

非高斯噪声驱动的双奇异随机系统的 熵流与熵产生^{*}

郭培荣[†] 徐 伟 刘 迪

(西北工业大学应用数学系, 西安 710129)

(2009 年 5 月 20 日收到 2009 年 6 月 3 日收到修改稿)

研究了一类受非高斯噪声驱动的双奇异随机系统, 应用路径积分法和变换的方法得到了该系统对应的 Fokker-Planck 方程, 并结合 Shannon 信息熵的定义给出了此类系统的熵流与熵产生随时间演化的表达式, 分析了非平衡约束下所引入的系统耗散参数、奇异性强度参数、噪声相关时间和噪声偏离参数对熵流与熵产生的影响.

关键词: 信息熵, 熵流与熵产生, 非高斯噪声, 双奇异随机系统

PACC: 0520, 0570L, 6550

1. 引 言

为了在一定条件下确定一个热力学自发过程进行的方向, 德国物理学家 Clausius 于 1865 年提出了熵的概念, 以孤立系统熵增加定律的形式表述热力学第二定律. 随后 Boltzmann 和 Planck 用熵代表系统的无序度并给出了熵的微观统计公式, 为熵的重要地位的确立及其发展奠定了基础. Shannon^[1]将统计熵作为基本组成部分推广用于信息理论中用以表示系统的不确定性. 在此基础上, Jaynes^[2]提出了最大信息熵原理, 用以确定各种系统的随机态变量的概率分布函数, 为熵的广泛应用奠定了基础. 之后 Prigogine 将开放系统在状态变化中熵随时间的变化分为熵流与熵产生两部分, 建立了非平衡热力学的耗散结构理论. Daems 和 Nicolis^[3,4]针对受随机扰动的耗散动力系统, 建立了基于信息熵平衡方程的非平衡热力学理论. 其研究表明, 熵流与熵产生项依赖于相空间的动力学特性, 特别是依赖于相空间体积收缩率. 在此基础上, Bag 等^[5-7]针对经变换后 Fokker-Planck (FP) 方程可精确求解的几类典型随机动力系统, 结合 Shannon 信息熵的定义得到了信息熵流、熵产生和熵变化率上界随时间演化的精确表达式, 分析了系统参数与噪声性质对信息熵流与熵产生的显著影响, 并从信息熵演化的角度考察了相应随机过程的性质, 揭示了噪声在信息熵演化过程

中的显著作用. 国内的谢文贤等^[8-10]研究了色关联白噪声驱动的动力系统的熵变化率上界, 并对高斯色噪声驱动的双奇异随机系统及色关联白噪声驱动的一类耗散动力系统的熵流与熵产生进行了探讨. 郭永峰等^[11,12]研究了高斯色噪声驱动的双奇异随机系统的熵变化率上界, 并对非高斯噪声驱动的一类耗散动力系统的熵流与熵产生进行了探讨.

在以往的研究中, 随机扰动大都被假定为高斯噪声, 然而高斯噪声并不适用于一些实际情形, 特别是在生物的感官系统中, 非高斯噪声起着非常重要的作用^[13], 因此有必要对非高斯噪声的性质和作用进行研究^[13-20]. 目前, 关于随机扰动下各种系统的信息熵演化研究大都限于高斯噪声的情形, 关于非高斯噪声驱动的系统的信息熵演化问题还很少见报道. 本文将在已有的研究基础上, 讨论一类受非高斯噪声驱动的双奇异随机系统, 并应用路径积分法和变换的方法给出该系统的熵流与熵产生随时间演化的表达式, 进一步分析(非平衡约束下)所引入的系统耗散参数、奇异性强度参数、噪声相关时间和噪声偏离参数对熵流与熵产生的影响.

2. 非高斯噪声驱动的双奇异随机系统及其对应的 FP 方程

关于高斯色噪声驱动的双奇异随机动力系统的

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 30872165)资助的课题.

