

带初相位分布的径向基模激光束列阵 在湍流大气中的传输特性研究^{*}

郑巍巍 王丽琴 许静平 王立刚[†]

(浙江大学物理系光学研究所, 杭州 310027)

(2008 年 6 月 24 日收到, 2008 年 9 月 1 日收到修改稿)

利用相干叠加原理和广义 Huygens-Fresnel 衍射积分公式, 理论上研究了具有确定初始相位排列的激光束列阵通过大气湍流的传播特性. 发现在近距离的传输过程中, 列阵光束的光强分布会出现螺旋状分布(即光学涡旋). 但由于大气湍流的影响, 光束列阵远场涡旋特性随着传输距离的增加逐渐消失, 成为无旋涡的实心光束. 且当大气湍流变弱时, 旋涡特性的有效传输距离逐渐变长.

关键词: 大气湍流, 涡旋

PACC: 9265D, 9265R, 4260H

1. 引 言

多年以来, 光束在湍流大气中的传输问题一直引起极大的关注和深入的研究. 1967 年, Feizulin 等就对激光光束在湍流介质中的传输模型进行了探讨^[1]. 之后, 人们对平顶光束^[2], 空心高斯光束^[3], 厄米双曲余弦高斯光束^[4]等以及考虑部分相干的各种光束^[5-9]在湍流大气中的性质进行了广泛研究. 最近, 多个单光束组成的激光阵列由于其在大气光传输的潜在应用已引起人们的广泛注意^[10-12]. Strohschein 等研究了圆径向分布光束列阵的传播常数^[10]. Li 等推导出了在自由空间中径向分布的激光光束列阵的传输方程^[11]. Cai 等则探讨了在湍流大气中传输圆径向光束阵列和矩形光束阵列^[12], 所有这些研究都只关注相位锁定和无相位锁定的光束列阵传输特性的异同. 对于相位锁定情况, 到目前为止, 所有研究都指光束列阵中各光束的初始位相都是相同的.

最近, 我们提出了一种新的激光列阵模型, 各个单光束具有不同的初始相位, 我们发现该光束列阵远场具有涡旋光束的特性^[13]. 列阵光束产生涡旋光束最大的优点在于可控性. 不同的排列, 间距大小,

光束数目, 可很容易实现实时调控涡旋特性与光束质量. 由于光涡旋光束中心存在相位奇点且光强为零, 从而使得激光光束在湍流大气的传输表现不同的特性^[14-17]. 本文以我们提出的带初相位分布的列阵光束为模型, 探讨其在湍流大气中的传输性质. 首先, 在第二部分中从 Huygens-Kirchhoff 积分出发, 推导出由 N 个相干激光光束组成的列阵在湍流大气中传输时的平均光强分布的解析表达式. 在第三部分中利用这一结果进行了详细地数值模拟和分析. 最后, 在第四部分中给出了概括总结.

2. 径向排列的激光光束列阵在湍流大气中的传播

首先, 我们将简要地推导基模激光光束组成的阵列在湍流大气中的传输方程. 根据文献 [13], 假定该阵列由 N 个相同宽度的基模激光光束组成, 每一个光束都是圆对称的, 光束半宽度为 σ , 对于第 n 束激光, 它的圆心位置为 (a_n, b_n) , 其中 $a_n = R_0 \cos \alpha_n$, $b_n = R_0 \sin \alpha_n$, $\alpha_n = n\alpha_0$, $\alpha_0 = 2\pi/N$, $n = 1, 2, 3, \dots, N$. 设入射光束所在平面为 $z = 0$ 的面, 且沿 z 轴正方向传输. 在 $z = 0$ 平面内, 单束基模激光束初始的光场分布如下:

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10604047)和国家博士后科学基金(批准号: 20070421203, 20081478)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: sxwlg@yahoo.com.cn

$$E_n(x, a_n, y, b_n, \theta) = G_0 \exp\left[-\frac{(x - a_n)^2}{2\sigma^2} - \frac{(y - b_n)^2}{2\sigma^2}\right] \exp(i\varphi_n), \quad (1)$$

