流体进出口温差已知时, 我们就可以直接求得代表换热器性能的平均温差. 对于特定的热负荷, 就可求得所需换热面积, 反之亦然.

有效度-传热单元数法是由 Kays 和 London<sup>[4]</sup>提出的, 把流体间实际换热量与最大可能换热量之比定义为换热器的有效度, 显然, 有效度反映了换热器性能. 对于单流程的逆流和顺流换热器, 有效度的表达式为

$$\epsilon = \frac{1 - \exp[-N_{tu}(1+C)]}{1+C}, \quad (\text{顺流}), \quad (3a)$$

$$\epsilon = \frac{1 - \exp[-N_{tu}(1-C)]}{1 - C \exp[-N_{tu}(1-C)]}, \quad (\text{逆流}), \quad (3b)$$

其中  $N_{tu} = UA/C_{min}$ , 称为传热单元数,  $C = C_{min}/C_{max}$  是最小与最大热容量流之比.

对于叉流和某些多流程管壳式换热器, 其有效度都具有各自的分析表达式<sup>[5]</sup>. 对于一个给定的换热器, 当需要确定流体的进出口温度时, 采取有效度法比较方便(不需要迭代), 特别是在对不同类型的换热器分析比较时, 有效度方法优于对数平均温差法.

鉴于换热器中热量交换是不可逆过程, 人们试图建立传热过程不可逆性与换热器性能(有效度)之间的联系. Bejan<sup>[6]</sup>基于热力学第二定律, 用传热和摩擦引起的熵产生代表换热器中的不可逆性, 并用

\* 国家重点基础研究发展计划(973)项目(批准号 2007CB206901)资助的课题.

† 通讯联系人, E-mail: zlemgy@tsinghua.edu.cn

熵产数分析逆流换热器的性能. 他在讨论逆流换热器中熵产生与有效度的关系时, 发现有效度从 0 到 1 变化时, 熵产生有一最大值. 在 0 和此最大值之间, 随着  $N_{\text{in}}$  的增加,  $\epsilon$  增加, 这原本应与熵产减少相对应, 但熵产生反而增加了, 这不符合人们预期, 因此把它称之为“熵产悖论”<sup>[7]</sup>.

Hesselgreaves 等<sup>[8]</sup>采用其他方法把熵产无因次化以消除 Bejan 提出的熵产悖论. Shah 等<sup>[9]</sup>分析了 18 种典型换热器的性能, 表明当有效度最大时, 不可逆性(熵产)可以是最大、中间或者最小值. 因此 Shah 认为, 适用于热系统中热功转换过程的熵产最小与最大能源效率相对应的概念, 并不十分适用于热交换过程分析. 过增元<sup>[10,11]</sup>等的研究表明, 以加热或冷却为目的的热量传递过程的不可逆性是由耗散, 而不是由熵产来度量的, 并且还可以用耗散定义复杂边界条件下导热问题中的当量热阻.

本文在讨论不涉及热功转换的换热器中耗散的基础上, 定义了换热器的当量热阻, 并建立了它与有效度和热容量流比的关系式, 这一关系式适用于任何流动类型. 当量热阻定义式还适用于变传热系数的换热器.

## 2. 换热器中的耗散与当量热阻

### 2.1. 导热问题中的耗散与介质的当量热阻<sup>[10]</sup>

过增元等<sup>[10,11]</sup>借助于热电比拟, 引入了物体的“耗散”这个物理量:

$$E = \frac{1}{2} Q_{\text{th}} T, \quad (4)$$

其中  $Q_{\text{th}}$  是物体的内能,  $T$  是物体的温度. 反映了物体传递热量的能力并具有能量的含义, 它与电容器中的电能(电容与电势乘积之半)相对应. 在导热过程中, 热量是守恒的, 但因耗散而不守恒, 对于不涉及热功转换的热量传递过程, 其不可逆性的度量是耗散而不是熵产. 对于多维导热或具有内热源的导热, 原有热阻定义不再适用. 但是基于耗散可以定义具有复杂边界条件的介质的当量热阻<sup>[10,11]</sup>

$$R_{\text{h}} = \frac{\dot{E}_{\phi}}{\dot{Q}^2}, \quad (5)$$

其中  $\dot{Q}$  是热流,  $\dot{E}_{\phi} = \int_{\Omega} K \left( \frac{dT}{dn} \right)^2 d\Omega$  是介质中的耗散率,  $\Omega$  是传热域. 当量热阻的这一定义类似于