[†] E-mail: guopeirong@mail.nwpu.edu.cn

熵流与熵产生以及熵变化率上界的研究,文献[9, 11]给出了相关性质的讨论.研究发现,系统确定性力和随机力的奇异性对系统的性质有较大的影响.基于此,本文考虑如下的受非高斯噪声驱动的双奇异随机动力系统,其 Langevin 方程为

$$\dot{X} = -\gamma X + |X|^\beta \chi(t) \quad (\gamma > 0). \quad (1)$$

由于 $X=0$ 既是确定性力的奇点,又是随机力的奇点,所以称之为双奇异随机系统^[21]. (1)式中 γ 为系统的耗散参数, β 为标度随机力在原点的奇异程度的参数, $\chi(t)$ 为非高斯噪声并且满足

$$\frac{d\chi(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau} \frac{d}{d\eta} V_q(\eta) + \frac{1}{\tau} \xi(t), \quad (2)$$

其中

$$V_q(\eta) = \frac{D}{\tau(q-1)} \ln \left[1 + \frac{\tau}{D} (q-1) \frac{\eta^2}{2} \right]. \quad (3)$$

这里, q 表示非高斯噪声 $\chi(t)$ 偏离高斯分布的程度,称为噪声偏离参数.当 $q \rightarrow 1$ 时, $\chi(t)$ 就退化为强度为 D , 关联时间为 τ 的高斯色噪声,当 $q \neq 1$ 时, $\chi(t)$ 就是非高斯噪声. (2)式中的 $\xi(t)$ 是噪声强度为 D 的高斯白噪声,其统计性质为

$$\begin{aligned} \xi(t) &= 0, \\ \xi(t)\xi(t') &= 2D\delta(t-t'). \end{aligned} \quad (4)$$

根据文献[15]可知,非高斯噪声 $\chi(t)$ 的性质为

$$\begin{aligned} \chi(t) &= 0, \\ \eta^2(t) &= \begin{cases} \frac{2D}{\tau(5-3q)} & q \in \left(-\infty, \frac{5}{3}\right), \\ \infty & q \in \left(\frac{5}{3}, \infty\right). \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

当 $|q-1| \ll 1$ 时,由路径积分法^[13-20]可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau} \frac{d}{d\eta} V_q(\eta) &= \frac{\eta}{\tau} \left[1 + \frac{\tau}{D} (q-1) \frac{\eta^2}{2} \right]^{-1} \\ &\approx \frac{\eta}{\tau} \left[1 + \frac{\tau}{D} (q-1) \frac{\eta^2}{2} \right]^{-1} = \frac{\eta}{\tau_1}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\tau_1 = \frac{\chi(2-q)}{5-3q} \tau. \quad (7)$$

与之相联系的噪声强度为

$$D_1 = \left[\frac{\chi(2-q)}{5-3q} \right]^2 D. \quad (8)$$

从而(2)式表示的非高斯噪声可近似成一个关联时间为 τ_1 , 噪声强度为 D_1 的奥恩斯坦-乌伦贝克过程,可写为

$$\frac{d\chi(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau_1} \chi + \frac{1}{\tau_1} \xi_1(t), \quad (9)$$

其中 $\xi_1(t)$ 满足

$$\begin{aligned} \xi_1(t) &= 0, \\ \xi_1(t)\xi_1(t') &= 2D_1\delta(t-t'). \end{aligned} \quad (10)$$

令 $Y_1 = X, Y_2 = \eta$, 可将(1)和(9)式等效地变为

$$\dot{Y}_1 = -\gamma Y_1 + |Y_1|^\beta Y_2, \quad (11)$$

$$\dot{Y}_2 = -\frac{1}{\tau_1} Y_2 + \frac{1}{\tau_1} \xi_1(t). \quad (12)$$

当 $\beta=0$ 时,有关熵流与熵产生的结论详见文献[12]. 本文主要研究非平凡的双奇异情形,即 $\beta < 1$ 的情形. 我们可通过变换^[8]

$$X_1 = \begin{cases} |Y_1|^{1-\beta} & (Y_1 > 0), \\ -|Y_1|^{1-\beta} & (Y_1 < 0), \end{cases} \quad (13)$$

$$X_2 = Y_2. \quad (14)$$

将(11)和(12)式化为

$$\dot{X}_1 = -\chi(1-\beta)X_1 + (1-\beta)X_2, \quad (15)$$

$$\dot{X}_2 = -\frac{1}{\tau_1} X_2 + \frac{1}{\tau_1} \xi_1(t). \quad (16)$$

(15)和(16)式等效的 FP 方程是

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(X_1, X_2, t)}{\partial t} &= \chi(1-\beta) \frac{\partial X_1 P}{\partial X_1} - (1-\beta) X_2 \frac{\partial P}{\partial X_1} \\ &\quad + \frac{1}{\tau_1} \frac{\partial X_2 P}{\partial X_2} + \frac{D_1}{\tau_1^2} \frac{\partial^2 P}{\partial X_2^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $P(X_1, X_2, t)$ 是扩维并经(13)和(14)式变换后的相空间的概率密度函数.

