

# 马尔可夫随机过程中移动对象的空间 特征分析及近似逼近研究<sup>\*</sup>

费 蓉<sup>†</sup> 崔杜武

(西安理工大学计算机科学与工程学院, 西安 710048)

(2008 年 12 月 17 日收到, 2009 年 4 月 28 日收到修改稿)

研究一类移动对象在马尔可夫(马氏)随机过程中的空间逼近问题. 首先运用数学推理方式获得时空网络马尔可夫随机模型的一种状态转移函数, 定义时空网络为移动对象及其移动轨迹形成的三维空间, 建立马尔可夫随机过程的距离空间, 证明了相应环境下的不动点理论. 通过分析和扩展状态转移函数得到距离空间的自映射算子, 从原节点映射到目标节点, 达到对象的移动, 并对此进行了理论证明和仿真实验验证. 在此基础上从应用层面出发, 尝试性地进行了移动对象的空间粒度分解, 利用不动点映射更好地定位移动对象, 实时满足移动对象的需求. 相关实验进一步验证了空间分析的可行性和有效性.

关键词: 马尔可夫随机过程, 距离空间, 不动点, 自映射算子

PACC: 0250, 0365D

## 1. 引 言

马尔可夫(马氏)随机过程是广泛存在的一种不规则运动, 自然界中众多研究对象的随机移动特性<sup>[1-4]</sup>充分展现了这一特征. 随着移动计算技术、传感器网络技术以及智能交通技术的发展与结合, 移动对象逐渐显示出其重要性, 在国民经济、控制、公共信息发布、实时数据采集、位置相关查询以及军事等领域有了长足的发展<sup>[5]</sup>.

面向移动对象的研究, 主要集中于位置索引模型的建立. 假定对象在二维空间中做任意运动, 根据需要的不同, 陆续出现了以下索引结构. 针对移动对象当前和未来位置信息, 产生了一类进行信息位置管理的模型<sup>[6,7]</sup>, 随着人们对过去现象关注度的提高, 能够处理移动对象历史位置信息的模型有了一定发展, 作为近年来的发展趋势, 能够同时处理移动对象过去、当前以及未来位置信息等的模型<sup>[8,9]</sup>也应运而生. 这极大丰富了移动对象的应用层面.

在移动模型的研究中, 二维网络移动对象的时空数据模型起步较晚. 现有的时空数据模型主要着眼于记录移动对象的运动状态<sup>[10]</sup>, 如路网数据模型

中加入时间索引的记录集<sup>[11]</sup>, 而针对移动轨迹内部运行机制的研究较少. 相关网络研究呈现的大量随机现象, 使得人们开始思索在随机的表象下是否存在某些简洁的秩序和结构, 进而去寻找并探讨发展和演化中的某些动态规律及不变特征, 以对其隐含的物理机理进行合理解释.

通过上述移动对象的相关研究可以看出, 时空网络移动对象这一研究领域对于网络经典分析意义重大. 实际应用中, 移动对象的运动模式可以分为无限制运动(如船舶在大海中行驶)、限制运动(如行人的运动)和在固定网络的运动(如火车、汽车在一定的区域中沿固定线路移动)<sup>[12]</sup>, 其中固定网络运动是应用中最普遍的模式. 当移动对象的运动模式定义为在固定网络上的无限制运动时, 其运动轨迹可以理解为一保存了过去、当前以及未来信息, 运动发展与过去无关的马氏链. 在此基础上, 本文构造并研究了时空网络马氏随机模型的内部运行机制, 分析了移动对象的状态转移特点, 着重讨论相应距离空间中移动对象的自映射机理, 以及利用空间分解进行移动对象的逼近等问题. 研究表明, 空间分析可行有效, 不但很好地定位了移动对象, 而且有助于实时满足移动对象的需求. 当网络发展到能为用户提

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 60743009, 60873035)和陕西省自然科学基金(批准号: 2006F43)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: annyfei@hotmail.com

供真正的无处不在的连接时,马氏随机过程的物理特性将非常明显,其空间分析将为进一步研究网络的组织性、动态性、规律性提供良好的理论参考。

## 2. 移动对象特征分析及马氏随机模型理论基础

移动对象在已知目前状态(现在)的条件下,未来的演变(将来)不依赖于以往的演变(过去)。这种已知“现在”的条件下,“将来”与“过去”独立的特性符合马氏特性。本文首先对移动对象及其网络特性进行分析,空间上的分析可延续同样的思路。

始发状态下,全体移动对象静止,满足始发网络处处可达,此处认为每个线路交点处均存在一个移动对象。移动对象的状态由位置坐标、移动速度和当前时间三个部分组成。连续时间内,仿真构造一种依靠采集时间分割触发的三维时空移动对象的马氏随机模型,对时间取平均,可以理解为在同一时间内,系统的跳跃次数对于不同的样本轨迹可能有所不同<sup>[13]</sup>。采集时间  $\Delta t = t_h - t_{h-1}$  为一常数,初始自由设定。随机产生移动对象数目及相关路径,路径的产生服从泊松分布,初始生成的节点间路径满足处处可达,移动对象在路径上随机发生运动。