导电问题中的电阻, 可以由电能的耗散除电流平方而求得, 即  $R_e = \frac{\dot{E}_{\phi e}}{I^2}$

### 2.2. 换热器的耗散和当量热阻

对于图 1 所示的单流程的逆或顺流换热器, 常物性、定常流动的能量方程为

$$C \frac{dT(x)}{dx} = -\dot{q}(x), \quad (6)$$

其中  $C$  是热容量流, 等式左边是流体流经通道单位长度时焓流的变化,  $\dot{q}(x)$  则是两流体间热量交换的热流密度.

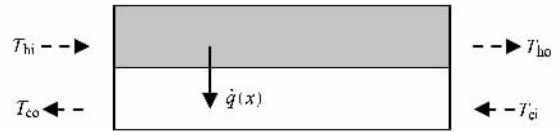


图 1 单流程换热器

式(6)两边乘以局部温度  $T$ , 则得

$$CT(x) \frac{dT(x)}{dx} = -T(x) \dot{q}(x), \quad (7)$$

等式左边是流体流经通道单位长度时焓流的变化, 右边则是两流体输出或输入的焓流密度. (7)式在整个流程上进行积分, 对于热流体

$$\begin{aligned} E_{\text{hi}} - E_{\text{ho}} &= \frac{1}{2} C_{\text{h}} T_{\text{hi}}^2 - \frac{1}{2} C_{\text{h}} T_{\text{ho}}^2 \\ &= \int_{\text{in}}^{\text{out}} \dot{q}(x) T_{\text{h}}(x) dx, \end{aligned} \quad (8a)$$

其中  $C_{\text{h}}$  是热流体的热容量流,  $T_{\text{hi}}, T_{\text{ho}}$  分别为热流体的进、出口温度,  $E_{\text{hi}}, E_{\text{ho}}$  分别为热流体的进、出口的焓流. 对于冷流体

$$\begin{aligned} E_{\text{co}} - E_{\text{ci}} &= \frac{1}{2} C_{\text{c}} T_{\text{co}}^2 - \frac{1}{2} C_{\text{c}} T_{\text{ci}}^2 \\ &= \int_{\text{in}}^{\text{out}} \dot{q}(x) T_{\text{c}}(x) dx, \end{aligned} \quad (8b)$$

其中  $C_{\text{c}}, T_{\text{ci}}, T_{\text{co}}$  分别为冷流体的进、出口温度,  $E_{\text{ci}}, E_{\text{co}}$  分别为冷流体的进、出口的焓流.

因此, 换热器中的耗散率为进入换热器的总焓流减去流出换热器的总焓流

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\phi} &= \dot{E}_{\text{i}} - \dot{E}_{\text{o}} \\ &= \left[ \frac{1}{2} C_{\text{h}} T_{\text{hi}}^2 + \frac{1}{2} C_{\text{c}} T_{\text{ci}}^2 \right] \\ &\quad - \left[ \frac{1}{2} C_{\text{h}} T_{\text{ho}}^2 + \frac{1}{2} C_{\text{c}} T_{\text{co}}^2 \right]. \end{aligned} \quad (9a)$$

对于一维顺流或逆流换热器, 耗散率又可表达为

$$\begin{aligned} \dot{E}_\phi &= \int_L \dot{q}(x) [T_h(x) - T_c(x)] dx \\ &= \int_L U(x) [\Delta T(x)]^2 dx. \end{aligned} \quad (9b)$$

表达式(9a)和(9b)虽由单流程换热器导出, 但是它们同样适用于任何流型的换热器, 而且还适用于变传热系数的情况. 因为(9a)式右边是以流体的初、终温度表示的, 而(9b)式右边则是对整个换热器域的积分, 它们都与换热器的流动型式无关. 有了耗散的表达式, 就可定义换热器的当量热阻

$$R_{ex} = \frac{\dot{E}_\phi}{\dot{Q}^2}, \quad (10)$$

其中  $\dot{Q} = \int_S \dot{q} dS$ ,  $S$  是换热面积.

