

半导体激光器低频噪声的 Lyapunov 指数 计算和混沌状态判定*

于思瑶 郭树旭† 郜峰利

(吉林大学电子科学与工程学院, 长春 130012)
(2008 年 12 月 1 日收到 2009 年 1 月 7 日收到修改稿)

根据小波变换和混沌噪声理论,对半导体激光器低频噪声进行了实验和理论分析.应用相轨迹、功率谱、Lyapunov 指数、关联维等方法,探讨了噪声混沌模型的可行性.实验证明半导体激光器低频噪声具有混沌特性.在理论上分析了产生混沌的原因,为研究其可靠性提供了理论基础.

关键词:混沌, Lyapunov 指数, 小波变换, 低频噪声

PACC: 0545

1. 引言

半导体激光器已经广泛地应用于光通信、信息存储、医疗、光传感器、军事等诸多领域,器件本身能否长期可靠地对其在各个领域的应用至关重要.由于低频噪声可以反映激光器的内部缺陷,因此得到了国内外学者的广泛关注.低频噪声正成为器件可靠性评价和器件筛选的一种新项目^[1-3].

近年来,国内外有众多的学者对半导体激光器低频噪声进行了细致的研究,他们发现低频噪声中包含着丰富的器件缺陷和不完整性的信息,但是对其混沌特性的研究却鲜有报道.混沌是一种貌似无规则的运动,它存在于确定性非线性系统中,不需附加任何随机因素就可以出现类似随机的行为.混沌具有如下特性:有界性、遍历性、内随机性、分维性、标度性、普适性和统计特性.本文结合混沌理论^[4,5]和小波变换^[6,7],验证了半导体激光器低频噪声具有明显的混沌特性,并对其混沌模型进行可行性研究,这为进一步研究半导体激光器的可靠性提供了新的思路和方法.

2. 混沌理论

最大 Lyapunov 指数(LE) λ_1 不仅是一个很重要

的不变量,而且是判断混沌存在的一个重要依据.早在 1983 年,格里波基就证明:当一个系统(非发散)的 LE 出现正值时,表明它对初值具有敏感依赖性,这是混沌系统的最基本特征.在混沌动力学系统中,LE 具有明确的物理意义,它反映了系统轨线在状态空间不同方向上被压缩或伸展的程度.在相空间中,令 $x(t)$ 是 $x(0)$ (初始条件)沿着轨道演化时间 t 后的状态,最大 LE 可以定义为

$$\lambda_{\max} = \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{t} \ln \left[\frac{|x(t) - x_{\epsilon}(t)|}{\epsilon} \right], \quad (1)$$

其中 $x(t)$ 为参考轨道,且有 $|x(t) - x_{\epsilon}(t)| = \epsilon$.

Kantz 和 Rosenstein 提出了一种优化算法^[8,9].后来经过研究发现,如果用信号的小波模值代替信号本身,在 m 空间中求得 LE,就可以有效地克服大尺度噪声的干扰^[10].对一个混沌系统产生的序列 $\{x_k, k=1, 2, \dots, N\}$ 进行小波变换,得到相应的由小波变换模数构成的序列 $\{\tilde{x}_k, k=1, 2, \dots, N\}$,利用 Kantz 改进的算法计算该序列的最大 LE.即在 m 维相空间 $\tilde{x}_i = (\tilde{x}_i, \tilde{x}_{i+1}, \dots, \tilde{x}_{i+m-1})$ 定义间距为

$$d(\tilde{\lambda}_i, \tilde{\lambda}_i, \Delta t) = |\tilde{x}_{i+m-1+\Delta t} - \tilde{x}_{i+m-1}|. \quad (2)$$

$$S(\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \left| \frac{1}{U_t} \sum_{\tilde{x}_i \in U_t} d \right|$$

* 国家自然科学基金(批准号:60471009)资助的课题.