马氏随机模型在诸多领域都得到了广泛应用。移动对象的基础建模使用的马氏随机模型是离散时间连续状态马氏链的概率函数。对马氏随机过程进行建模,涉及以下参数:移动对象集  $\{x_i | 0 \leq i \leq n\}$ 。  $x_i$  为一个三元组  $((x_{ii}, y_{ii}), t_h, v_i)$   $(x_{ii}, y_{ii})$  表示  $x_i$  当前坐标,  $t$  表示当前时间,  $v_i$  表示  $x_i$  的当前速度。定义一个六重组  $\{T, U, (A(u), u \in U), t, p, s_i\}$  其中,  $T = [0, \infty]$  是非负的实半轴;  $U$  是状态空间,为一个可数集合;  $A(u)$  是系统处于状态  $u \in U$  的可用行动集合,也是可数集合;  $t_{uk}(\cdot | a)$  是系统从状态  $u$  出发在行动  $a$  的控制下转移到状态  $k \in U$  的时间分布函数;  $p(k | u, a)$  表示转移时刻发生时,系统转移到状态  $k$  的概率;  $s_i$  是单位时间位移矢量。设  $l_i$  表示一条与当前移动对象  $x_i$  相关的随机可选路径,已知连接路径的节点信息  $(x_{al_q}, y_{al_q})$  和  $(x_{bl_q}, y_{bl_q})$  为  $l_i$  路径的首尾坐标,系统初始路径生成后坐标相应给定,有离散随机序列  $\zeta_l = \{l_1, \dots, l_i, \dots, l_k\}$  序列满足  $\sum_{i=1}^k p(l_i) = 1$ 。离散随机序列  $\zeta_{v_i}$

$= \{0, v_{ci}\}$  基本模型如下:设点集为

$$U = \{(x_{ii}, y_{ii}) | 0 \leq i \leq n\},$$

该点集全部在连接路径上。

$$A(u) = \{u_i^j | 0 \leq i, j \leq n\}$$

表示移动对象  $x_i$  在当前位置可做的状态路径选择为第  $j$  个方向。

$$t_{uk}(\cdot | a) = \Delta t = \sum_{i=1}^m \Delta t_i,$$

其中

$$\Delta t_i = \begin{cases} \frac{\zeta_l}{v_i} & (v_i = v_{ci}), \\ \Delta t - \sum_{p=1}^{i-1} \Delta t_p & (v_i = 0), \end{cases}$$

表示移动对象再次启停判断时间取决于随后的间隔采样时间  $\Delta t$ 。

$$p(k | u, a) = \frac{1}{q_i},$$

其中  $q_i$  表示  $u$  状态相关路径的数目。

$$s_i = v_i t_{uk}(\cdot | a),$$

其中  $v_i = \zeta_{v_i}$ 。至此,移动对象的马氏随机模型构造完毕。

现实中的路径,总存在曲线特性。仿真构造模拟图时,不能直观地体现这样的特点。一个移动对象的位置确定和其所在路径的两个节点相关,对曲线无限细分下去,即可近似认为两点之间的连线为直线。基于移动对象的基本特性,抽象出一个基本示意图,其位置表示如图 1 所示。

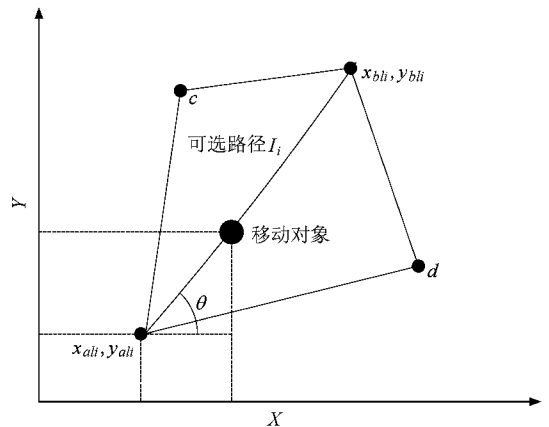


图 1 移动对象位置特性示意图

移动对象的坐标是关于时间的函数,由图 1 可推导出状态转移函数为

$$x_{ii}(t) = x_{al_i} + (v_{ci}t') \cos\left(\arctan\left(\frac{y_{bl_i} - y_{al_i}}{x_{bl_i} - x_{al_i}}\right)\right), \quad (1)$$

$$y_{ii}(t) = y_{al_i} + (v_{ci}t') \sin\left(\arctan\left(\frac{y_{bl_i} - y_{al_i}}{x_{bl_i} - x_{al_i}}\right)\right), \quad (2)$$

其中，

$$t' = \begin{cases} \Delta t_m & (v_i = v_{ci}), \\ \Delta t_{m-l} & (v_i = 0, m > l), \\ 0 & (v_i = 0, m = l). \end{cases} \quad (3)$$

这里  $l_i$  表示移动对象当前所在的路径， $\Delta t_m$  是关于采集时间  $\Delta t$  内的细分  $\Delta t_i$  的函数，路径的随机选择决定了坐标的随机性。

网络中移动对象被看作节点，节点的运动轨迹遵循强马氏链特性。网络规模增大后，节点间的相互联系构成多个链路，从而形成了运动对象集对应马

氏链簇的链路间运行轨线簇。

### 3. 马氏随机模型的距离空间构建及相关理论

已知移动对象  $x_i$  的单位时间位移矢量为  $s_i$ ， $s_i = |v_i \Delta t|$ ，对于每个移动对象  $x_i$ ，其位移矢量方向由马氏随机模型随机确定。每一个移动对象当前时间的可能位移定义为离散型随机变量  $\zeta$ ，

$$\zeta = \{s_i^1, s_i^2, \dots, s_i^j, \dots, s_i^k\},$$

其中  $k$  表示移动对象可能发生的方向数量。随机变量  $\zeta$  表示移动对象在时空网络中的方向选择。

令始发网络所有移动对象位移量  $s_i^j = 0$ ，始发网络为一处处连通的通路，所有在该通路上的点构成的集合定义为  $K$ ， $K \subset X$ ，所有移动对象（动点）运行轨迹仍然落在始发网络  $K$  中。图 2 给出了一个简单示例。