3. 非高斯噪声驱动的双奇异随机系统的熵流与熵产生

下面我们利用 FP 方程(17)和熵流与熵产生的定义给出非高斯噪声驱动的双奇异随机系统(1)的熵流与熵产生随时间演化的表达式. 通过变换^[22]

$$T = aX_1 + X_2, \quad (18)$$

我们可将 FP 方程(17)变为

$$\frac{\partial P(T, t)}{\partial t} = -\frac{\partial FP}{\partial T} + D_s \frac{\partial^2 P}{\partial T^2}, \quad (19)$$

其中

$$F = -\lambda T, \quad (20)$$

$$D_s = \frac{D_1}{\tau_1^2}, \quad (21)$$

$$\lambda T = a\chi(1-\beta)X_1 - a(1-\beta)X_2 + \frac{1}{\tau_1} X_2. \quad (22)$$

这里 a 和 λ 是待定常数,把(18)式代入(22)式并比较 X_1 和 X_2 的系数可得

$$a = \frac{1}{\tau_1(1-\beta)} - \gamma, \quad (23)$$

$$\lambda = \gamma(1-\beta). \quad (24)$$

具有连续概率分布的 Shannon 信息熵定义^[11]为

$$S_t = - \int P(X, t) \ln P(X, t) dX. \quad (25)$$

根据信息熵定义(25)式和形如(19)式的 FP 方程,熵流 \dot{S}_F 和熵产生 \dot{S}_P 分别定义为^[7,9]

$$\dot{S}_F = \int P \frac{\partial F}{\partial T} dT, \quad (26)$$

$$\dot{S}_P = D_s \int \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)^2 dT. \quad (27)$$

于是由(19)–(27)式,我们最终可得非高斯噪声驱动的双奇异随机系统(1)的熵流与熵产生随时间演化的表达式为

$$\dot{S}_F = -\gamma(1-\beta), \quad (28)$$

$$\dot{S}_P = \frac{2D_s}{\alpha(t)}, \quad (29)$$

其中

$$\alpha(t) = \frac{2D_s}{\lambda} [1 - \exp(-2\lambda t)] + \alpha(0) \exp(-2\lambda t). \quad (30)$$

(30)式中初始条件 $\alpha(0)$ 为常数, D_s 和 λ 如(21)和(24)式所示.在稳态情形($t \rightarrow \infty$)下,由(28)和(29)

式可知 $\dot{S}_P = \lambda = \gamma(1-\beta) = -\dot{S}_F$, 亦即 $\dot{S}_F + \dot{S}_P = 0$. 下面我们利用(28)和(29)式来分析系统的耗散参数 γ 、奇异性强度参数 β 、噪声相关时间 τ 和噪声偏离参数 q 对熵流 \dot{S}_F 与熵产生 \dot{S}_P 的影响.

由(28)式我们可以看到,熵流 \dot{S}_F 始终为一负值并且不依赖于时间 t 和非高斯噪声 $\gamma(t)$, 它随着系统耗散参数 γ 的增大而不断减小,而随着系统奇异性强度参数 β 的增大而不断增大.由(7)(8)和(21)式我们可以看到 $D_s = \frac{D_1}{\tau_1^2} = \frac{D}{\tau^2}$, 所以(29)和(30)式就表明熵产生 \dot{S}_P 不依赖于噪声偏离参数 q . 因此我们下面仅讨论系统的耗散参数 γ 、奇异性强度参数 β 和噪声相关时间 τ 对熵产生 \dot{S}_P 的影响.

图1给出了熵产生 \dot{S}_P 在系统耗散参数 γ 、奇异性强度参数 β 和噪声相关时间 τ 取不同值时随时间 t 的变化情况.图1中我们取定 $D = 0.5$, $\alpha(0) = 0.2$ (所有计算值均为无量纲).从图1中可以看出,熵产生 \dot{S}_P 随时间 t 的增加而单调递减.随着 t 的不断增大, \dot{S}_P 最终达到平衡值 $\gamma(1-\beta)$; 对于较小的 γ 、较大的 β 或者较小的 τ , 弛豫时间较长; 对于给定的时间 t , 较大的 γ 对应的 \dot{S}_P 也较大,而较大的 β 或者较大的 τ 对应的 \dot{S}_P 反而较小.