定义换热器的当量温差为

$$\Delta T_{ex} = \frac{\dot{E}_\phi}{\dot{Q}} = R_{ex} \dot{Q}. \quad (11)$$

把(9a)式代入上式得

$$\begin{aligned} \Delta T_{ex} &= \frac{\frac{1}{2} C_h T_{hi}^2 - \frac{1}{2} C_h T_{ho}^2 - \frac{1}{2} C_c T_{co}^2 + \frac{1}{2} C_c T_{ci}^2}{C_h(T_{hi} - T_{ho}) - C_c(T_{co} - T_{ci})} \\ &= \frac{1}{2}(T_{hi} + T_{ho}) - \frac{1}{2}(T_{co} + T_{ci}) \\ &= \Delta T_{AM}, \end{aligned} \quad (12)$$

也就是说, 换热器的当量温差就等于冷热流体初终端温度的算术平均温差, 因此换热器的当量热阻可以表示为

$$R_{ex} = \frac{\Delta T_{ex}}{\dot{Q}} = \frac{\Delta T_{AM}}{\dot{Q}}. \quad (13)$$

我们把现有文献中的换热器热阻(见方程(1))称为传热热阻, 即

$$R_{conv} = (UA)^{-1} = \frac{\Delta T_M}{\dot{Q}}, \quad (14)$$

它与换热器当量热阻的关系是

$$R_{ex} = R_{conv} \cdot \frac{\Delta T_{AM}}{\Delta T_M} = \left(\frac{1}{UA}\right) \frac{\Delta T_{AM}}{\Delta T_M}, \quad (15)$$

其中  $f = \frac{\Delta T_{AM}}{\Delta T_M} = f \geq 1$ , 称为热阻因子, 对于热容量流比等于1的逆流换热器,  $f=1$ , 这表明此时换热器的当量热阻等于传热热阻, 对于非逆流以及热容量流比不等于1的换热器, 其当量热阻都大于对流换热热阻, 因此热阻因子  $f$  的物理意义是: 因流型偏离逆流、热容量流比偏离1所引起的热阻增加. 也就是说, 换热器的当量热阻既包含了传热热阻, 还包含了

不同流型和热容量流比引起的热阻.

### 3. 有效度-热导(热阻)法

把(2)式代入(15)式, 可得到换热器热阻与有效度和热容量流的关系式(设冷流体为较小热容量流流体)

$$\begin{aligned} R_{ex} &= \left(\frac{1}{UA}\right) \frac{\Delta T_{AM}}{\Delta T_M} \\ &= \frac{1}{UA} \frac{UA}{C_{\min}(T_{co} - T_{ci})} \left[ \frac{T_{hi} + T_{ho}}{2} - \frac{T_{ci} + T_{co}}{2} \right] \\ &= \frac{(T_{hi} - T_{ci}) - \left( \frac{T_{hi} - T_{ho}}{2} + \frac{T_{co} - T_{ci}}{2} \right)}{C_{\min}(T_{co} - T_{ci})} \\ &= \frac{1}{C_{\min}} \left[ \frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{2} \left( \frac{C_{\min}}{C_{\max}} + 1 \right) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

可见最小热容量流愈大, 热阻就愈小, 所以可把热容量流理解为“流动”热导, 因为流量的大小影响的耗散和换热效果, 即使不考虑流速对对流换热

系数的影响;  $UA$  为传递热导, 而  $\frac{\Delta T_M}{\Delta T_{AM}}$  为流型热导因子, 因此可定义无因次热阻为

$$\overline{R_{ex}} = \left(\frac{R_{ex}}{C_{\min}}\right)^{-1} = \left[ \frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{2} \left( \frac{C_{\min}}{C_{\max}} + 1 \right) \right]. \quad (17)$$

