第 58 卷 第 8 期 2009 年 8 月
1000-3290/2009/58(08)/5209-05
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.58, No.8, August, 2009
©2009 Chin. Phys. Soc.

Hénon 混沌系统的自适应预测函数控制快速算法*

温淑焕†
(燕山大学电气工程学院,工业计算机控制工程河北省重点实验室,秦皇岛 066004)
(2008 年 10 月 28 日收到;2009 年 1 月 9 日收到修改稿)

提出了一种带有预测函数的 Hénon 混沌系统的广义预测控制快速算法.首先用时变遗忘因子的递推最小二乘方法辨识混沌系统,然后在广义预测控制的基础上引入了预测函数控制方法,并充分利用了预测信息的补偿作用.这种算法克服了广义预测控制中求解逆矩阵的缺点,提高了系统响应的速度,并且具有较强的跟踪给定信号、抑制系统参数摄动和随机噪声的能力.仿真结果验证了该方法的有效性.

关键词:广义预测控制,预测函数,Hénon 混沌系统,参数辨识
PACC:0545

1. 引 言

混沌[1—3]是非线性动力学所特有的一种运动形式,非线性系统的混沌同步在通讯、信息科学、医学、生物、工程等领域中具有很大的应用潜力及发展前景.自从 Ott,Grebogi 和 Yorke[4]运用参数扰动的方法,成功地实现了混沌系统的控制,混沌控制就引起了国内外学者的广泛关注[5].

在求解未来时刻控制律时,传统的预测控制需事先知道要达到的目标理想值,在这一过程中存在着快速性与无超调的矛盾.预测函数控制算法与其他预测控制算法的最大区别是注重控制量的结构,控制量与一组相应于过程特性和跟踪设定值函数有关.而每一时刻计算的控制量又是由一组事先选定的函数线性组合形成,这些函数就是基函数.用这些基函数的已知过程响应通过对目标函数进行优化计算,得到各基函数的权系数,从而求出相应的控制量,丰富了模型预测控制的内容,控制量也更具规律性,且计算方程简单、实时控制计算量较小[6—8].文献[9]提出的方法能够很好抑制超调,但是需要经过复杂的回代计算才能得到补偿值.文献[10]采用一种基于鲁棒模糊聚类算法的模糊辨识方法对 Mackey-Glass 混沌时间序列进行建模和预测.文献[11]实现了广义 Hénon 混沌系统映射的追踪控制与同步.传统的广义预测控制算法需要求解 Diophantine 方程,其中的矩阵求逆使得系统的在线计算时间大大增加,为了减少计算量,加快计算速度,本文在广义预测控制的基础上引入了预测函数的思想,提出一种新的算法来达到混沌控制的目的.

2. 预测输出

利用预测输出模型导出 j 步以后输出的预测值 $y(t+j)$,即

$$y(t+j) = G_j\Delta u(t+j-1) + F_j y(t) + H_j\Delta u(t-1) + E_j\omega(t+j), \quad (1)$$

式中 G_j, F_j, H_j 是 Diophantine 方程的系数多项式,$E_j\omega(t+j)$ 是 t 时刻以后的白噪声.$t+j$ 时刻的最优预测输出 $y'(t+j)$ 可表示为

$$y'(t+j) = G_j\Delta u(t+j-1) + F_j y(t) + H_j\Delta u(t-1). \quad (2)$$

采用如下的目标函数

$$J = E\Big\{\sum_{j=N_1}^{N_2}[y(t+j|t) - y_r(t+j)]^2 + \sum_{j=N_1}^{N_u}[\lambda(j)\Delta u(t+j-1)]^2\Big\},$$

式中 E 为数学期望值,y_r 为理想输出值,N_1 和 N_2 分别为优化时域的始值和终值,N_u 为控制时域,即

* 河北省科技攻关计划(批准号:07213526)、河北省自然科学基金(批准号:F200400260)和燕山大学博士科研基金(批准号:B168)资助的课题.