† 通讯联系人, E-mail: guosx@jlu.edu.cn

$$\left(\tilde{x}_i, \tilde{x}_i, \Delta t \right) \Big|, \quad (3)$$

其中 U_i 是 \tilde{x}_i 的直径为 ϵ 的邻域. 当 $\mathcal{S}(\Delta t)$ 随 Δt 线性增加时, 其斜率就是序列 $\{x_k, k=1, 2, \dots, N\}$ 的最大 LE. 在计算过程中, 需要选择一个嵌入维数 m , 然后在嵌入空间中搜索相邻轨线. 如果 m 太小, 那么吸引子会发生严重变形, 使线性标度区的范围变小. 为了避免这种情况出现, 需要对不同的 m 值计算 $\mathcal{S}(\Delta t)$, 这样可以使计算简便, 结果精确.

3. 实验结果及讨论

实验中所使用的样品为大功率 InGaAsP/GaAs 量子阱半导体激光器, 功率为 2 W, 阈值电流约为 400 mA. 采样频率 $f=1$ kHz. 电子器件的低频噪声通常包括白噪声 $\frac{1}{f}$ 噪声 $g-r$ 噪声等. 我们在实验的过程中, 采集到的低频噪声中未发现 $g-r$ 噪声, 所以其功率谱密度可以表示为

$$\mathcal{S}(f) = A + \frac{B}{f^\gamma}, \quad (4)$$

其中 A 为白噪声幅度, B 为 $1/f$ 噪声幅度, f 为频率, γ 为 $1/f$ 噪声的频率指数. 经过研究证明, 在同一噪声水平下, 白噪声对于计算最大 LE 有显著的影响^[11]. 所以, 我们在计算时要尽量去除白噪声. 根据文献^[12], 由于高斯白噪声的小波模极大值随着尺度的增加而减少, 因此根据这一特性, 我们可以轻松地剔除掉白噪声. 实测的半导体激光器噪声如图 1 所示, 图 2 是去除白噪声后的噪声功率谱.

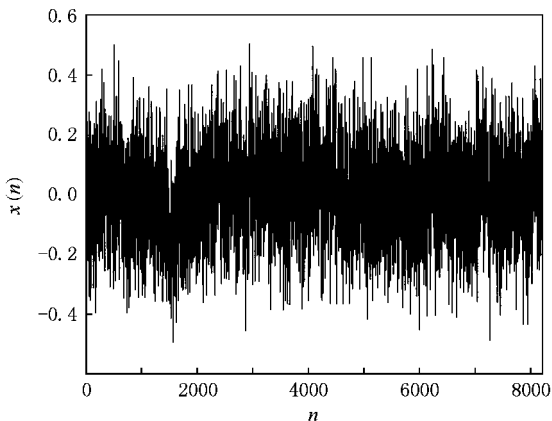


图 1 半导体激光器低频噪声的时间序列

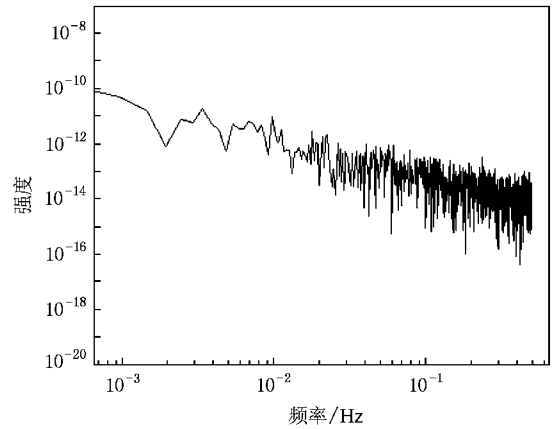


图 2 去除白噪声后低频噪声功率谱

在实验中, 我们进行了 40 组实测半导体低频噪声数据的处理, 进一步在相空间进行重构, 更好地揭示了信号的非线性动力学特征^[13]. 以第 20 组数据为例, 首先进行小波变换得到小波模值, 并去除白噪声, 然后用互信息法确定重构低频噪声所需要的延长时间, 并嵌入维数, 最后计算 LE. 图 3 是实测低频噪声的 LE 曲线, 图 4 是其混沌吸引子.