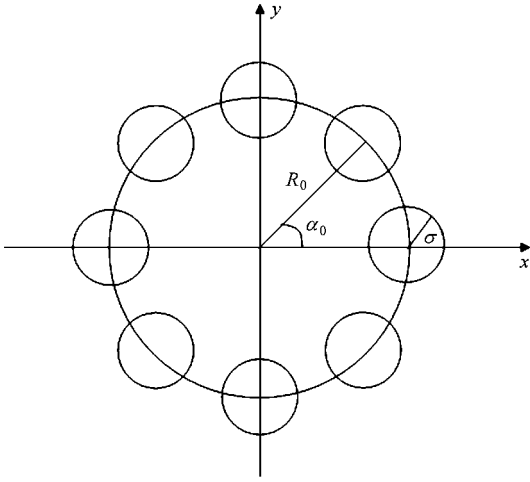


图1 径向排列的基模激光束阵列

其中 $\varphi_n = 2n\pi/N$ 是第 n 束激光的初始位相, σ 是单个光束半宽度, G_0 为常数. 则根据广义 Huygens-Fresnel 衍射积分^[18], 任意光束在大气中传输时, 其出射场振幅分布可从初始光场分布

$$E_{\text{out}}(\mu, \nu, z) = \iint E_n(x, a_n, y, b_n, \theta) \times \alpha(\mu, x, \nu, y, z) dx dy, \quad (2)$$

其中 $\alpha(\mu, x, \nu, y, z)$ 为傍轴近似条件下的格林函数, 在大气中为^[6]

$$\begin{aligned} \alpha(\mu, x, \nu, y, z) &= \left(-\frac{i}{\lambda z}\right) \exp\left(i\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \\ &\times \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda z}(x - \mu)^2 + i\frac{\pi}{\lambda z}(y - \nu)^2\right] \\ &\times \exp[\varphi(x, y, \theta; \mu, \nu, z)], \end{aligned} \quad (3)$$

其中 λ 是激光光束的波长, $\varphi(x, y, \theta; \mu, \nu, z)$ 是由于大气扰动而引入的随机因子. 把 (1) 式 (3) 式代入 (2) 式中, 我们可得到光束阵列中单个光束通过湍流大气的表达式, 结果如下:

$$\begin{aligned} E_{\text{out}}(\mu, \nu, z) &= \left(-\frac{i}{\lambda z}\right) \exp\left(i\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \iint G_0 \\ &\times \exp\left[-\frac{(x - a_n)^2}{2\sigma^2} - \frac{(y - b_n)^2}{2\sigma^2}\right] \exp(i\varphi_n) \\ &\times \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda z}(x - \mu)^2 + i\frac{\pi}{\lambda z}(y - \nu)^2\right] \\ &\times \exp[\varphi(x, y, \theta; \mu, \nu, z)] dx dy. \end{aligned} \quad (4)$$

假定初始各光束是完全相干叠加的, 故光束阵列总的场强分布表达式为

$$\begin{aligned} E_{\text{out}}^{\text{total}}(\mu, \nu, z) &= \left(-\frac{i}{\lambda z}\right) \exp\left(i\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \iint G_0 \sum_{i=1}^N \exp\left[-\frac{(x - a_n)^2}{2\sigma^2} - \frac{(y - b_n)^2}{2\sigma^2}\right] \exp(i\varphi_n) \\ &\times \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda z}(x - \mu)^2 + i\frac{\pi}{\lambda z}(y - \nu)^2\right] \\ &\times \exp[\varphi(x, y, \theta; \mu, \nu, z)] dx dy. \end{aligned} \quad (5)$$

从光场分布公式 (5), 我们非常容易求得平均光强分布, 写作

$$I_{\text{out}}^{\text{total}}(\mu, \nu, z) = E_{\text{out}}^{\text{total}}(\mu, \nu, z) E_{\text{out}}^{\text{total}*}(\mu, \nu, z), \quad (6)$$