† E-mail:wenshuhuan@sohu.com

$$u(t+j+1)=u(t+N_u-1) \qquad (j>N_u).$$

将(2)式写成向量形式

$$Y = GU + Fy(t) + H\Delta u(t-1), \tag{3}$$

其中

$$Y^{\mathrm{T}} = [y(t+N_1),\cdots,y(t+N_2)],$$
$$U^{\mathrm{T}} = [\Delta u(t),\cdots,\Delta u(t+N_u-1)],$$
$$F^{\mathrm{T}} = [F_1,\cdots,F_{N_2}],$$
$$H^{\mathrm{T}} = [H_1,\cdots,H_{N_2}],$$

$$G=\begin{bmatrix} g_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ g_1 & g_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ & & & \cdots & & \\ g_{N_u-1} & g_{N_u-2} & g_{N_u-3} & \cdots & g_1 & g_0 \\ & & & \cdots & & \\ g_{N_2-1} & g_{N_2-2} & g_{N_2-3} & \cdots & g_{N_2-N_u-1} & g_{N_2-N_u} \end{bmatrix}.$$

3. 快速无超调预测函数控制新算法

在快速无超调预测函数控制新算法的设计中，采用与预测函数控制相结合方法. 控制输入如下[3]：

$$u(k+i)=\sum_{n=1}^{N}\mu_n f_n(i) \qquad (i=0,\cdots,N_u).$$

由于被控对象通常存在干扰，因此选择斜坡函数作为基函数，$f(i)=i$，则

$$\begin{aligned} u(k+i) &= \mu_1 f(i) \\ &= \mu_1 i \qquad (i=1,\cdots,N_u), \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \Delta u(k+i) &= u(k+i)-u(k+i-1) \\ &= \mu_1 \qquad (i=0,\cdots,N_u-1). \end{aligned} \tag{5}$$

定义 P 如下：

$$P^{\mathrm{T}} = [p_0, p_1, \cdots, p_{Nu-1}] = [1,1,\cdots,1]. \tag{6}$$

根据以上定义，(3)式可写为

$$\begin{aligned} U^{\mathrm{T}} &= P^{\mathrm{T}}\mu_1 \\ &= [\mu_1,\mu_1,\cdots\mu_1] \\ &= [\Delta u(t),\Delta u(t),\cdots,\Delta u(t)]. \end{aligned} \tag{7}$$

将目标函数 J 重新写成向量形式

$$J = E\{(Y-Y_r)^{\mathrm{T}}(Y-Y_r)+\lambda U^{\mathrm{T}}U\}, \tag{8}$$

其中

$$Y_r^{\mathrm{T}} = [y_r(t+1),\cdots,y_r(t+N_2)].$$

将(7)式代入(3)式，(3)式代入(8)式，并令 $\partial J/\partial U = 0$，可得

$$\begin{aligned} \Delta u(t) &= [(GP)^{\mathrm{T}}(GP)+\lambda P^{\mathrm{T}}P]^{-1}(GP)^{\mathrm{T}} \\ &\quad \times [Y_r - Fy(t) - H\Delta u(t-1)]. \end{aligned} \tag{9}$$

令 $GP=K$，则有

$$\begin{aligned} \Delta u(t) &= [K^{\mathrm{T}}K+\lambda P^{T}P]^{-1}K^{\mathrm{T}} \\ &\quad \times [Y_r - Fy(t) - H\Delta u(t-1)], \end{aligned} \tag{10}$$

其中 $[K^{\mathrm{T}}K+\lambda P^{\mathrm{T}}P]$ 为一标量，其倒数为 $[K^{\mathrm{T}}K+\lambda P^{\mathrm{T}}P]^{-1}$. 这样避免了求逆矩阵的复杂计算，且在线优化只需求解加权系数 μ_1，使计算量大大减少.

用(10)式的控制律直接控制被控对象可带来大幅度的超调. 因此设计改进后的新型控制器如下：

$$\begin{aligned} u'(t) &= 0.5[u(t)+u(t+1)] \\ &= 0.5[u(t)+u(t)+\Delta u(t+1|t)] \\ &= u(t)+0.5\Delta u(t+1|t) \\ &= u(t)+0.5\Delta u(t), \end{aligned} \tag{11}$$

其中 $0.5\Delta u(t)$ 为预测信息对 t 时刻控制的补偿.

4. 时变参数的辨识

混沌系统是非线性系统，而广义预测控制器是基于线性系统求解的，所以简单地应用定长线性系统的广义预测控制器控制非线性系统比较困难.