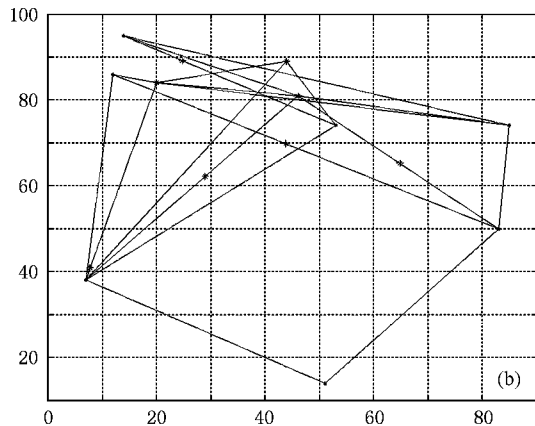
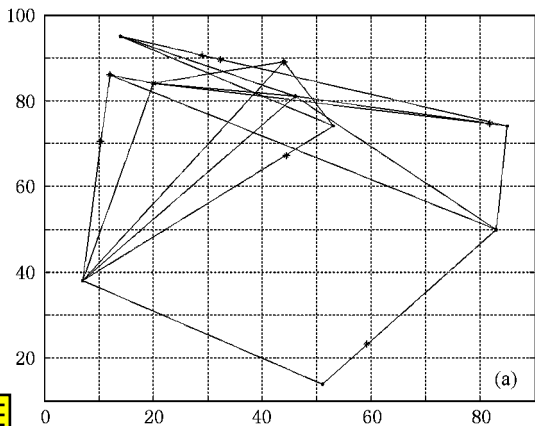


图 2 马氏随机模型的一个简单示例 (a) 在一个固定网络下的随机移动点集，(b) 经过一段时间移动后的状态

引理 1  $K$  为  $X$  中的一个凸集。

证明 根据凸集几何定义，若两点在  $K$  中，那么连接这两点之间的线段仍在  $K$  中。

已知始发移动对象均在通路上，当任意移动对象  $x_a$  和  $x_b$  全部静止不动时， $s_a^b = 0$ ， $s_c^d = 0$ ，必然在  $K$  集合中。当  $x_a$  和  $x_b$  有位移，则存在  $|s_a^b| > 0$ ， $|s_c^d| > 0$ ，因为移动对象的不确定性，位移方向的正负可能性均存在。由于初始路线的固定，决定了移动对象的运动轨迹始终沿着始发通路行进，因此  $x_a$  和  $x_b$  通过移动产生的轨迹及其转移坐标仍然在  $K$  上，而始发网络又是处处连通的。因此，无论移动对象如何移动， $x_a$  和  $x_b$  之间的通路依然在  $K$  中。综上所述可知， $K$  是一个凸集。证毕。

一个时空网络，依赖时间变化关系，根据移动对象同一时间的多种状态转移特性，以下将建立时空网络移动对象的距离空间。

首先定义一个三维空间  $X = \{x_i | 0 \leq i \leq n\}$ ，由所有移动对象及其运动轨迹构成， $X$  表示三维向量  $x = (x_1, x_2, x_3)$  的全体所成的集合，其中每个向量  $x$  代表一个移动对象  $x_i$ ， $x_1 = x_{ii}$ ， $x_2 = y_{ii}$ ， $x_3 = t_{ii}$ 。

定理 1  $\forall x, y \in X$  有

$$x = (x_1, x_2, x_3),$$

$$y = (y_1, y_2, y_3),$$

定义

$$d(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (x_i - y_i)^2},$$

则基于马氏随机模型的空间  $(X, d)$  是一个距离空间.

证明 根据上述定义的对对应关系, 可以设  $x_1 = x_{ii}$ ,  $x_2 = y_{ii}$ ,  $x_3 = t_h$ ,  $x_2 = x_{jj}$ ,  $y_2 = y_{jj}$ ,  $y_3 = t_r$ , 首先证明  $d(x, y) \geq 0$ .

$$d(x, y) = 0 \Leftrightarrow (x_{jj} - x_{ii})^2 + (y_{jj} - y_{ii})^2 + (t_r - t_h)^2 = 0 \Leftrightarrow |x_{jj} - x_{ii}| = 0,$$

$$|y_{jj} - y_{ii}| = 0,$$

$$|t_r - t_h| = 0 \Leftrightarrow x = y,$$

故非负性成立. 其次, 对称性显然成立. 下面需要验证三角不等式是否成立. 先证明在此空间的 Cauchy 不等式

$$\left(\sum_{i=1}^3 a_i b_i\right)^2 \leq \sum_{i=1}^3 a_i^2 \sum_{i=1}^3 b_i^2. \quad (4)$$

任取实数  $\lambda$ , 则

$$0 \leq \left(\sum_{i=1}^3 a_i + \lambda b_i\right)^2 = \sum_{i=1}^3 a_i^2 + 2\lambda \sum_{i=1}^3 a_i b_i + \lambda^2 \sum_{i=1}^3 b_i^2.$$

在  $(X, d)$  空间中, 令  $a_1 = x_{ii}$ ,  $a_2 = y_{ii}$ ,  $a_3 = t_h$ ,  $b_1 = x_{jj}$ ,  $b_2 = y_{jj}$ ,  $b_3 = t_r$ . 上式右端是  $\lambda$  的二次三项式, 下面对此进行分析.