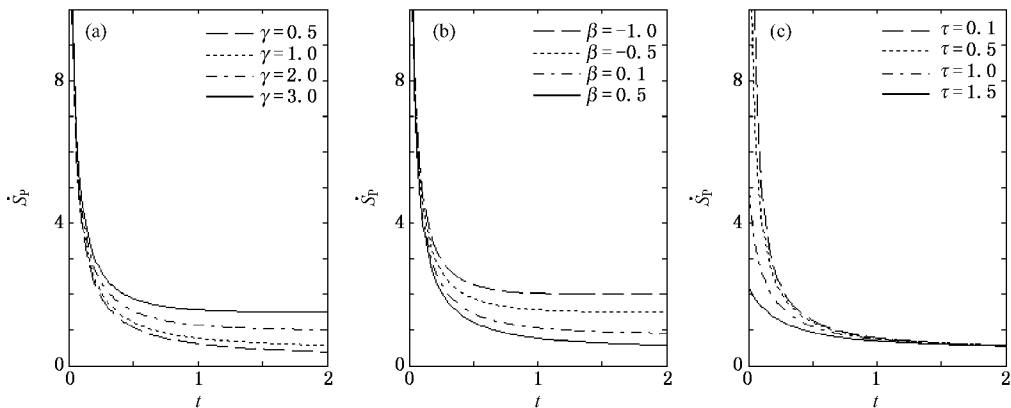


图1 熵产生 \dot{S}_P 在 γ 、 β 和 τ 取不同值时随时间 t 的变化 (a) $\beta = 0.5$, $\tau = 0.5$; (b) $\gamma = 1.0$, $\tau = 0.5$; (c) $\gamma = 1.0$, $\beta = 0.5$

4. 非平衡约束下的熵流与熵产生

下面我们考虑非高斯噪声驱动的双奇异随机系统(1)在非平衡约束下的熵流与熵产生,也就是在(1)式中加入常数外力 f_e . 相应的 FP 方程(19)式中

的漂移系数变为

$$F = F_0 + F_1, \quad (31)$$

式中, $F_0 = -\lambda T$, $F_1 = af_e$. 类似文献[7,12]的推导,我们可得非平衡约束下非高斯噪声驱动的双奇异随机系统(1)的熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 与熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 随时间演化的表达式分别为

$$\Delta\dot{S}_F = \frac{\lambda[2D_s - \lambda\alpha(t) + 2\alpha(t)\chi - \lambda\alpha(t) + F_1] - 2\lambda F_1\alpha(t)}{2D_s}, \tag{32}$$

$$\Delta\dot{S}_P = \frac{2\lambda^2\alpha^2(t)\alpha(t) + \lambda^2\sigma^2(t) - 4\lambda D_s\alpha(t) + 4D_s^2}{2D_s\alpha(t)}, \tag{33}$$

其中

$$\alpha(t) = \frac{F_1}{\lambda}[1 - \exp(-\lambda t)] + \alpha(0)\exp(-\lambda t). \tag{34}$$

F_1, λ, D_s 和 $\alpha(t)$ 如前所述, 初始条件 $\alpha(0)$ 为一常数. 在稳态情形 ($t \rightarrow \infty$) 下, 由 (32) 和 (33) 式可得 $\Delta\dot{S}_P = \frac{[1 - \chi(1 - \beta)\tau_1]^2}{(1 - \beta)^2 D_1} f_e^2 = -\Delta\dot{S}_F$, 这表明当 $\chi(1 - \beta)\tau_1 = 1$ 时, 非平衡约束力 f_e 对熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 与熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 的影响将消失. 由 (23) 和 (31) 式我们也可以看到, 当 $\chi(1 - \beta)\tau_1 = 1$ 时, $\alpha = 0$, 非平衡约束项也就等于零, 其对熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 与熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 自然也就没有影响了. 因此我们下面将仅在 $\chi(1 - \beta)\tau_1 \neq 1$

(即 $\chi(1 - \beta)\tau \frac{\chi(2 - q)}{5 - 3q} \neq 1$) 时分析非平衡约束下系统的耗散参数 γ 、奇异性强度参数 β 、噪声相关时间 τ 和噪声偏离参数 q 对熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 与熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 的影响. 图 2—图 8 中我们取非平衡约束力为常数 $f_e = 1.0$ 以及 $D = 0.5, \alpha(0) = 0.2, \alpha(0) = 0.5$ 保持不变 (所有计算值均为无量纲).

图 2—图 5 分别描述了熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 与熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 在系统耗散参数 γ 、奇异性强度参数 β 、噪声相关时间 τ 和噪声偏离参数 q 取不同值时随时间 t 的变化情况. 从图 2—图 5 中可以看到, 熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 与熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 随时间 t 的变化都出现了极值现象.