本文算法在线辨识模型参数，用辨识出的线性模型逼近混沌系统，使得建模误差减少，提高了建模精度，对混沌系统能够较好地实施控制.

$$\begin{aligned} \Delta y(t) &= -A_1\Delta y(t-1)-\cdots \\ &\quad - A_{n_a}\Delta y(t-n_a) + B_0\Delta u(t-1) \\ &\quad + \cdots + B_{n_b}\Delta u(t-n_b-1) \end{aligned} \tag{12}$$

简化为

$$\Delta y(t) = X(t-1)^{\mathrm{T}}\theta_0, \tag{13}$$

其中

$$\begin{aligned} X(t-1)^{\mathrm{T}} &= [-\Delta y(t-1)^{\mathrm{T}},\cdots, \\ &\quad -\Delta y(t-n_a)^{\mathrm{T}},\Delta u(t-1)^{\mathrm{T}},\cdots, \\ &\quad \Delta u(t-n_b-1)^{\mathrm{T}}], \end{aligned}$$

$$\theta_0 = [A_1, \cdots A_{n_a}, B_0, \cdots B_{n_b}]^{\mathrm{T}}.$$

其中 n_a, n_b 分别为 A 和 B 的阶次. $\varepsilon(t)$ 可表示为

$$\varepsilon(t) = \Delta y(t) - X(t-1)^{\mathrm{T}}\theta(t-1), \quad (14)$$

其中

$$\theta(t) = [A_1(t), \cdots, A_{n_a}(t), B_0(t), \cdots, B_{n_b}(t)]^{\mathrm{T}}.$$

由于混沌系统的动态特性不是平稳的，其动力学行为变化时快时慢，所以选择具有时变遗忘因子 $\rho(t)$ 的递推最小二乘方法来逼近混沌系统.

$$\theta(t) = \theta(t-1) + \frac{P(t-1)X(t-1)\varepsilon(t)}{\rho(t) + X(t-1)^{\mathrm{T}}P(t-1)X(t-1)}, \quad (15)$$

$$P(t) = \frac{1}{\rho(t)}\left[P(t-1) - \frac{P(t-1)X(t-1)X(t-1)^{\mathrm{T}}P(t-1)}{\rho(t) + X(t-1)^{\mathrm{T}}P(t-1)X(t-1)}\right]. \quad (16)$$

这里时变遗忘因子 $\rho(t)$ 为

$$\rho(t) = 1 - \frac{1}{\Sigma_0}\left[1 - \frac{X(t)^{\mathrm{T}}P(t-1)X(t-1)}{\rho(t-1) + X(t-1)^{\mathrm{T}}P(t-1)X(t-1)}\right]\varepsilon(t)^{\mathrm{T}}\varepsilon(t). \quad (17)$$

当 $\rho(t) \leqslant \rho_{\min}$ 时，$\rho(t) = \rho_{\min}$. 这里 $P(0)$ 是任意正定矩阵，$\Sigma_0 = \sigma_0^2 N_0$，其中 σ_0^2 是量测噪声方差，N_0 是渐进记忆长度.

5. 仿真研究

仿真所用系统如下：

$$x_1(k+1) = x_2(k), \quad (18)$$

$$x_2(k+1) = 1 + \alpha_1 x_1(k) - \alpha_2(x_2(k))^2 + u(k) \quad (19)$$

其中 α_1, α_2 为系统参数，$u(k)$ 为控制输入. 当 $u(k) = 0$ 时，系统处于混沌状态.

5.1. 混沌系统无参数摄动和随机噪声信号时的方波信号跟踪

设(19)式中的参数 $\alpha_1 = 0.3$，$\alpha_2 = 1.4$，当 $u(k) = 0$ 时，系统处于混沌状态.

设参考输入

$$y_{\mathrm{r}}(k) = 0.5\mathrm{sign}(0.5\sin(k/8)),$$

系统的误差

$$e(k) = y(k) - y_{\mathrm{r}}(k),$$

取预测时域 $N = 2$，利用(19)式可以实现混沌系统对参考信号 $y_{\mathrm{r}}(k) = 0.5\mathrm{sign}(0.5\sin(k/8))$ 的追踪控制. 图 1 为无参数摄动时的系统输出和参考输出，图 2 为无参数摄动时的误差.

由图 1 和图 2 可以看出，无参数摄动系统的控制输出能够很好地跟踪参考输出，且控制效果好.