无因次热阻的倒数定义为无因次热导

$$N_{ex} = \overline{R_{ex}}^{-1} = \frac{UA}{C_{\min}} \frac{\Delta T_M}{\Delta T_{AM}} = N_{tu} \frac{\Delta T_M}{\Delta T_{AM}}. \quad (18)$$

也可表达为

$$N_{ex} = \left[ \frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{2} \left( \frac{C_{\min}}{C_{\max}} + 1 \right) \right]^{-1}. \quad (19)$$

由(17)式和(19)式分别得到有效度的表达式

$$\epsilon = \frac{2}{2 \overline{R_{ex}} + (1 + C)}, \quad (20)$$

$$\epsilon = \frac{2 N_{ex}}{2 + N_{ex}(1 + C)}, \quad (21)$$

其中  $C = \frac{C_{\min}}{C_{\max}}$  是热容量流比.

(21)式表明换热器的有效度是换热器的当量热导和热容量流比的函数, 而与换热器的型式无关, 即它适用于任何流动型式的换热器.

现讨论几种典型情况:

1) 对于冷热流体热容量流相等的逆流换热器,  $C=1$ ,  $N_{ex} = N_{tu}$ .

由(21)式得

$$\epsilon = \frac{2N_{ex}}{2 + 2N_{ex}} = \frac{N_{tu}}{1 + N_{tu}} \quad (22)$$

它退化为现有文献中逆流换热器有效度的表达式。

2) 对于冷热流体热容量流相等,且传热面积很大的顺流换热器,  $C=1, N_{tu} \rightarrow \infty, \Delta T_{LM} \rightarrow 0$ ,

$$\epsilon = \frac{N_{ex}}{1 + N_{ex}} = 0.5, \quad (23)$$

所以

$$N_{ex} = N_{tu} \frac{\Delta T_{LM}}{\Delta T_{AM}} = 1. \quad (24)$$

3) 对于热容量流比趋于零,传热单元数趋于无穷大的顺流或逆流换热器,  $C \rightarrow 0, N_{tu} \rightarrow \infty, \Delta T_{LM} \rightarrow 0$  时,

$$\epsilon = \frac{2N_{ex}}{2 + N_{ex}} = 1, \quad (25)$$

所以

$$N_{ex} = N_{tu} \frac{\Delta T_{LM}}{\Delta T_{AM}} = 2. \quad (26)$$

(21) 式可以用图 2 表示。图 2 中  $C=1$  的曲线中的  $a$  点表示顺流换热器当  $N_{tu} \rightarrow \infty$  ( $N_{ex}=1$ ) 可能达到的有效度值, 因为其  $N_{ex}$  不可能大于 1, 所以有效度  $\epsilon_{max} = 0.5$ ; 对于  $C=0.5$  曲线,  $\epsilon_{max} = 0.66$  ( $b$  点); 对于  $C=0$  曲线,  $\epsilon_{max} = 1$  ( $c$  点)。其他流型 ( $C \neq 0$ ) 可能达到的有效度值则不能达到 1, 而只有逆流布置才能使  $\epsilon_{max} = 1$ 。

有效度-热导(热阻)法的优点:

1) 通过以耗散率定义的换热器当量热阻,建立了换热器中传热不可逆性与有效度之间的定量关系。

2) 与对数平均温差法与  $\epsilon-N_{tu}$  法不同, 如(21) 式和图 2 所示, 有效度与热导(热阻)和热容量流比的关系与换热器的流型无关, 有利于对不同流型换热器性能的比较。不同流型换热器的差别体现在: 对于相同的传热单元数, 不同流型换热器具有不同的换热器热导(热阻)。例如, 在同样的传热单元数下, 逆流的热导大于叉流的热导, 叉流的热导又大于顺流的热导。

3) 当换热器中的传热系数不为常数时, 对数平均温差和  $\epsilon-N_{tu}$  法都无法用分析表达式, 而只能用图表来表示换热器的性能, 而当量热阻定义式(10)仍然适用, 从而有利于换热器性能的分析与设计。

