

具有迟滞非线性金属橡胶隔振器 参数识别研究*

闫 辉^{1)†} 姜洪源¹⁾ 刘文剑¹⁾ A. M. Ulannov²⁾

1) 哈尔滨工业大学机电工程学院, 哈尔滨 150001)

2) 萨马拉国立航空航天大学, 俄罗斯萨马拉 443086)

(2008 年 12 月 16 日收到, 2009 年 1 月 20 日收到修改稿)

金属橡胶隔振器具有非线性的动力学特性, 对这种迟滞阻尼隔振器进行建模研究, 建立了参数有物理意义的动力学模型. 根据单自由度性能试验, 进行了有关参数的试验识别方法研究, 应用能量法及最小二乘法将非线性方程组转化为关于参数的线性方程组, 从而对金属橡胶隔振器参数进行识别. 识别结果与实验结果有较好的一致性, 识别结果也说明了结构参数对隔振器性能的影响.

关键词: 金属橡胶隔振器, 动力学模型, 迟滞非线性, 参数识别

PACC: 0547, 0710F, 4340, 4630M

1. 引 言

随着航空航天技术的发展, 发动机工作功率渐趋增大, 振动和冲击对航空发动机外部管路系统的正常工作影响越来越大, 发动机外部管路断裂是发动机使用过程中常见的故障. 航空发动机外部管路主要用于油、气等介质的输送. 为了对振动加以控制, 目前主要采取隔振的方法, 利用特种隔振器减少或削弱振动的传播, 以降低振动传递率来提高管路系统的环境适应性^[1-3].

航空航天发动机的工作条件比较苛刻, 要求隔振装置具有一定的强度、耐高低温和较宽的工作范围. 根据航空航天发动机外部管路系统的实际工作环境, 设计了专用金属橡胶隔振器, 其结构中含有干摩擦阻尼特性的非线性隔振部件, 特点是工作范围宽、具有抗冲击能力和抗腐蚀能力^[4-6].

金属橡胶隔振器具有非线性动力学特性, 恢复力不但和系统的瞬时变形状态有关, 还取决于系统的变形历史, 有所谓的记忆特性. 这一特点使得其建模和动力学分析比其他系统复杂得多^[7-14]. 本文对这种迟滞阻尼隔振器进行建模研究, 建立参数有物理意义的动力学模型, 并根据单自由度性能试验进

行有关参数的识别方法研究^[15-18].

2. 金属橡胶隔振器的动力学模型

建立动力学模型是研究金属橡胶隔振器的理论基础, 目前对这一类迟滞阻尼非线性动力学系统均采用试验建模的方法. 本文对这类迟滞阻尼隔振器的建模是采用理论与试验相结合的研究方法. 从单自由度情况入手, 对为航空发动机外部管路系统阻尼隔振而具体设计的金属橡胶隔振器, 根据设计方案参数情况研究其动力学模型及参数识别方法.

金属橡胶隔振器加配重形成了单自由度的振动系统, 如图 1 所示. 基础的激励为正弦信号 $u(t) = u_0 \sin \omega t$, $z(t)$ 为经过隔振器后系统的输出位移. 分析系统的受力可以列出系统的运动微分方程为

$$m\ddot{z} + k(z - u) + \beta(z - u)^3 + c(\dot{z} - \dot{u}) + \gamma(t) = mg, \quad (1)$$

其中 k 为刚度线性部分系数, β 为刚度非线性部分系数, c 为黏性阻尼系数, $\gamma(t)$ 为隔振器变形过程中的干摩擦力. $(z - u)$ 是质量为 m 的配重与基础的相对位移. 令 $x = z - u$, 则方程 (1) 变为

$$m\ddot{x} + kx + \beta x^3 + c\dot{x} + \gamma(t) = mu_0 \omega^2 \sin \omega t + mg. \quad (2)$$

* 国家自然科学基金(批准号 50705016)和中国博士后科学基金(批准号 20080430926, 200801297)资助的课题.