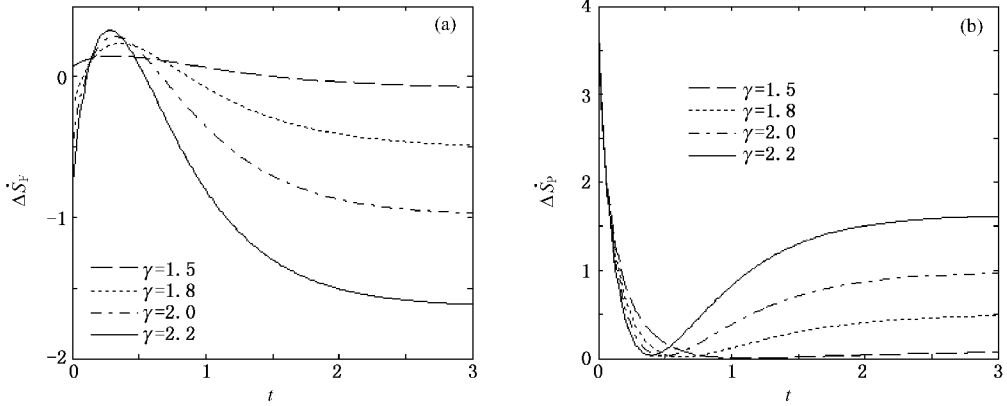


图 2 熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 和熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 在 $\beta = 0.1, \tau = 1.0, q = 0.5$ 时分别随时间 t 的变化 (a) $\Delta\dot{S}_F$, (b) $\Delta\dot{S}_P$

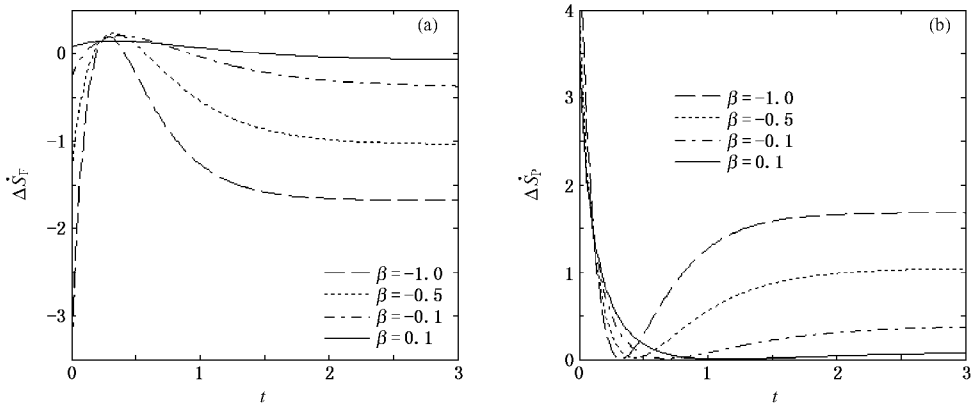


图 3 熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 和熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 在 $\gamma = 1.5, \tau = 1.0, q = 0.5$ 时分别随时间 t 的变化 (a) $\Delta\dot{S}_F$, (b) $\Delta\dot{S}_P$

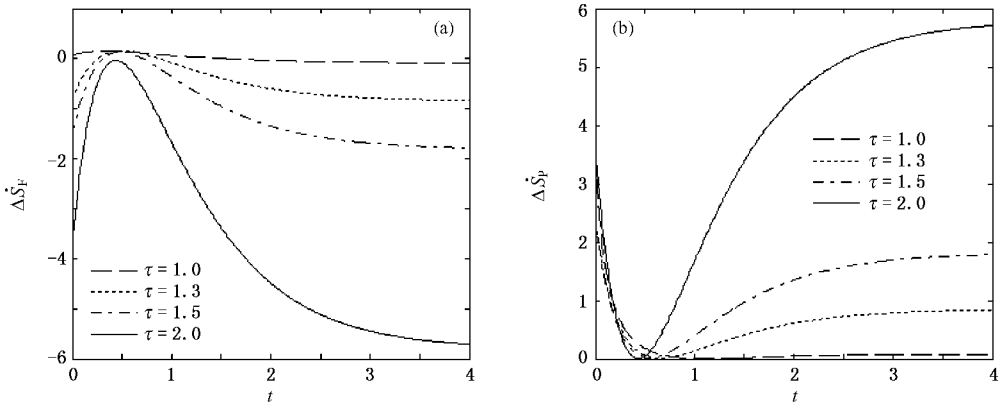


图4 熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 和熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 在 $\gamma = 1.5, \beta = 0.1, q = 0.5$ 时分别随时间 t 的变化 (a) $\Delta\dot{S}_F$, (b) $\Delta\dot{S}_P$