有效度-热导(热阻)法的缺点是: 当流体的出口

温度未知时, 在计算流体的出口温度和换热器热导(热阻)时, 需要进行迭代, 以及对复杂流型的换热器计算其热导较麻烦。

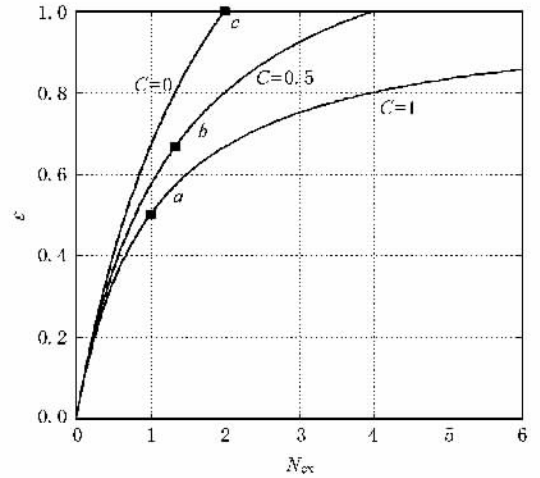


图 2 以  $C$  为参数的  $\epsilon-N_{ex}$  关系曲线

#### 4. 关于熵产悖论问题

Bejan<sup>[6]</sup>基于热力学第二定律和传热过程的熵产生率导出的熵产数与有效度的关系为

$$N_s = \frac{\dot{S}}{C_{min}} = \ln \left\{ \left[ 1 - \epsilon \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \right] \left[ 1 + \epsilon \left( \frac{T_1}{T_2} - 1 \right) \right] \right\}. \quad (27)$$

他认为换热面积的减小意味着热阻增加, 传热的不可逆性应该单调增加, 即熵产数应该单调地增

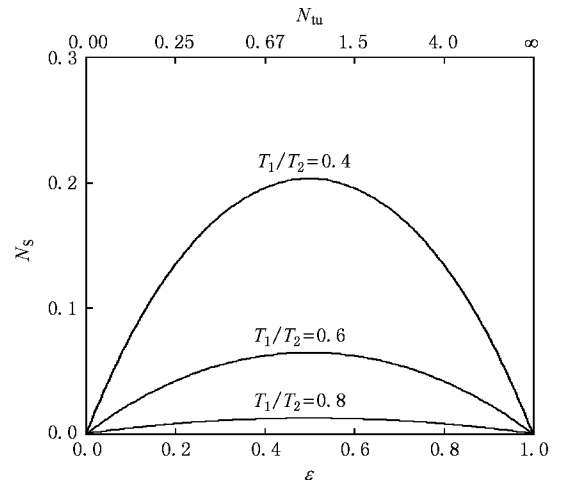


图 3  $N_s-\epsilon$  关系曲线

加.然而如图 3 所示,对于逆流换热器,随着  $N_{in}$  的减小,  $\epsilon$  单调减小,但熵产数  $N_S$  却有一个最大值,即在  $\epsilon \in [0, 0.5]$  区域内,随着  $N_{in}$  的减小,熵产生率反而减小了,故把  $\epsilon \in [0, 0.5]$  区域内熵产生与  $\epsilon$  的异常变化规律称为“熵产悖论”. Shah 等<sup>[9]</sup>的分析表明,逆流换热器  $\epsilon-N_S$  关系曲线中出现熵产最大值是温差不可逆性函数的本征特点而不是悖论.我们则认为,之所以把  $\epsilon-N_S$  曲线中出现最大值误认为是悖

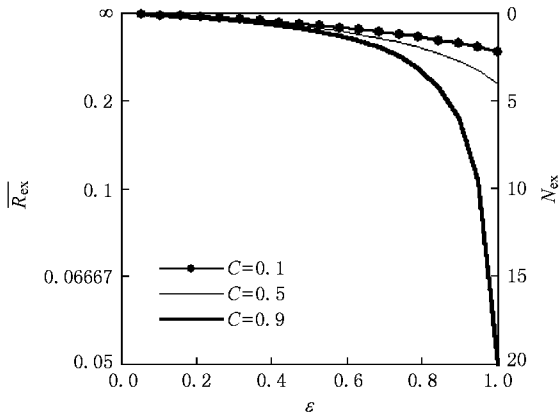


图 4 无因次当量热阻与效能的关系

论,是因为熵产数  $N_S$  不能反映换热器的热量传递不可逆性造成的.如前所述,换热器的当量热阻或无因次当量热阻反映了换热器的不可逆性,如图 4 所示.随着换热面积(传热单元数)的增加,有效度增加,换热器中的不可逆性,即换热器当量热阻是单调减小的,因此不存在悖论问题.