其中, \cdot 表示对整个输出平面内的湍流大气介质中的光场求平均. 把 (5) 式代入 (6) 式, 则得

$$\begin{aligned} I_{\text{out}}^{\text{total}}(\mu, \nu, z) &= \frac{G_0^2}{\lambda^2 z^2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \iiint dx_1 dx_2 dy_1 dy_2 \\ &\times \exp\left[-\frac{(x_1 - a_n)^2}{2\sigma^2} - \frac{(y_1 - b_n)^2}{2\sigma^2}\right] \exp(i\varphi_n) \\ &\times \exp\left[-\frac{(x_2 - a_m)^2}{2\sigma^2} - \frac{(y_2 - b_m)^2}{2\sigma^2}\right] \exp(-i\varphi_m) \\ &\times \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda z}(x_1 - \mu)^2 + i\frac{\pi}{\lambda z}(y_1 - \nu)^2\right] \\ &\times \exp\left[-i\frac{\pi}{\lambda z}(x_2 - \mu)^2 - i\frac{\pi}{\lambda z}(y_2 - \nu)^2\right] \\ &\times \exp[\varphi(x_1, y_1, \theta; \mu, \nu, z)] \\ &\times \exp[\varphi^*(x_2, y_2, \theta; \mu, \nu, z)], \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $m = 1, 2, 3, \dots, N$ 代表第 m 束光束, (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 分别是第 n 束光束和第 m 束光束的空间直角坐标. 由于球面波的随机复相位部分的系统平均可作如下近似^[6, 12, 19]:

$$\begin{aligned} &\exp[\varphi(x_1, y_1, \theta; \mu, \nu, z)] \\ &\times \exp[\varphi^*(x_2, y_2, \theta; \mu, \nu, z)] \\ &\cong \exp\left\{-\frac{1}{\rho_0^2}[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\rho_0(z) = (0.545 C_n^2 k^2 z)^{-3/5} \quad (9)$$

是球面波在湍流大气中传播时的相干长度, C_n^2 是结构常数, 表示大气湍流的强度, 波数 $k = 2\pi/\lambda$.

把 (8) 式代入 (7) 式, 经过复杂的积分运算, 最后我们可得

$$\begin{aligned}
 I_{\text{out}}^{\text{total}}(\mu, \nu, rz) &= \frac{4G_0^2\sigma^4\pi^2\rho_0^2}{4\sigma^4\pi^2\rho_0^2 + 4\sigma^2\lambda^2z^2 + \lambda^2\rho_0^2z^2} \\
 &\times \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \exp\{-[(\mu + a_n)^2 + (\nu + b_n)^2] \\
 &\times (2\sigma^2\pi^2\rho_0^2 - i\lambda\pi\rho_0^2z) \\
 &- [(\mu + a_m)^2 + (\nu + b_m)^2] \\
 &\times (2\sigma^2\pi^2\rho_0^2 + i\lambda\pi\rho_0^2z) \\
 &- \lambda^2z^2[(a_n - a_m)^2 + (b_n - b_m)^2]\} \\
 &\times \exp[i(\varphi_n - \varphi_m)]. \tag{10}
 \end{aligned}$$

(10) 式表示带初始相位的基模光束列阵通过湍流大气的一般传输公式. 从(10)式中, 可以看出大气影响因子 ρ_0 对光束列阵有极大的影响.

3. 径向分布的光束列阵在湍流大气中传输的特性的数值分析

在这一部分中, 利用上节推导出的传输公式(10)对光束列阵在湍流大气中的具体传输进行数值模拟分析.