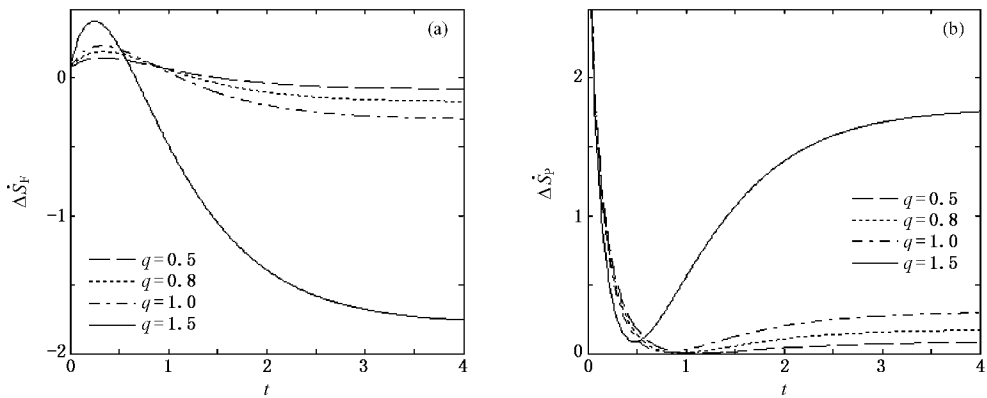


图5 熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 和熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 在 $\gamma = 1.5, \beta = 0.1, \tau = 1.0$ 时分别随时间 t 的变化 (a) $\Delta\dot{S}_F$, (b) $\Delta\dot{S}_P$

在图2、图4和图5中,对于不同的系统耗散参数 γ 、噪声相关时间 τ 和噪声偏离参数 q ,熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 均随时间 t 的增加先不断增大到极大值后又不断减小到新的平衡值,对于较大的 $\gamma(\tau, q)$,新的平衡值较小,弛豫时间较长,极值点的位置较靠左;熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 均随时间 t 的增加先不断减小到极小值后又不断增大到新的平衡值,对于较大的 $\gamma(\tau, q)$,新的平衡值也较大,弛豫时间也较长,极值点的位置也较靠左。

在图3中,对于不同的系统奇异性强度参数 β ,熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 均随时间 t 的增加也是先不断增大到极大值后又不断减小到新的平衡值,然而对于较大的 β ,新的平衡值较大,弛豫时间较短,极值点的位置较靠右;熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 均随时间 t 的增加也是先不断减小到极小值后又不断增大到新的平衡值,然而对于较大的 β ,新的平衡值较小,弛豫时间较短,极值点的位置较靠右。

图6—图8分别描述了熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 与熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 在噪声偏离参数 q 取不同值时随系统耗散参数 γ 、

奇异性强度参数 β 和噪声相关时间 τ 的变化情况。从图6中我们可以看到,随着系统耗散参数 γ 的不断增大,熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 先不断减小到极小值后又不断增大到极大值,最后一直单调递减下去,对于较大的 q ,其对应的极小值也较大,极值点的位置较靠左;熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 先不断增大到极大值后又不断减小到极小值,最后一直单调递增上去,对于较大的 q ,其对应的极大值反而较小,极值点的位置同样较靠左。从图7中我们可以看到,随着系统奇异性强度参数 β 的不断增大,熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 先不断增大到极大值后又不断减小下去,对于较大的 q ,极值点的位置较靠右;熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 先不断减小到极小值后又不断增大上去,对于较大的 q ,极值点的位置也较靠右。从图8中我们可以看到,随着噪声相关时间 τ 的不断增大,熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 同样先不断增大到极大值后又不断减小下去,与随 β 变化不同的是,对于较大的 q ,极值点的位置较靠左;熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 同样先不断减小到极小值后又不断增大上去,与随 β 变化不同的是,对于较大的 q ,极值点的位置较靠左。