$$\sum_{i=1}^3 a_i^2 = x_{ii}^2 + y_{ii}^2 + t_h^2 \geq 0,$$

同理有

$$\sum_{i=1}^3 b_i^2 \geq 0.$$

对于

$$\sum_{i=1}^3 a_i b_i = x_{ii} x_{jj} + y_{ii} y_{jj} + t_h t_r,$$

因为移动对象的运行轨迹均在凸集  $K$  中,  $K$  已知恒在正半轴, 故坐标恒为正, 而时间  $t_h, t_r \geq 0$ . 故有

$\sum_{i=1}^3 a_i b_i \geq 0$ . 因此  $\lambda$  的二次三项式恒大于等于零, 其判别式

$$4\left(\sum_{i=1}^3 a_i b_i\right)^2 - 4\sum_{i=1}^3 a_i^2 \sum_{i=1}^3 b_i^2 \leq 0.$$

从而(4)式成立.

现在来验证三角不等式. 由(4)式可得

$$\begin{aligned} \left(\sum_{i=1}^3 a_i b_i\right)^2 &= \sum_{i=1}^3 a_i^2 + 2\sum_{i=1}^3 a_i b_i + \sum_{i=1}^3 b_i^2 \\ &\leq \sum_{i=1}^3 a_i^2 + 2\left(\sum_{i=1}^3 a_i^2 \sum_{i=1}^3 b_i^2\right)^{1/2} + \sum_{i=1}^3 b_i^2 \end{aligned}$$

$$= \left[\left(\sum_{i=1}^3 a_i^2\right)^{1/2} + \left(\sum_{i=1}^3 b_i^2\right)^{1/2}\right]^2.$$

设  $\forall z = (z_1, z_2, z_3) \in X$ , 在上式中令  $a_i = x_i - z_i$ ,  $b_i = z_i - y_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 就有

$$\sum_{i=1}^3 (x_i - y_i)^2 \leq \left[\left(\sum_{i=1}^3 (x_i - z_i)^2\right)^{1/2} + \left(\sum_{i=1}^3 (z_i - y_i)^2\right)^{1/2}\right]^2.$$

从而得到

$$d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y).$$

因此, 基于马氏随机模型的时空网络  $(X, d)$  是一个距离空间. 证毕.

将定义的距离空间  $(X, d)$  作为论域, 在此基础上, 存在一个映射关系, 当移动对象从一点运行到另外一点, 总存在一个状态转移函数  $f(x)$   $f(X, d) \rightarrow (X, d)$ , 由(1)–(3)式分析可以得到在任意时间  $t$  的相对坐标表达式

$$x_{ii}(t) = x_{al_q} + (v_{ci} t'') \cos\left(\arctan\left(\frac{y_{bl_q} - y_{al_q}}{x_{bl_q} - x_{al_q}}\right)\right), \quad (5a)$$

$$y_{ii}(t) = y_{al_q} + (v_{ci} t'') \sin\left(\arctan\left(\frac{y_{bl_q} - y_{al_q}}{x_{bl_q} - x_{al_q}}\right)\right), \quad (5b)$$

$$t_{ii} = t; \quad (5c)$$

$$x_{ii}(t) = x_{(i-1)l_{(i-1)}} + (v_{ci} t'') \cos\left(\arctan\left(\frac{y_{bl_q} - y_{al_q}}{x_{bl_q} - x_{al_q}}\right)\right), \quad (5d)$$

$$y_{ii}(t) = y_{(i-1)l_{(i-1)}} + (v_{ci} t'') \sin\left(\arctan\left(\frac{y_{bl_q} - y_{al_q}}{x_{bl_q} - x_{al_q}}\right)\right), \quad (5e)$$

$$t_{ii} = t. \quad (5f)$$

可对(5)式作如下分析: 当

$$t_{ii} - t_{(i-1)l_{(i-1)}} \geq \frac{l_q - d(x_{i-1}, x_{al_q})}{v_{ci}}$$

时, 移动对象的表达式为(5a)–(5c)式; 当

$$t_{ii} - t_{(i-1)l_{(i-1)}} < \frac{l_q - d(x_{i-1}, x_{al_q})}{v_{ci}}$$

时, 移动对象的表达式为(5d)–(5f)式. 此处,  $x_{i-1}$ ,  $x_{al_q}$  为分量  $x_3$  取值相等的向量.  $t_{ii}$  可以作如下分解表示:

$$t_{ii} = t/\Delta t \cdot \Delta t + \sum_{i=1}^q \Delta t_i, \quad (6)$$

其中当移动对象无静止状态时,  $q$  表示移动对象在求余运算  $t_{ii} \bmod(\Delta t)$  得到的剩余时间里遇到的路径总数, 存在静止状态时,  $q$  为遇到的路径总数加 1.

(5) 式中  $t''$  的取值由当前时间  $t_{ii}$  决定, 参照 (3) 式具体可表示为

$$t'' = \begin{cases} \Delta t_m & (v_i = v_{ci}), \\ \Delta t_{m-l} & (v_i = 0, q > l), \\ 0 & (v_i = 0, q = l). \end{cases} \quad (7)$$

从 (7) 式可以看出,  $t''$  实际上就是当前时间  $t_{ii}$  分解后

得到的  $\Delta t_i$  中速度不为零的末位时间函数, 而  $l_q$  表示移动对象当前所在路径, 具有随机选择的特性.