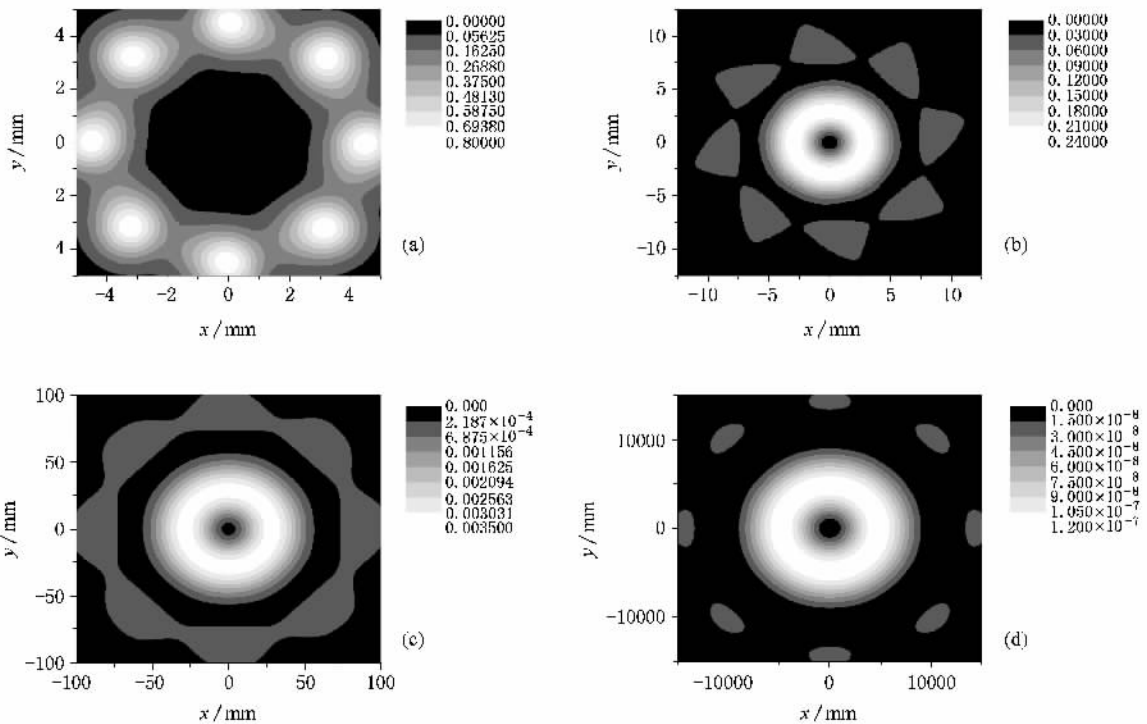


图 2 光束列阵在自由空间传输时, 在不同传输距离 z 的光强空间分布的等高线图 (a) $z = z_r$, (b) $z = 15z_r$; (c) $z = 150z_r$, (d) $z = 2500z_r$ (z_r 为瑞利距离)

首先, 我们来看光束列阵在自由空间中的传输特性. 图 2 表示在自由空间中不同传输距离 z 的光强空间分布. 在图 2 中, 各参数为光束数目 $N = 8$, 波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 初相位 $\varphi_n = 2n\pi/N = n\pi/4$, $\varphi_m = 2m\pi/N = m\pi/4$, 光束半径 $\sigma = 1 \text{ mm}$, 瑞利距离 $z_r = \pi\sigma^2/\lambda \approx 5 \text{ m}$, 光束排列在以 R_0 为半径的圆周上, 取 $R_0 = 4.5 \text{ mm}$. 由图 2 可知, 在近场区域 ($z = z_r$) 图 2 (a) 随着传输距离 z 的增加, 各光束之间发生了相干叠加, 光强主要分布在一个中间暗边缘亮的范围内, 即形成一空心光束. 并且, 即使在远场 $z =$

$2500z_r$ 处, 光束在自由空间传播时仍可保持空心. 另外, 由光束周围旁瓣在不同传播距离下的分布, 我们可以发现, 光强在空间的彼此分离分布, 呈现螺旋状结构(图 2(a)(b)(c)(d)), 即出现了光学涡旋. 这些传输现象已经在文献 [13] 中详细讨论.