† E-mail: yanhui@hit.edu.cn

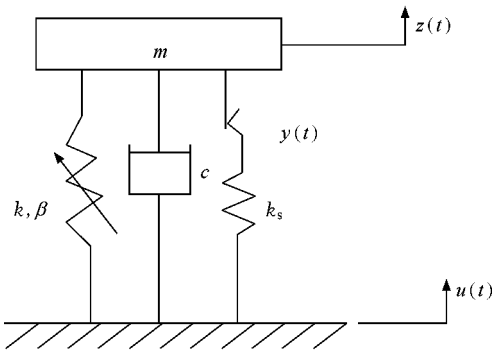


图 1 隔振器系统力学模型

系统总的恢复力为

$$g(t) = kx + \beta x^3 + cx + y(t). \quad (3)$$

力-位移的关系如图 2 所示。

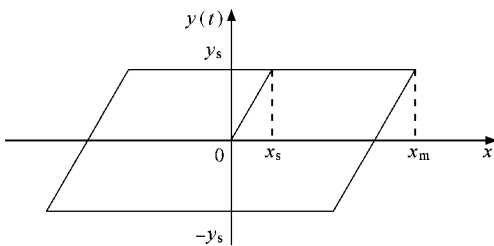


图 2 双线性滞迟干摩擦力曲线

$$\frac{dy(t)}{dx(t)} = \frac{k_s}{2} [1 + \text{sgn}(y_s - |y(t)|)] , \quad (4)$$

$$k_s = \frac{y_s}{x_s} ,$$

其中 k_s 为滑移刚度, x_s 为隔振器滑移的极限值, y_s 为最大滑移摩擦力值。

由(2)式可以看出金属橡胶隔振器的运动方程为非线性微分方程,且式中 k, β, c, k_s 和 x_s 均为未知参数.本文应用能量法及最小二乘法将金属橡胶隔振器非线性微分方程转化为关于参数的线性方程组,从而对专用金属橡胶隔振器未知参数进行识别.

3. 金属橡胶隔振器参数识别的能量法

能量法就是通过能量积分来分步识别非线性微分方程的参数.其基本思想就是把所建力学模型的元件区分为耗能类和保守类,利用变形相等过程中保守类元件不耗散能量而建立只含耗能类元件参数

的线性识别方程组,然后再运用能量积分建立仅含保守类元件参数的线性识别方程组,通过求解这些线性方程组就可以得到未知参数.

3.1. 耗能类元件的参数识别

利用能量法先对耗能类元件的未知参数进行识别.假设图 3 所示曲线为基础受简谐激励的隔振系统的相对变形曲线 $x(t)$,则可将变形曲线 $x(t)$ 分解为正负交替的若干个半波,任取一个半波来计算系统各元件在这段变形上的所耗能量.在以下的讨论中,不妨取 $[t_1, t_2]$ 时间段内的半波.

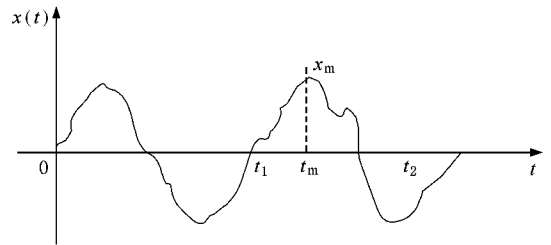


图 3 系统的相对变形曲线

在系统总的恢复力中,弹性恢复力积分结果与积分路径无关,只取决于曲线起点和终点的函数值.由图 3 可见, $x(t_1) = x(t_2) = 0$,所以弹性恢复力在所取半波上的耗能为零,即

$$w_{g_1} = \int_{x(t_1)}^{x(t_2)} g_1(t) dx = 0. \quad (5)$$

黏性阻尼恢复力 $g_2(t) = cx$ 在该半波上所耗散的能量为

$$\begin{aligned} w_{g_2} &= \int_{x(t_1)}^{x(t_2)} g_2(t) dx \\ &= \int_{t_1}^{t_2} c(\dot{x})^2 dt \\ &= cv , \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$v = \int_{t_1}^{t_2} (\dot{x})^2 dt > 0.$$