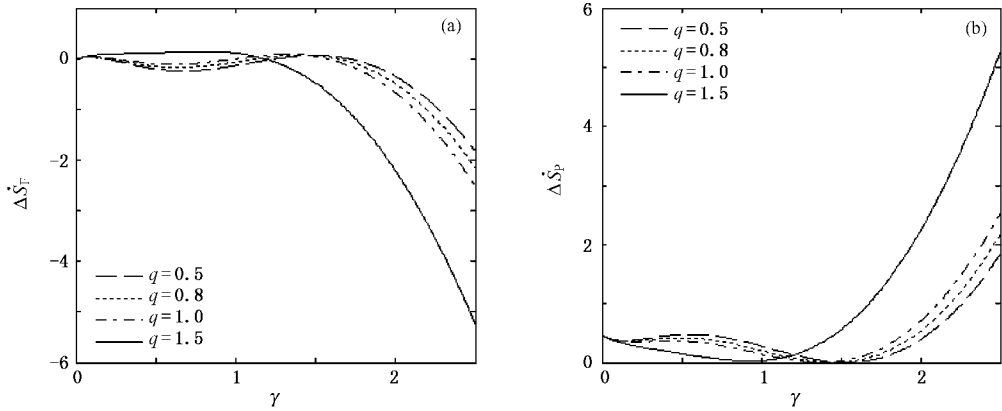


图 6 熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 和熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 在 $\beta = 0.1, \tau = 1.0, \mu = 1.0$ 时分别随系统耗散参数 γ 的变化 (a) $\Delta\dot{S}_F$, (b) $\Delta\dot{S}_P$

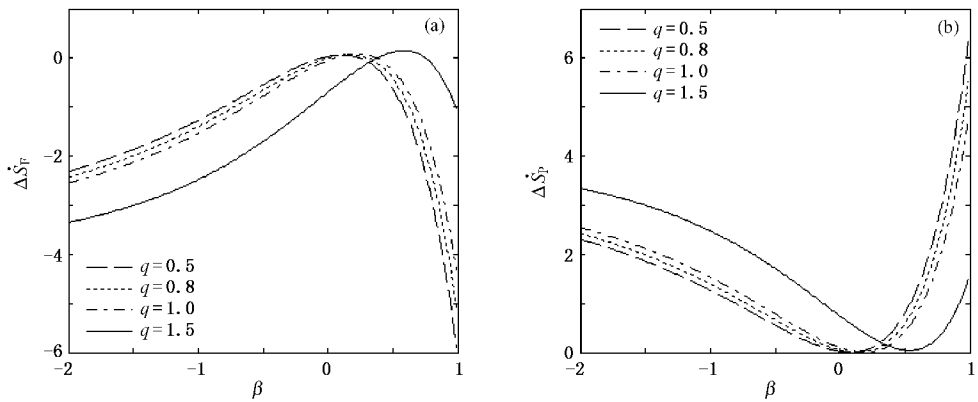


图 7 熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 和熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 在 $\gamma = 1.5, \tau = 1.0, \mu = 1.0$ 时分别随系统奇异性强度参数 β 的变化 (a) $\Delta\dot{S}_F$, (b) $\Delta\dot{S}_P$

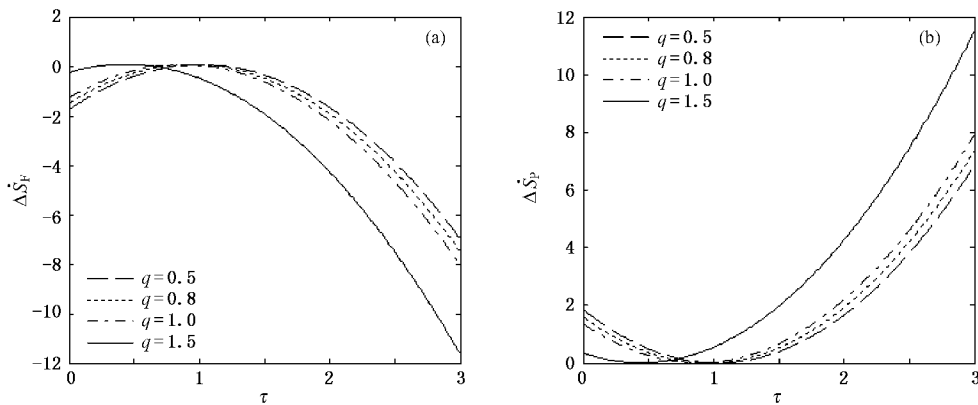


图 8 熵流 $\Delta\dot{S}_F$ 和熵产生 $\Delta\dot{S}_P$ 在 $\gamma = 1.5, \beta = 0.1, \mu = 1.0$ 时分别随噪声相关时间 τ 的变化 (a) $\Delta\dot{S}_F$, (b) $\Delta\dot{S}_P$