图 3 是光束列阵在强湍流的大气中在不同传输距离 z 的光强空间分布. 从图 3(a)–(d) 中, 我们可以发现在近场处, 考虑初始位相的列阵光束的强度分布主要集中在中心暗的亮环区域, 如图 3(a), (b) 这一性质与该光束自由空间的传输规律类似,

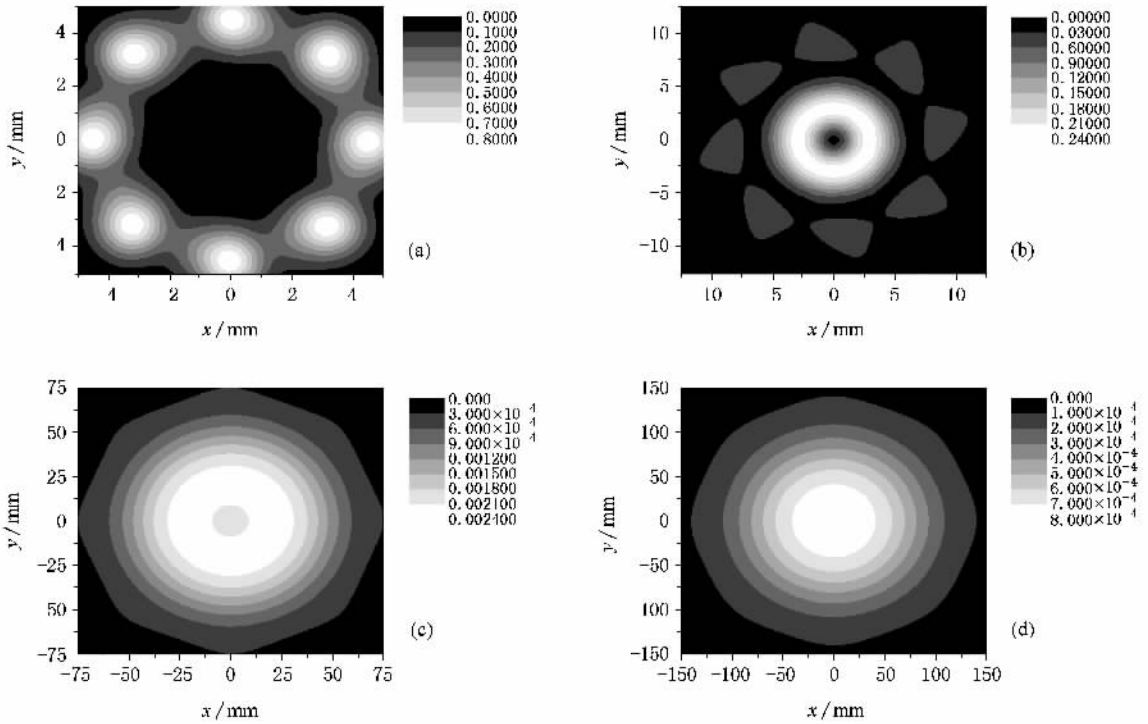


图3 光束列阵在大气中传输时,在不同传输距离 z 的光强空间分布的等高线图 (a) $z = z_r$, (b) $z = 15z_r$, (c) $z = 150z_r$, (d) $z = 250z_r$ (结构常数为 $C_n^2 = 10^{-13} \text{m}^{-2/3}$)

参见图 2(a)(b).但是,随着距离的增加,开始出现明显不同.在远场 $z = 250z_r$,光强分布的暗中心消失,强度分布类似于没有考虑初始相位的各光束在自由空间中传输的强度分布^[11].这是由于,在湍流大气中,由于大气的影响导致各光束之间彼此发生相干叠加的相干性遭到了一定程度的破坏,使得由初始相位不同引起的光涡旋效应被逐渐削弱,随着传输距离的增加,大气施加的影响就越明显,最终导致由于初始相位而引起的光涡旋效应现象完全消失.