干摩擦力 $g_3 = y(t)$ 在一个半波内的耗能为

$$w_{g_3} = \int_{x(t_1)}^{x(t_2)} g_3(t) dx = 2k_s x_s (x_m - x_s). \quad (7)$$

隔振系统的总恢复力 $g(t)$ 在该半波上的耗能为各元件耗能的总和,即

$$\begin{aligned}
 w_g &= \int_{x(t_1)}^{x(t_2)} g(x) dx \\
 &= \sum_{i=1}^3 w_{g_i} \\
 &= cv + 2k_s x_s (x_m - x_s). \quad (8)
 \end{aligned}$$

在相对位移曲线 $x(t)$ 上选取 n ($n \geq 4$) 个半波, 计算每个半波上的 v , x_m , w_g 值, 记为 $v(k)$, $x_m(k)$, $w_g(k)$ ($k=1, 2, \dots, n$), 根据 (8) 式列出隔振系统关于各个待识别参数的线性方程组

$$\begin{aligned}
 cv(1) + 2k_s x_s x_m(1) - 2k_s x_s^2 &= w_g(1), \\
 cv(2) + 2k_s x_s x_m(2) - 2k_s x_s^2 &= w_g(2), \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$cv(n) + 2k_s x_s x_m(n) - 2k_s x_s^2 = w_g(n).$$

将 (9) 式写成下列矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} v(1) & 2x_m(1) & -2 \\ v(2) & 2x_m(2) & -2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ v(n) & 2x_m(n) & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ k_s x_s \\ k_s x_s^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_g(1) \\ w_g(2) \\ \vdots \\ w_g(n) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

令

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} v(1) & 2x_m(1) & -2 \\ v(2) & 2x_m(2) & -2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ v(n) & 2x_m(n) & -2 \end{bmatrix}, \\
 W_1 &= \begin{bmatrix} w_g(1) \\ w_g(2) \\ \vdots \\ w_g(n) \end{bmatrix}, \\
 a &= \begin{bmatrix} c \\ k_s x_s \\ k_s x_s^2 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

(10) 式可以简写为

$$Aa = W_1. \quad (11)$$

利用参数识别的最小二乘法可求出待识别参数向量 a 的最小二乘估计值为

$$\tilde{a} = (A^T A)^{-1} (A^T W_1). \quad (12)$$

解得耗能类元件的参数估计量为

$$\tilde{c} = \tilde{a}(1),$$

$$\tilde{k}_s = \tilde{a}(2)^2 / \tilde{a}(3),$$

$$\tilde{x}_s = \tilde{a}(3) / \tilde{a}(2). \quad (13)$$

(12) 式的估计残差为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = W_1 - A\tilde{a}, \quad (14)$$

则相干系数为

$$\begin{aligned}
 \rho_1^2 &= 1 - \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{\varepsilon}_1}{W_1^T W_1} \\
 &= \frac{(W_1^T A)(A^T A)^{-1}(A^T W_1)}{W_1^T W_1}. \quad (15)
 \end{aligned}$$

由 (15) 式可以判断耗能元件参数的识别精度, $\rho_1 \in [0, 1]$, ρ_1 越接近 1 表明参数识别精度越高.

3.2. 保守类元件的参数识别

将识别出的耗能元件的参数代回到 (3) 式得到保守元件的恢复力

$$g_1(t) = g(x) - \tilde{c} \dot{x} - \tilde{Y}(t) = kx - \beta x^3. \quad (16)$$

保守类元件虽然不耗能, 但能贮存能量, 当其相对位移变化时其势能也随之发生变化. 如图 3 所示的 $[t_1, t_2]$ 时间段, $x(t_1)$ 到 $x(t_m)$ 这段变形中各个保守元件势能的变化为

$$\begin{aligned}
 w_k &= \int_{x(t_1)}^{x(t_m)} kx dx \\
 &= \frac{1}{2} kx_m^2, \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 w_\beta &= \int_{x(t_1)}^{x(t_m)} \beta x^3 dx \\
 &= \frac{1}{4} \beta x_m^4. \quad (18)
 \end{aligned}$$