(7) 式中可以理解为时间  $t_{ii}$  对应的  $x_3$  轴, 决定了该坐标函数是单调上升的. 对于移动对象,  $t_{ii}$  意味着运动状态的连续性, 同时也决定了运动过程有着不可逆特性. 可近似认为  $x_3^2 \geq x_1^2 + x_2^2$ , 每一个移动对象的运动轨迹构成一个逐段连续函数. 图 3 给出了任意选择的移动对象 A 和 B 的离散时间连续马氏链示意图.

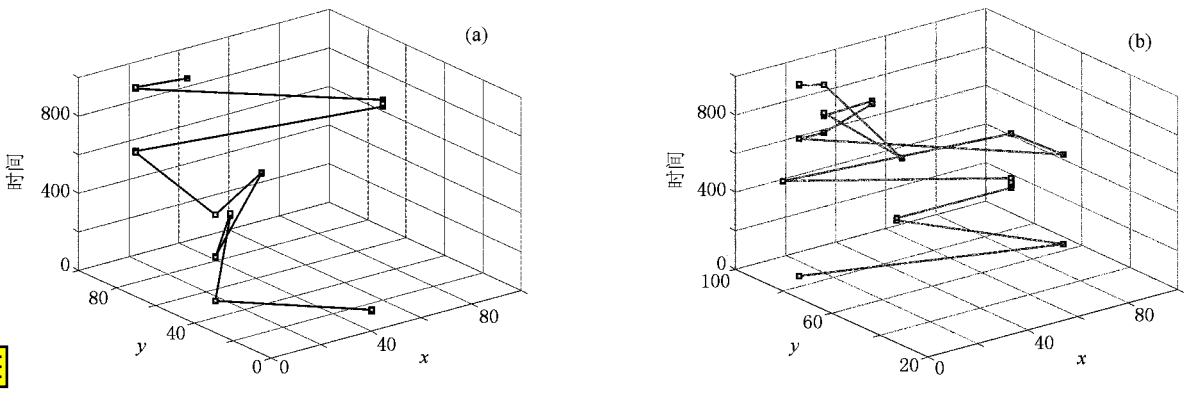


图 3 以 10 s 为间隔, 总时间为 1000 s 两个移动对象的运动轨迹 (a) 对象 A (b) 对象 B

**定义 1** 在基于马氏随机模型的距离空间  $(X, d)$  中, 已知状态转移函数  $f(x), f: (X, d) \rightarrow (X, d)$  为  $X$  到自身的一个自映射.

不动点<sup>[14, 15]</sup>存在于多种领域中, 下面给出已知距离空间中的不动点理论.

**引理 2** 对  $X$  上的自映射  $T$ , 若  $\exists x^* \in X$ , 使得  $Tx^* = x^*$ , 则称  $x^*$  为  $T$  的一个不动点<sup>[16]</sup>.

根据定义 1 及引理 2, 得到关于马氏随机模型的距离空间  $(X, d)$  的不动点定义.

**定义 2** 基于马氏随机模型的距离空间  $(X, d)$  中, 若  $\exists x^* \in X$ , 使得  $fx^* = x^*$ , 则称  $x^*$  为  $f$  的一个不动点.

根据引理 1 可知, 移动对象的平面运动范围总是在凸集  $K$  之内.

**定理 2** 基于马氏随机模型的距离空间  $(X, d)$  对于  $X$  中的任何一个点, 总存在一个不动点, 使得移动对象通过自映射过程, 从该点映射到不动点, 亦即  $fx = x$ .

**证明** 引理 1 可以归结为任意一个移动对象在凸集  $K$  中的运动轨迹始终在凸集  $K$  上, 因此对于任意移动对象必然存在至少一个不动点.

在距离空间  $(X, d)$  中, 任取一初始点  $x_0, x_0 \in$

$X$ , 因为移动对象在  $(X, d)$  中的运动轨迹为一个逐段连续函数, 做迭代序列  $x_1 = fx_0, x_2 = fx_1, \dots, x_{h+1} = fx_h, \dots$ , 由此可知, 在距离空间  $(X, d)$  中,  $\forall x^*$  通过  $f$  映射过程沿  $x_3$  轴变化时, 对应  $x_3$  轴上每一个不同的值都有一个映射点与其对应. 因此该不动点存在. 证毕.

**推论 1** 基于马氏随机模型的距离空间  $(X, d)$  对于  $X$  中的任何一个点总存在一个自映射过程, 从该点映射到  $x_3$  取值不同时的不动点.

**证明** 已知属性函数  $f(x), f: (X, d) \rightarrow (X, d)$  是距离空间  $(X, d)$  的一个自映射, 为一段时间内发生的动作. 从 (5) 和 (7) 式可以看出, 移动对象的自映射是一个关于  $\Delta t_i$  的函数, 任取  $x_0 \in X$ , 已知其不动点  $x_n$ , 设  $x_0$  的坐标为  $(x_{ii}, y_{ii}, t_r)$ , 由引理 1 和定理 2 可知,  $x_0$  必然在距离空间  $(X, d)$  内连通  $x_n$ . 设不动点  $x_n$  的坐标为  $(x_{jj}, y_{jj}, t_n)$ , 就有  $t_r < t_n$ , 现在需要证明在  $t_r - t_n$  时间段内, 存在这样一系列映射  $f$  能够使  $x_0$  转入  $x_n$ .

当  $x_0$  在节点位置时,  $x_0$  的移动轨迹满足 (5a)~(5c) 式. 由 (7) 式可知,  $t''$  取值为  $\sum_{i=1}^q \Delta t_i =$

$((t_n - t_r) - (t_n - t_r) \Delta t) / \Delta t$  中的末位移动  $\Delta t_i$  取值. 此时  $x_n$  的坐标函数依然满足  $f$  变换, 其  $t''$  取值仍为从  $x_0$  到  $x_n$  的轨迹中的末位移动中  $\Delta t_i$  取值.