## 5. 结 论

1. 基于换热器的耗散定义了换热器的当量热阻(其倒数为换热器的热导),它是传热热阻(传热系数与传热面积的乘积的倒数)乘以算术平均温差与平均温差之比,后者反映了非逆流和非平衡流引起的热阻增加.

2. 与对数平均温差法和有效度-传热单元数法相比,所导得的有效度-热导(热阻)的统一关系式与换热器流程布置形式无关,所以更有利于不同类型换热器的性能分析和比较.

3. 对于任何换热器,反映换热器不可逆性的当量热阻在  $\epsilon \in (0, 1)$  范围内随传热单元数的增加,都是单调下降的,不会出现类似熵产悖论的问题.

[1] Rohsenow W M, Hartnett J P, Cho Y I 1998 *Handbook of Heat Transfer* (New York: McGraw-Hill)

[2] Holman J P 2002 *Heat Transfer* (ninth ed.) (McGraw-Hill)

[3] Bowman R A, Mueller A C, Nagle W M 1940 *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs.* **62** 283

[4] Kays W M, London A L 1955 *Compact Heat Exchangers* (New York: McGraw-Hill)

[5] Parker J D, Boggs J H, Blick E F 1969 *Introduction to Fluid Mechanics and Heat Transfer* (Addison-Wesley)

[6] Bejan A 1977 *J. Heat Transfer* **99** 374

[7] Bejan A 1998 *Advanced Engineering Thermodynamics* (New York: Wiley)

[8] Hesselgreaves J E 2000 *Int. J. Heat Mass Transfer* **43** 4189

[9] Shah R K, Skiepko T 2004 *J. Heat Transfer* **126** 994

[10] Guo Z Y, Liang X G, Zhu H Y 2006 *Prog. Nat. Sci.* **16** 1288 (in Chinese) [过增元、梁新刚、朱宏晔 2006 自然科学进展 **16** 1228]

[11] Guo Z Y, Zhu H Y, Liang X G 2007 *Int. J. Heat Mass Transfer* **50** 2545

# A novel method for heat exchanger analysis<sup>\*</sup>

Liu Xiong-Bin Guo Zeng-Yuan<sup>†</sup>

( *Department of Engineering Mechanics , Tsinghua University , Beijing 100084 , China* )

( Received 25 October 2008 ; revised manuscript received 20 November 2008 )

## Abstract

Since the heat transfer irreversibility of a heating or cooling process should be measured by the entransy dissipation rate , an equivalent thermal resistance for a heat exchanger was defined based on the entransy dissipation rate of the heat exchanger . The equivalent thermal resistance includes both the overall heat transfer resistance and the extra thermal resistance caused by the non-counter-flow arrangement and the non-equilibrium heat capacity rate ratio of a heat exchanger . The reciprocal of the equivalent thermal resistance was defined as the equivalent thermal conductance . The relationship is established between the heat transfer irreversibility and the effectiveness of a heat exchanger in terms of the equivalent thermal resistance . Finally , a formula describing the relation among the effectiveness , the equivalent thermal resistance and the heat capacity rate ratio is obtained which does not depend on the different flow arrangements . Therefore the effectiveness-thermal resistance ( conductance ) method is more suitable for the performance comparison of different heat exchangers .

**Keywords** : heat exchanger , thermal resistance , entransy dissipation , entropy

**PACC** : 4425 , 8630R , 4490

---

<sup>\*</sup> Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China ( Grant No. 2007CB206901 ).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail : ldengzy@tsinghua.edu.cn