5. 结 论

本文研究了一类受非高斯噪声驱动的双奇异随机系统,应用路径积分法和变换的方法并结合 Shannon 信息熵的定义得到了非平衡约束下该系统的熵流 \dot{S}_F 和 $\Delta\dot{S}_F$ 以及熵产生 \dot{S}_P 和 $\Delta\dot{S}_P$ 随时间 t 演化的表达式,借此分析了系统的耗散参数 γ 、奇异

性强度参数 β 、噪声相关时间 τ 和噪声偏离参数 q 对 \dot{S}_F ($\Delta\dot{S}_F$) 与 \dot{S}_P ($\Delta\dot{S}_P$) 的影响.值得注意的是在非平衡约束作用下,当 $\chi(1-\beta)\tau \frac{\chi(2-q)}{5-3q} \neq 1$ 时 $\Delta\dot{S}_F$ 与 $\Delta\dot{S}_P$ 关于 t 的演化均呈现极值现象.由于非高斯噪声在耗散不可逆的生物系统中有着非常重要的作用,本文的研究能为理解耗散不可逆系统的相关问题提供一些新思路.

- [1] Shannon C E 1948 *Bell Sys. Tech. J.* **27** 379
- [2] Jaynes E T 1957 *Phys. Rev.* **106** 620
- [3] Nicolis G , Daems D 1998 *Chaos* **8** 311
- [4] Daems D , Nicolis G 1999 *Phys. Rev. E* **59** 4000
- [5] Bag B C , Banik S K , Ray D S 2001 *Phys. Rev. E* **64** 026110
- [6] Bag B C 2002 *Phys. Rev. E* **65** 046118
- [7] Bag B C 2002 *Phys. Rev. E* **66** 026122
- [8] Xie W X , Xu W , Cai L , Jin Y F 2005 *Chin. Phys.* **14** 1766
- [9] Xie W X , Xu W , Cai L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1639 (in Chinese) [谢文贤、徐伟、蔡力 2006 物理学报 **55** 1639]
- [10] Xie W X , Xu W , Cai L 2007 *Chin. Phys.* **16** 42
- [11] Guo Y F , Xu W , Li D X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5613 (in Chinese) [郭永峰、徐伟、李东喜 2007 物理学报 **56** 5613]
- [12] Guo Y F , Xu W , Li D X , Xie W X 2008 *Commun. Theor. Phys.* (Beijing) **49** 1561
- [13] Wio H S , Toral R 2004 *Physica D* **193** 161
- [14] Fuentes M A , Toral R , Wio H S 2001 *Physica A* **295** 114
- [15] Fuentes M A , Wio H S , Toral R 2002 *Physica A* **303** 91
- [16] Bouzat S , Wio H S 2005 *Physica A* **351** 69
- [17] Wu D , Luo X Q , Zhu S Q 2007 *Physica A* **373** 203
- [18] Goswami G , Majee P , Ghosh P K , Bag B C 2007 *Physica A* **374** 549
- [19] Zhao Y , Xu W , Zou S C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1396 (in Chinese) [赵燕、徐伟、邹少存 2009 物理学报 **58** 1396]
- [20] Zhang H Q , Xu W , Xu Y 2009 *Physica A* **388** 781
- [21] Hu G 1994 *Stochastic Forces and Nonlinear Systems* (Shanghai : Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) pp172 , 181 (in Chinese) [胡岗 1994 随机力与非线性系统 (上海 : 上海科技教育出版社) 第 172 , 181 页]
- [22] Kramers H A 1940 *Physica* **7** 284

Time dependence of entropy flux and entropy production for a stochastic system with double singularities driven by non-Gaussian noise^{*}

Guo Pei-Rong[†] Xu Wei Liu Di

(Department of Applied Mathematics , Northwestern Polytechnical University , Xi'an 710129 , China)

(Received 20 May 2009 ; revised manuscript received 3 June 2009)

Abstract

A stochastic system with double singularities driven by non-Gaussian noise is investigated. The Fokker-Plank equation of the system is obtained through the path-integral approach and the method of transformation. Based on the definition of Shannon's information entropy, the time dependence of entropy flux and entropy production of the system is calculated both in the absence and in the presence of non-equilibrium constraint. The influences of the system dissipative parameter, the system singularity strength parameter, the noise correlation time and the noise deviation parameter on entropy flux and entropy production are discussed.

Keywords : information entropy , entropy flux and entropy production , non-Gaussian noise , stochastic system with double singularities

PACC : 0520 , 0570L , 6550

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10872165).

[†] E-mail : guopeirong@mail.nwpu.edu.cn