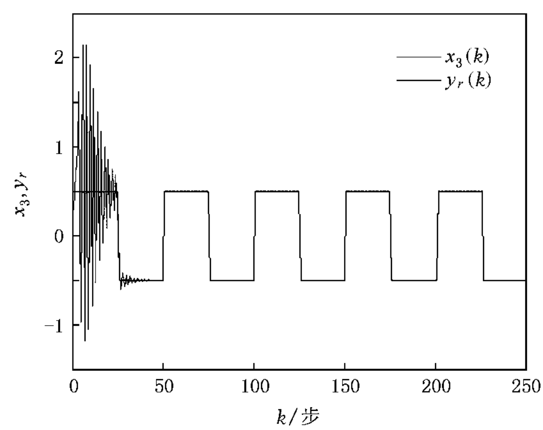

图 1　无参数摄动时的控制输出

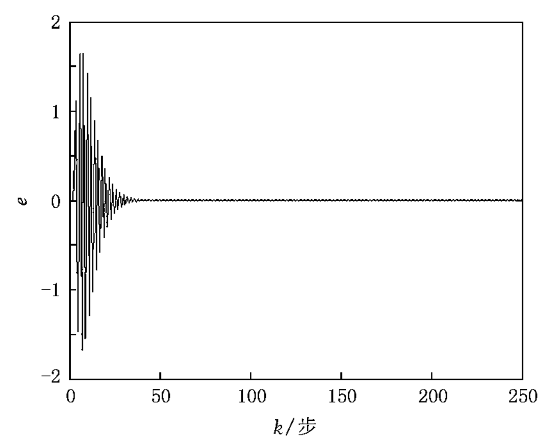

图 2　无参数摄动时的误差

5.2. 混沌系统带参数摄动和随机噪声信号时的方波信号跟踪

当 $k=50$ 时,(19)式中在参数 α_1 上加入参数摄动 $\Delta\alpha_1=-0.2$,图 3 为带参数摄动时的控制系统输出及其参考输出,图 4 为带参数摄动时的误差.

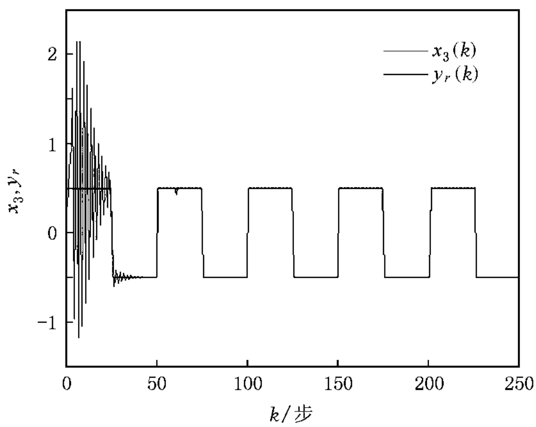

图 3　带参数摄动时的控制输出

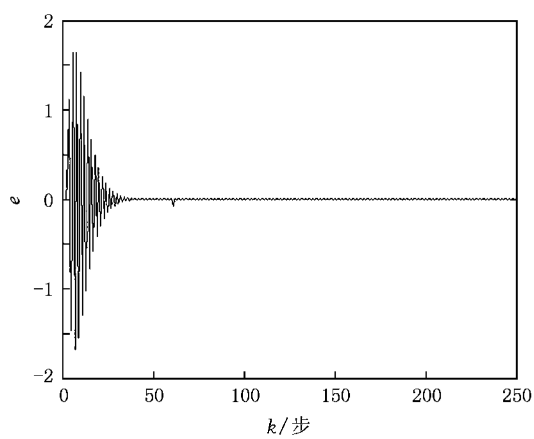

图 4　带参数摄动时的误差

由图 3 和图 4 可以看出,本方法对于带参数摄动的控制系统也有很好的控制效果.

5.3. 混沌系统具有随机噪声的方波信号跟踪

设系统有噪声的随机迭代过程

$$x(k+1)=f(x(k),u(k))+\xi(k),$$

其中 $\xi(k)$ 是 Gauss 型的随机变量,$E(\xi(k))=0$,$E(\xi(k)^2)=\delta^2$,取 $\delta=0.01$.图 5 为带有随机噪声的混沌系统的控制输出,图 6 为带有随机噪声的混沌系统的误差.