当  $x_0$  不在节点位置而处于路径上的任意位置时, 根据移动对象的移动规则仍然继续移动, 直到走完该路径. 此时, 取该路径两端点为  $(x_a, x_b)$ , 令  $x_a$  为一个与  $x_0$  在时间轴同步的移动对象, 则当  $t_n - t_r$

$< \frac{l_q - d(x_0, x_a)}{v_{ci}}$  时,  $x_0$  的运动轨迹满足 (5d) — (5f)

式, 否则满足 (5a) — (5c) 式, 即从  $x_0$  移动到  $x_n$  位置处, 在经过了  $q$  条路径后总满足  $f$  变换的坐标要求. 证毕.

### 4. 空间粒度构建及近似逼近模型

在上述距离空间的基础上, 引入商空间粒度思想, 对空间进行尝试性的应用. 首先对问题对象进行商空间定义. 在距离空间  $(X, d)$  中, 将自映射算子  $f(x)$  作为属性函数, 则问题可以描述为  $(X, f, d)$ , 求解问题  $(X, f, d)$  就是对论域  $X$  及其相关的结构和属性进行分析和研究. 当取粗粒度时, 即给定一个等价关系  $R$ . 在商空间粒度分解过程中,  $R$  决定了分解的结果.

商空间逼近是针对给定的函数, 在线选取适当的划分, 求取商函数进行逼近<sup>[17]</sup>. 将移动对象及自映射得到的不动点看作被逼近对象, 下面将分割构建  $(X, f, d)$  的商空间.

依据商空间逼近思想, 时间分割函数以逐渐细分为原则<sup>[17]</sup>. 取  $M$  为  $X$  的子空间. 如果对于  $X_i, X_j \in X$ , 有  $X_i - X_j \in M$ , 则称  $X_i, X_j$  是关于  $M$  等价的, 记为  $X_i \equiv X_j \pmod{M}$ . 定义可参见文献[17]. 此处,  $M$  定义为一个时间分割函数的取值  $f(t)$ . 等价关系  $R$  构造完毕.

至此, 我们在马氏随机模型距离空间基础上构建了由时间粒度划分构成的商空间.  $[X]$  空间三维划分如图 4 所示.

为了定位移动对象, 需要在搜索过程中进行位置信息的及时更新. 此处引入距离空间自映射算子, 能够方便地更新信息, 有助于更好逼近移动对象.

这里定义搜索变量  $s$ , 下面给出空间近似逼近模型的构建步骤.

1) 时间层划分. 取定  $f(t)$ , 设定搜索速度  $v_s$ , 在  $t = 0$  时给定搜索加速度的时间层函数  $d(f(t))$ .

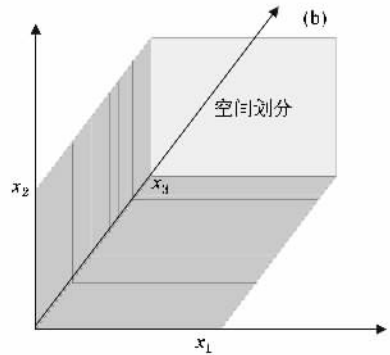
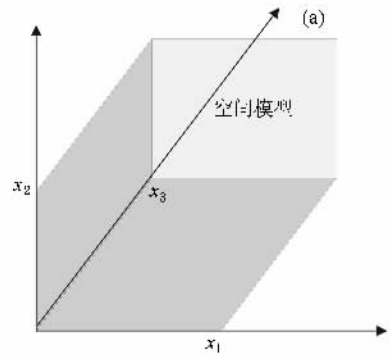


图 4 空间划分示意图 (a)空间原型 (b)空间划分后

2) 赋值  $t \leftarrow t + f(t), t \leq T, v_s \leftarrow v_s + d(f(t)), v_s \leq v_{max}$ .

3) 相遇性判断. 当搜索到达节点位, 所有对象位置更新.  $(x_{ii}, y_{ii})$  由 (5) 式求出. 采用矩形框法判断相遇. 当某一  $(x_{ii}, y_{ii})$  可能曾经存在于  $s$  搜索过的路径范围内, 执行计算并判断是否经过该点, 若经过该点则将其消除, 直到  $s$  搜索过的路径遍历完毕. 以概率  $P$  预测移动对象行为, 结合最邻近原则选取下一目标.

4) 若移动对象全部找到, 记录找到时间层, 结束, 否则转入第 2 步, 直至全部找到.

### 5. 仿真试验

为了深入研究马氏随机过程移动对象的特征和验证空间粒度逼近的有效性, 本文通过一种时间序列和两组离散随机变量仿真构造了一类马氏随机移动生成器, 以商空间粒度分解原则为基础, 采用下述离散函数进行空间分解以满足逐步细分的原则:

定义域为  $\{\Delta t, \dots, i\Delta t, \dots, h\Delta t\}$ , 值域为  $f(t) = \left\{ \Delta t \left\{ \frac{\Delta t}{2}, \frac{\Delta t}{2} \right\}, \dots, \left\{ \frac{\Delta t}{i}, \dots, \frac{\Delta t}{i} \right\}, \dots, \left\{ \frac{\Delta t}{h}, \dots, \frac{\Delta t}{h} \right\} \right\}$ ,  $f(t)$  的每个集合元素个数为分子, 这样的集合共  $h$  个.