另外,我们还模拟了不同大气湍流结构常数对光束在传播过程的影响.图 4 中结构常数为 $C_n^2 = 10^{-14} \text{m}^{-2/3}$,图 5 中结构常数为 $C_n^2 = 10^{-15} \text{m}^{-2/3}$.图 4 (图 5)中,我们给出的实心光强分布为光强刚变为实心时的情况.比较图 3、图 4、图 5 可以发现,在不同结构常数下,光强具有相似的强度分布,光强由空心分布逐渐变为实心.同时发现,结构参数 C_n^2 越小,列阵光束形成的涡旋空心光束能传输距离就越大,例如,当 $C_n^2 = 10^{-15} \text{m}^{-2/3}$ 时,光束在 $z = 22307z_r$ 处开始变为实心;当 $C_n^2 = 10^{-14} \text{m}^{-2/3}$ 时,光束在 $z = 2231z_r$ 处完全变成实心光束;当 $C_n^2 = 10^{-13} \text{m}^{-2/3}$ (强湍流大气)时,光束列阵形成的涡旋空心光束的有效

传输距离不超过 $z = 250z_r$ 处.我们的结果与文献 [14] 的结果是一致的.文献 [14] 利用多相位屏 (multiple phase screen) 来模拟大气中各种随机因素,结果表明涡旋的拓扑荷在一定距离内(即有效传输距离)几乎不变,但随着距离的增加,逐渐减小,并最终消失;有效传输距离的长度与大气湍流的强弱有关.

下面简单分析为什么涡旋空心光束在大气中的传输会慢慢变成实心光束.在前面的推导中,我们已经知道

$$\rho_0(z) = (0.545 C_n^2 k^2 z)^{-3/5}, \quad (9)$$

这里 $\rho_0(z)$ 是在湍流大气中传播的球面波的相干长度.由 (9) 式可知, $\rho_0(z)$ 与 C_n^2 以及 z 成反比,当 C_n^2 或者 z 增大时, $\rho_0(z)$ 将减小.即当大气扰动加强, $\rho_0(z)$ 随传输距离会更快地变小,也就是说由大气湍流导致了光的相干长度变差,因此,相干光束列阵所带的初始相位信息随着光的相干性变差逐渐被抹去,所以最后的输出光束由涡旋空心光束变为无旋实心光束.同样,传输距离 z 的增加也会引起相干性的变差,经过足够远的大气传输距离,也必然导致涡旋空心光束变成无旋的实心光束.