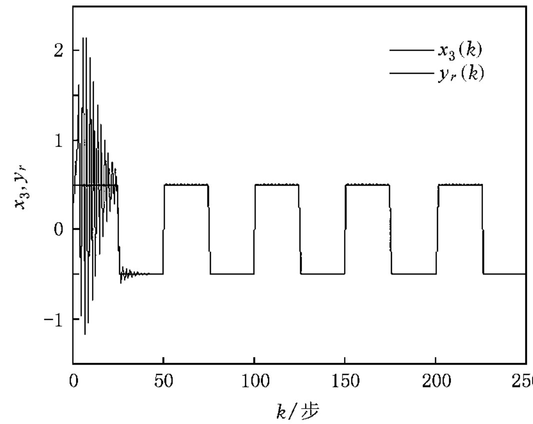

图 5　有随机噪声时的控制输出

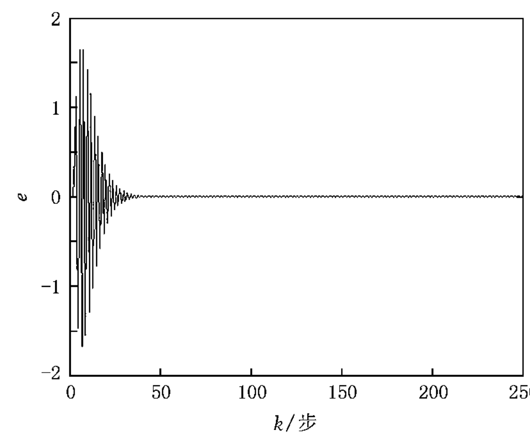

图 6　有随机噪声时的误差

由图 5 和图 6 可以看出,对于有随机噪声的控制系统本方法也能达到很好的跟踪和控制效果.

6. 结　　论

本文在广义预测控制算法中加入预测函数,避免了广义预测控制矩阵的求逆计算,使得计算量大大减少,提高了控制过程的快速性.采用 $t+1$ 时刻的预测信息对 t 时刻的控制量进行补偿以后,使超调量减少.由于混沌系统具有不平稳的动态特性,动力学行为变化时快时慢,所以用时变遗忘因子的递推最小二乘法辨识混沌系统.结果表明,该方法对混沌系统有很好的控制效果.

[1] Liu F C，Wang J，Peng H P 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 1954（in Chinese）[刘福才、王　娟、彭海朋 2002 物理学报 **51** 1954]
[2] Yan H，Wei P，Xiao X C 2007 *Acta Phys*. *Sin*. **56** 5111（in Chinese）[闫　华、魏　平、肖先赐 2007 物理学报 **56** 5111]
[3] Zhang R X，Tian G，Li P，Yang S P 2008 *Acta Phys*. *Sin*. **57** 2073（in Chinese）[张若洵、田　钢、栗　苹、杨世平 2008 物理学报 **57** 2073]
[4] Ott E，Grebogi C，Yorke J A 1990 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **64** 1196
[5] Wang X Y，Wang M J 2007 *Acta Phys*. *Sin*. **56** 5136（in Chinese）[王兴元、王明军 2007 物理学报 **56** 5136]
[6] Wang W 1998 *Generalized Predictive Control Theory and Application*（Beijing：Science Press）p3（in Chinese）[王　伟 1998 广义预测控制理论及其应用（北京：科学出版社）第 3 页]
[7] Jin Y Y，Pang Z H，Cui H 2005 *Micro-computer Inform*. *Sin*. **21** 40
[8] Wang H R，Chen Z W，Li J X 2007 *Acta Auto*. *Sin*. **33** 1110（in Chinese）[王洪瑞、陈志旺、李建雄 2007 自动化学报 **33** 1110]
[9] Sun D，Xu D M 2002 *Indus*. *Instrum*. *Auto*. *Sin*. **3** 64（in Chinese）[孙　峻、徐德民 2002 工业仪表及其自动化装置 **3** 64]
[10] Liu F C，Zhang Y L，Chen C 2008 *Acta Phys*. *Sin*. **57** 2784（in Chinese）[刘福才、张彦柳、陈　超 2008 物理学报 **57** 2784]
[11] Liu F C，Liang X M，Song J Q 2008 *Acta Phys*. *Sin*. **57** 1459（in Chinese）[刘福才、梁晓明、宋佳秋 2008 物理学报 **57** 1459]

A fast algorithm for adaptive predictive function of Hénon chaotic system *

Wen Shu-Huan†

（*Key Laboratory of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province*，*Institute of Electrical Engineering*，*Yanshan University*，*Qinhuangdao* 066004，*China*）

（Received 28 October 2008；revised manuscript received 9 January 2009）

Abstract

A kind of generalized predictive control fast algorithm with predictive function for Hénon chaotic system is proposed. Firstly，we identify the chaotic system by recursive least square parameter of time varying forget factor. Then one kind of predictive function is added into this algorithm and makes full use of compensation of predictive information，overcoming the disadvantage of calculating inverse matrix to increase the response speed of the system. The ability of tracking the reference signal and restraining the parameter perturbation and stochastic disturbance are improved. Simulated results show the effectiveness of the algorithm.

Keywords：generalized predictive control，predictive function，Hénon chaotic system，parameter identification

PACC：0545

* Projcet supported by the Science and Technology Key Program of Hebei Province，China（Grant No. 07213526），the Natural Science Foundation of Hebei Province，China（Grant No. F200400260）and the Scientific Research Foundation for Doctor of Yanshan University，China（Grant No. B168）.

† E-mail：wenshuhuan@sohu.com