时间分割函数满足空间分解原则,保证时间取值越大,高空间划粒度越细.选取移动对象的总数和时间总数进行研究,共取两组数据.第一组为(5—10点),(100—500 min);第二组为(10—15点),(500—1000 min).每组生成10个实例进行分析.

表1给出了时间相关的参数取值,涉及参数包括目标数、总时间、间隔时间 $\Delta t$ 和搜索速度 $v_s$ ,其中 $v_s$ 根据动点运动速度按比例选取,以动点最大运动速度 $v_{\max}$ 为单位,总时间和间隔时间是针对移动对象的取值,而非搜索耗时.

表1 时间相关的参数取值

样本编号	目标数	总时间/min	$\Delta t$ /min	$v_s/v_{\max}$	样本编号	目标数	总时间/min	$\Delta t$ /min	$v_s/v_{\max}$
1	7	100	10	0.5	11	11	500	10	1.5
2	6	200	10	0.5	12	12	700	10	0.5
3	6	500	10	1.5	13	12	700	10	1.5
4	8	500	5	0.5	14	13	900	10	0.5
5	8	100	3	0.5	15	13	600	10	2.0
6	9	500	20	0.5	16	14	1500	10	0.7
7	9	500	5	0.5	17	14	1500	30	0.7
8	10	500	10	0.5	18	15	2000	10	2.0
9	10	100	4	1.5	19	15	2000	10	3.0
10	10	500	10	1.5	20	15	2000	10	10.0

对两组20个实例的相关数据进行了对比统计,

如图5和图6所示.

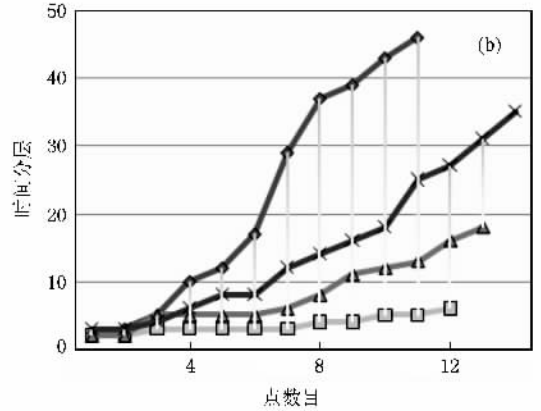
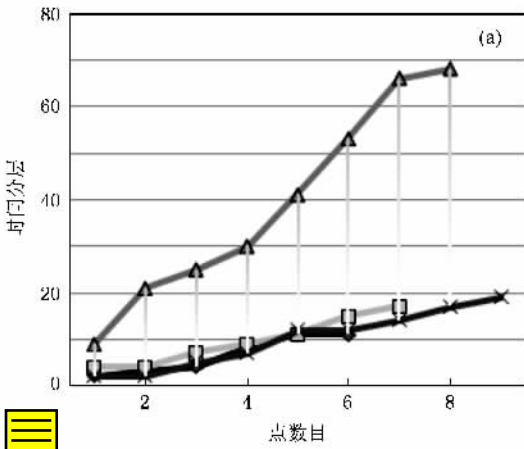


图5 时间层分割与每层所找到点的关系 (a)6—9个点的时间层分割与每层找到点的关系,(b)11—14个点的时间层分割与每层找到点间的关系

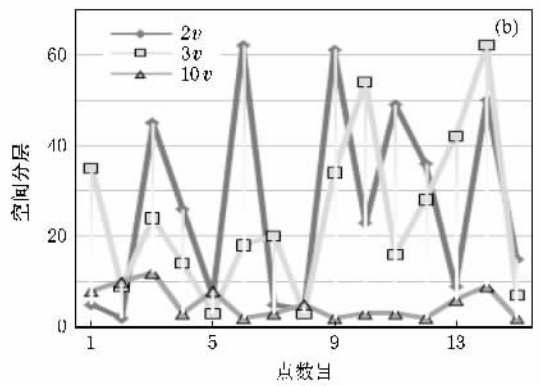
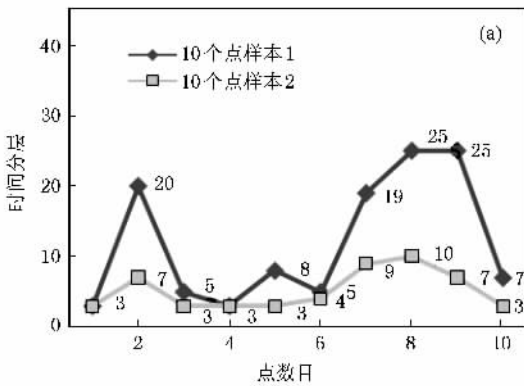


图6 多点搜索示例 (a)10个点的时间层搜索趋势 (b)15个点的不同速度对比

图 5(a) 中存在着明显的时间层驻留现象, 即在一层内找到多个点, 并且找到大量点的时间层数偏低, 而在图 5(b) 中可以看出, 曲线较为分散, 驻留较少, 说明时间层划分在后期检验中, 还未能做到很好的加速寻找, 这与选取的时间分割函数有关。

考察存在 10 个移动对象的时空网络距离空间, 结果如图 6(a) 所示。从图 6(a) 可以看出, 两组数据有着近似的搜索轨迹, 这说明空间分解的方法在一定程度上对随机运动有了约束, 能够较好地以自己的频率找寻目标。

对于存在 15 个移动对象的时空网络距离空间, 保持其他参量不变, 只改变搜索速度  $v_s$ 。从图 6(b) 中的趋势可以看出, 在搜索速度差距不大时, 总体搜索花费的时间层接近, 但局部显示出搜索速度较大, 时间层花费较少。当搜索速度具有明显优势时, 成为了花费较少时间找到点的主要因素。在现实中, 尽管存在这样的现象, 却必然会带来代价消耗。如何减小这种代价也是研究热点之一。