表 1 为 LE 的计算结果.

表 1 LE 的计算结果

	LE	相对误差/%
1	0.4089	-0.75
2	0.4982	-1.35
3	0.5023	-13.47
4	0.3947	-21.01
5	0.4602	-2.23

混沌吸引子具有不规则、非周期、复杂的自相似结构特性, 即具有分形现象. 因此可以用分形维来刻画^[14,15]. 假设空间中任意两个矢量间的距离是 $r_{i,j}$, 给出一个任意实数 r , 然后计算出有多少对点之间的距离 $r_{i,j}$ 小于 r , 求出 $\mathcal{C}(r)$, 做出 $\ln \mathcal{C}(r) - \ln r$ 曲线, 并计算直线段的斜率, 此斜率就是关联维数.

$$\mathcal{C}(r) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=i}^N \mathcal{A}(r - r_{i,j}), \quad (5)$$

其中

$$\mathcal{A}(r - r_{i,j}) = \begin{cases} 1 & (r - r_{i,j} \geq 0), \\ 0 & (r - r_{i,j} < 0). \end{cases}$$

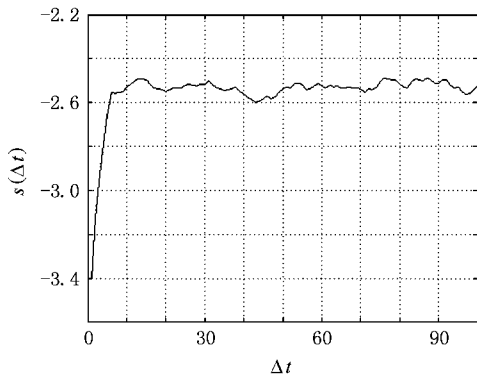


图 3 LE 曲线

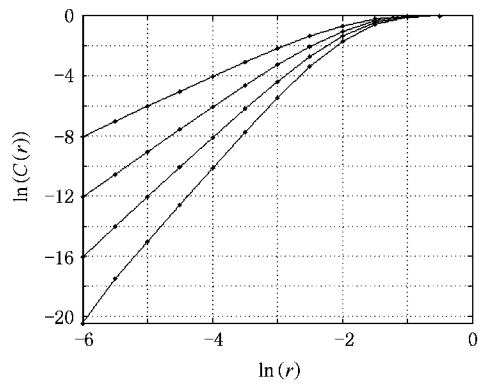


图 5 关联维曲线

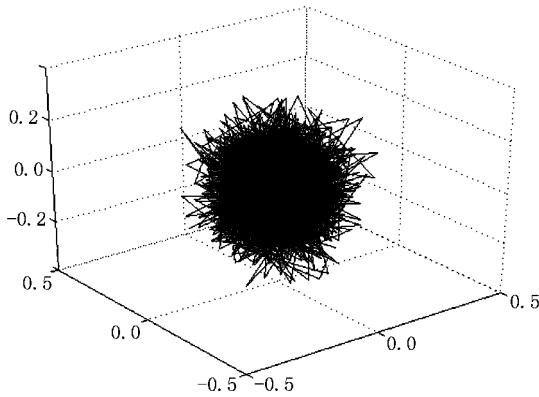


图 4 混沌吸引子

4. 结 论

计算单变量时间序列的 LE 是在实测信号混沌识别过程中不可缺少的一部分. LE 大于零, 是混沌系统识别的充要条件. 本文计算得到的半导体激光器的低频噪声时间序列的最大 LE 均为正数, 这说明半导体激光器低频噪声相空间轨迹对初始条件具有敏感性和依赖性, 存在混沌吸引子, 因此具有明显的混沌特性. 国内外对半导体器件中 $1/f$ 噪声产生的微观机理研究表明, $1/f$ 噪声是由器件表面的氧化层陷阱和晶格错位造成. 当器件制作完成后, 内部的杂质和缺陷也已经确定. 通过与混沌现象的比较发现, 两者有相同的产生机理, 因此我们认为, $1/f$ 噪声是由器件内部杂质和工艺缺陷所确定, 由复杂的、确定性的非线性动力学系统所产生. 换言之, $1/f$ 噪声是由确定性系统产生的混沌信号. 这为研究半导体激光器的可靠性提供了混沌理论基础.