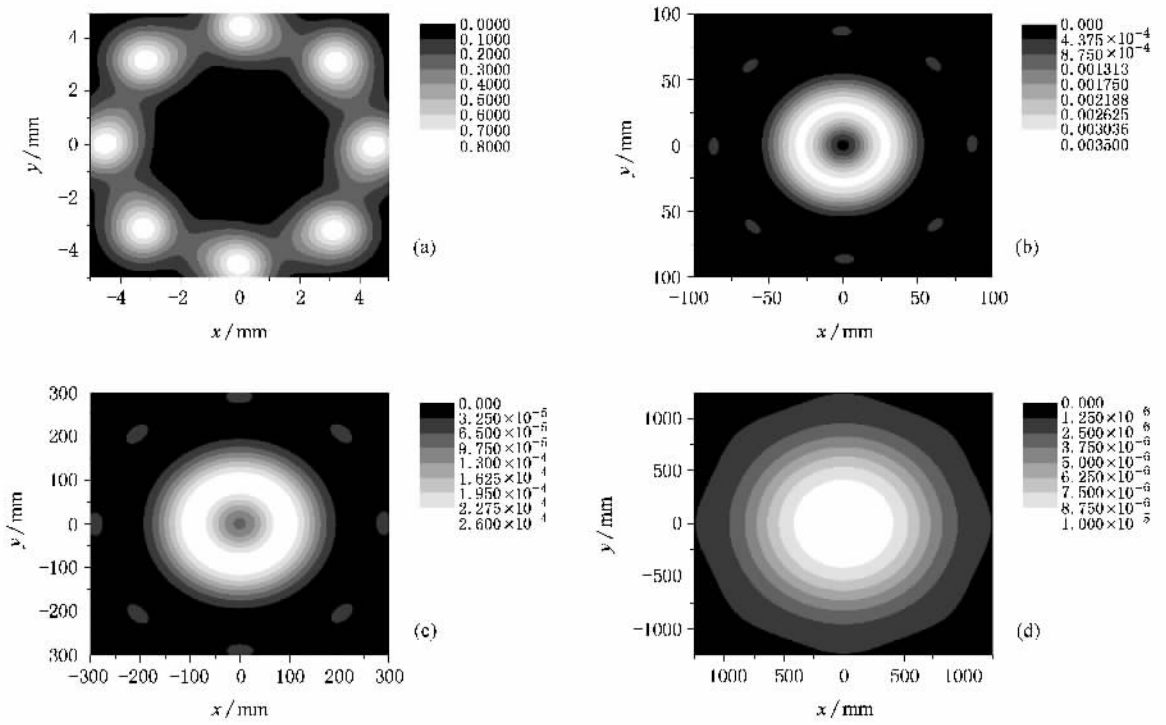


图 4 光束列阵在大气中传输时,在不同传输距离 z 的光强空间分布的等高线图 (a) $z = 1z_r$, (b) $z = 150z_r$, (c) $z = 500z_r$, (d) $z = 2231z_r$ (结构常数为 $C_n^2 = 10^{-14} \text{m}^{-2/3}$)

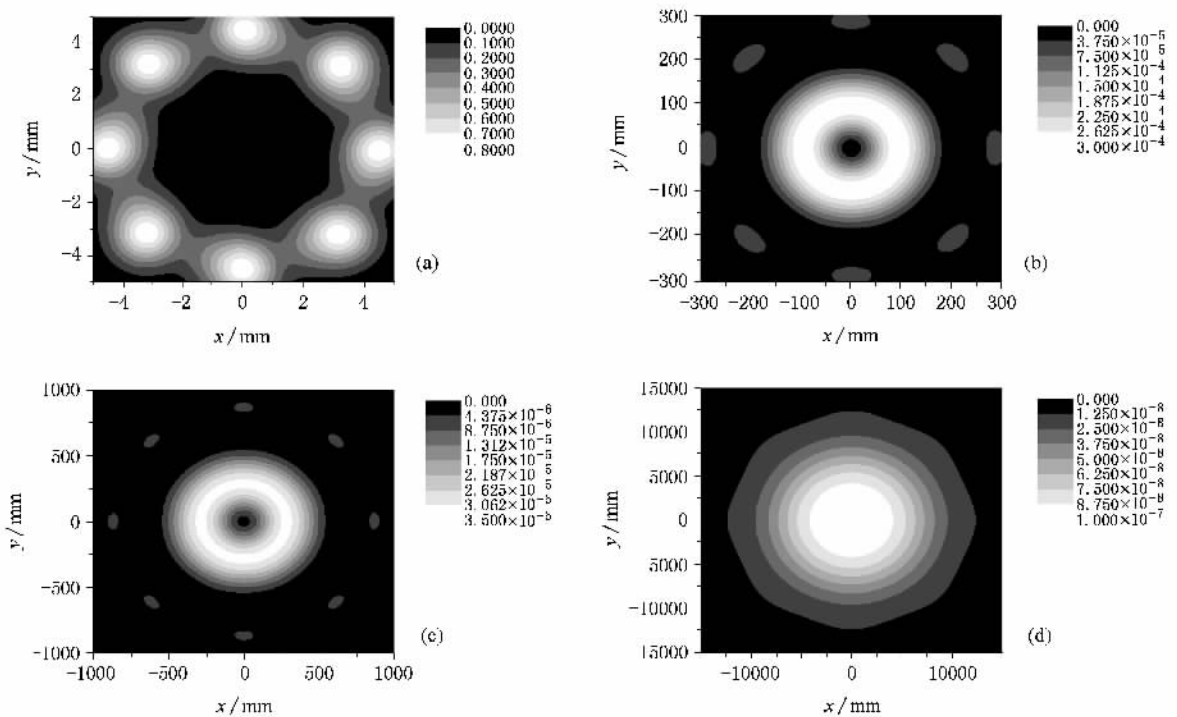


图 5 光束列阵在大气中传输时,在不同传输距离 z 的光强空间分布的等高线图 (a) $z = 1z_r$, (b) $z = 500z_r$, (c) $z = 1500z_r$, (d) $z = 22307z_r$ (结构常数为 $C_n^2 = 10^{-15} \text{m}^{-2/3}$)