## 6. 结 论

本文从固定网络的随机运动出发, 对马氏随机过程的移动对象特征进行了分析, 递推出一种状态转移函数, 证明了移动对象及其移动轨迹形成的三维空间是一个距离空间, 同时得到了基于马氏随机过程的距离空间不动点理论。推导出的自映射算子在理论上得到了证明。移动对象的空间粒度分解作为一个空间应用层面, 能够直观地理解随机运动与时空的关系, 充分利用空间特征对对象进行定位, 适时调整搜索的进程和速度, 能够更好地逼近移动对象, 满足了移动对象的需求。

本文研究了仅限于 30 个以下的动点运算。大规模动点分析将是主要的研究方向。当更有实际意义的复杂情况出现时, 空间分析的认知还有待深化, 而相关理论和方法也需要进一步完善。

- [ 1 ] Guo J L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 756 ( in Chinese ) [ 郭进利 2008 物理学报 **57** 756 ]
- [ 2 ] Xu W , Sun Z K , Yang X L 2003 *Acta Phys. Sin.* **54** 5069 ( in Chinese ) [ 徐 伟、孙中奎、杨晓丽 2003 物理学报 **54** 5069 ]
- [ 3 ] Lin M , Fang L M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2136 ( in Chinese ) [ 林敏、方利民 2009 物理学报 **58** 2136 ]
- [ 4 ] Shang P J , Shen J S 2007 *Chin. Phys.* **16** 365
- [ 5 ] Xu J L , Zheng B H , Lee W C , Lee D L 2004 *IEEE Trans. Knowl. Data Eng.* **16** 1526
- [ 6 ] Saltenis S , Jensen C S 2002 *18th International Conference on Data Engineering* ( Los Alamitos : IEEE Computer Society ) p463
- [ 7 ] Saltenis S , Jensen C S , Leutenegger S T , Lopez M A 2000 *2000 ACM Sigmod-International Conference on Management of Data* ( New York : ACM ) p331
- [ 8 ] Sun J M , Papadias D , Tao Y F , Liu B 2004 *20th International Conference on Data Engineering* ( Boston : IEEE Computer Society ) p202
- [ 9 ] Pelanis M , Saltenis S , Jensen C S 2006 *ACM Trans. Database Syst.* **31** 255
- [ 10 ] Vazirgiannis M , Wolfson O 2001 *Proceeding of the 7th International Symposium on Spatial and Temporal Database* ( New York : Springer )

p20

- [ 11 ] Ralf H G , de Almeida V T , Ding Z M 2006 *VLDB J.* **15** 165
- [ 12 ] de Almeida V T , Ralf H G 2004 *16th International Conference on Scientific and Statistical Database Management*. ( Los Alamitos : IEEE Computer Society ) : p115
- [ 13 ] Liu K 2004 *Applied Markov Decision Processes* ( Beijing : Tsinghua University Press ) pp131—148 ( in Chinese ) [ 刘 克 2004 实用马尔科夫决策过程 ( 北京 : 清华大学出版社 ) 第 131—148 页 ]
- [ 14 ] Guo L X , Xu Z Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6086 ( in Chinese ) [ 过榴晓、徐振源 2008 物理学报 **57** 6086 ]
- [ 15 ] Bao B C , Hu W , Liu Z , Kang Z S , Xu J P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2240 ( in Chinese ) [ 包伯成、胡 文、刘 中、康祝圣、许建平 2009 物理学报 **58** 2240 ]
- [ 16 ] Kreyszig E 1978 *Introductory Functional Analysis with Applications* ( New York : Wiley )
- [ 17 ] Zhang L , Zhang B 2007 *Theory and Application of Problem Solving—Theory and Application of Quotient Space Granularity Computing* ( Beijing : Tsinghua University Press ) pp106—115 ( in Chinese ) [ 张 铃、张 钹 2007 问题求解理论与应用——商空间粒度计算理论及应用 ( 北京 : 清华大学出版社 ) 第 106—115 页 ]

# Moving object in Markov stochastic processes : spacial characteristic analysis and approximate approach research \*

Fei Rong<sup>†</sup> Cui Du-Wu

( School of Computer Science and Engineering , Xi 'an University of Technology , Xi 'an 710048 , China )

( Received 17 December 2008 ; revised manuscript received 28 April 2009 )

## Abstract

In this paper , space approach of moving object in a kind of Markov stochastic process is studied. A state transfer function of Markov stochastic model in space-time network is deduced by mathematic method firstly. The space-time network is defined as a three-dimensional space which is formed from moving objects and their trajectories , and the corresponding distance space is constructed. Then the fixed point theorem is presented. A self-mapping operator in the distance space is attained by the analysis of state transfer function. On the basis of the above theory , the moving object can be mapped from the former node to the target one by themselves. All of these are proved by theorems and emulational experiments. Moreover , we attempt to use the method of space compounds with granularity in moving object. The moving object can be approached better through the mapping of fixed point , and the requirements of moving objects are satisfied in real time. The relevandr experiments also validate the feasibility and validity of space approach idea.

**Keywords** : Markov stochastic processes , distance space , fixed point , self-mapping operator

**PACC** : 0250 , 0365D

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 60743009 , 60873035 ) and the Natural Science Foundation of Shaanxi Province , China ( Grant No. 2006F43 ).

<sup>†</sup> E-mail : annyfei@hotmail.com