从图 5 中可以看出, 当嵌入维数增加到一定程度时, 斜率不再增加, 而是趋于饱和. 这和确定性的混沌特性相符合.

- [1] Hu J, Du L, Zhuang Y Q, Bao J L, Zhou J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1384 (in Chinese) [胡 瑾、杜 磊、庄奕琪、包军林、周江 2006 物理学报 **55** 1384]
- [2] Zhuang Y Q, Sun Q 1996 *Chin. J. Semicond.* **17** 611
- [3] Liu Y A, Du L, Bao J L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2648 (in Chinese) [刘宇安、杜 磊、包军林 2008 物理学报 **57** 2648]
- [4] Berge P, Pomeau Y, Vidal C 1984 *Order Within Chaos: Towards a Deterministic Approach to Turbulence* (New York: John Wiley & Sons, Inc.) p160
- [5] Baker G L, Gollub J P 1996 *Chaotic Dynamics: An Introduction* (London: Cambridge University Press) p110
- [6] Daubechies I 1992 *Ten Lectures on Wavelets* (Philadelphia: SIAM Press)
- [7] Mallat S, Hwang W L 1992 *IEEE Trans. Inform. Theory* **38** 617
- [8] Kantz H 1994 *Phys. Lett. A* **185** 77
- [9] Rosenstein M T 1993 *Physica* **65** 117
- [10] Liu H F, Zhao Y Y, Dai Z H, Gong X, Yu Z H 2001 *Acta Phys. Sin.* **55** 2311 (in Chinese) [刘海峰、赵艳艳、代正华、龚 欣、于遵宏 2001 物理学报 **55** 2311]
- [11] Lu S, Wang H Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 572 (in Chinese) [卢山、王海燕 2006 物理学报 **55** 572]
- [12] Du L, Zhuang Y Q, Wu Y 2002 *Microelectron. Reliabi.* **42** 183
- [13] Han Y, Hu J B, Zhao L D 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7522 (in Chinese) [韩 焱、胡建兵、赵灵冬 2008 物理学报 **57** 7522]
- [14] Liu H F, Dai Z H, Chen F, Gong X, Yu Z H 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1186 (in Chinese) [刘海峰、代正华、陈 峰、龚 欣、于遵宏 2002 物理学报 **51** 1186]
- [15] Wang X Y, He Y J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1485 (in Chinese) [王兴元、贺毅杰 2008 物理学报 **57** 1485]

Calculation of the Lyapunov exponent for low frequency noise in semiconductor laser and chaos identification^{*}

Yu Si-Yao Guo Shu-Xu[†] Gao Feng-Li

(College of Electronic Science and Engineering , Jilin University , Changchun 130021 , China)

(Received 1 December 2008 ; revised manuscript received 7 January 2009)

Abstract

Based on wavelet transformation and chaos theory , low frequency noise in semiconductor laser is studied . The feasibility of chaotic noise model is discussed and prescribed in detail based on techniques of phase locus , power spectrum , Lyapunov exponents and correlation dimension . And the reasons for this chaos phenomenon it also explained in theory . The rigorous chaotic character of low-frequency noise in semiconductor laser is found , which loys a theoretical basis for the correlative investigation based on semiconductor laser reliability .

Keywords : chaos , Lyapunov exponent , wavelet transformation , low frequency noise

PACC : 0545

^{*} Project supported by National Natural Science Foundation of China(Grant No. 60471009).

[†] Corresponding author. E-mail : guosx@jlu.edu.cn