4. 结 论

我们在广义 Huygens- Fresnel 衍射积分的基础上,解析地求出了光强在空间分布的解析表达式,并根据这一公式,详细研究了径向排列的光束列阵在湍流大气中的传输性质.我们发现带初始相位的基

模激光光束在传播过程中会出现光涡旋现象,而这一特性在湍流大气中,由于传播距离 z 和结构常数 C_n^2 的影响,最终演变为无涡旋实心光束.若大气湍流强度越大,则变为圆形实心光束的有效传输距离就越短.这一理论结果,可以帮助我们更好地了解大气中光束列阵的传输性质,以及根据这些性质来设计或解决光学通讯,光学成像等问题.

- [1] Feizulin Z I , Kravtsov Y 1967 *Radiophys. Quantum Electron* **10** 33
- [2] Eyyuboğlu H T , Arpali Ç , Baykal Y 2006 *Opt. Express* **14** 4196
- [3] Cai Y , He S 2006 *Opt. Express* **14** 1353
- [4] Eyyuboğlu H T 2005 *Opt. Commun.* **245** 37
- [5] Dogariu A , Amaranse S 2003 *Opt. Lett.* **28** 10
- [6] Ricklin J C , Davidson F M 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 1794
- [7] Eyyuboğlu H T , Baykal Y , Cai Y 2007 *J. Opt. Soc. Am. A* **24** 2891
- [8] Alavinejad M , Ghafary B , Razzaghi D 2008 *Opt. Commun.* **281** 2173
- [9] Gbur G , Wolf E 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 1592
- [10] Strohscchein J D , Seguin H J J , Capjack C E 1998 *Appl. Opt.* **37** 1045
- [11] Lü B , Ma H 2000 *J. Opt. Soc. Am. A* **17** 2005
- [12] Cai Y , Chen Y , Eyyuboglu H T , Baykal Y 2007 *Appl. Phys. B* **88** 467
- [13] Wang L G , Wang L Q , Zhu S Y 2009 *Opt. Commun.* **282** 1088 (<http://eprintweb.org/S/article/physics/0805.4032>)
- [14] Gbur G , Tyson R K 2008 *J. Opt. Soc. Am. A* **25** 225
- [15] Wang T , Pu J , Chen Z 2008 *Opt. Engineering* **47** 036002
- [16] Zhang Y X , Tang M X , Tao C K 2005 *Chin. Opt. Lett.* **3** 559
- [17] Zhang Y X , Tao C K 2004 *Chin. Opt. Lett.* **2** 559
- [18] Collins S A 1970 *J. Opt. Soc. Am.* **60** 1168
- [19] Yura H T 1972 *Appl. Opt.* **11** 13990

Studies on propagation of laser beam array with initial phase distributions in a turbulent atmosphere^{*}

Zheng Wei-Wei Wang Li-Qin Xu Jing-Ping Wang Li-Gang[†]

(*Optics Institute , Department of Physics , Zhejiang University , Hangzhou 310027 , China*)

(Received 24 June 2008 ; revised manuscript received 1 September 2008)

Abstract

Based on the coherent superposition principle and the generalized Huygens-Fresnel diffraction integral , the properties of a radial beam array with definite initial phase distributions propagating through a turbulent atmosphere are analytically investigated. It is shown that , when the propagation distance is short , the output intensity distribution will gradually take on a spiral shape , which means an optical vortex. However , under the effect of the atmospheric turbulence , the output vortex property gradually disappears , and changes to a bright-centered beam without vortex property. Furthermore , the weaker the atmospheric turbulence is , the longer distance the output optical vortex (the center-dark beam) can propagate over.

Keywords : atmospheric turbulence , vortex

PACC : 9265D , 9265R , 4260H

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10604047) and the National Science Foundation for Post-doctoral Scientists of China (Grant Nos. 20070421203 , 20081478).

[†] Corresponding author. E-mail : sxwlg@yahoo.com.cn