保守恢复力 $g_1(t)$ 贮存的势能为各个保守元件贮存势能的总和, 即

$$\begin{aligned}
 \hat{w} &= w_k + w_\beta \\
 &= \int_{x(t_1)}^{x(t_m)} g_1(x) dx \\
 &= \frac{1}{2} kx_m^2 + \frac{1}{4} \beta x_m^4. \quad (19)
 \end{aligned}$$

计算出变形曲线 n 个半波上的 $\hat{w}(k)$ ($k=1, 2, \dots, n$) 值, 根据 (19) 式列出方程组

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} kx_m^2(1) + \frac{1}{4} \beta x_m^4(1) &= \hat{w}(1), \\
 \frac{1}{2} kx_m^2(2) + \frac{1}{4} \beta x_m^4(2) &= \hat{w}(2), \\
 \vdots & \vdots \\
 \frac{1}{2} kx_m^2(n) + \frac{1}{4} \beta x_m^4(n) &= \hat{w}(n). \quad (20)
 \end{aligned}$$

将(20)式写成下列矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}x_m^2(1) & \frac{1}{4}x_m^4(1) \\ \frac{1}{2}x_m^2(2) & \frac{1}{4}x_m^4(2) \\ \frac{1}{2}x_m^2(n) & \frac{1}{4}x_m^4(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{u}(1) \\ \hat{u}(2) \\ \hat{u}(n) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

(21)式可以简写为

$$Bb = W_2, \quad (22)$$

其中

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}x_m^2(1) & \frac{1}{4}x_m^4(1) \\ \frac{1}{2}x_m^2(2) & \frac{1}{4}x_m^4(2) \\ \frac{1}{2}x_m^2(n) & \frac{1}{4}x_m^4(n) \end{bmatrix},$$

$$b = \begin{bmatrix} k \\ \beta \end{bmatrix},$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} \hat{u}(1) \\ \hat{u}(2) \\ \hat{u}(n) \end{bmatrix}.$$

由最小二乘法可求出待识别参数向量 b 的最小二乘估计值为

$$\tilde{b} = (B^T B)^{-1} (B^T W_2). \quad (23)$$

得到保守元件参数的最小二乘估计值为

$$\tilde{k} = \tilde{b}(1), \quad (24)$$

$$\tilde{\beta} = \tilde{b}(2).$$

(23)式的估计残差记为

$$\varepsilon_2 = W_2 - B\tilde{b}, \quad (25)$$

则相干系数为

$$\rho_2^2 = 1 - \frac{\varepsilon_2^T \varepsilon_2}{W_2^T W_2}$$

$$= \frac{(W_2^T B)(B^T B)^{-1}(B^T W_2)}{W_2^T W_2}. \quad (26)$$

由(26)式可判断保守元件参数的识别精度。

4. 金属橡胶隔振器的参数识别和实验建模

应用上述的动力学建模方法,基础采用正弦激励,激发出隔振系统的主谐振动,激励频率选在系统

的共振区内.实验所用的金属橡胶隔振器弹性元件的相对密度为 0.18,采样频率为 2000 Hz,采集卡上设定两个采集通道分别同时采集激励加速度信号和响应加速度信号,加载质量为 0.315 kg.识别中用到的速度信号和位移信号由加速度信号数值积分后并进行波形修正后得到.识别出金属橡胶隔振器的恢复力为

$$g(t) = 4.75 \times 10^6 x + 6.258 \times 10^{12} x^3 + 124.19\dot{x} + y(t),$$

$$\frac{dy(t)}{dx(t)} = \frac{1.16 \times 10^5}{2} [1 + \text{sgr}(2.37 - |y(t)|)]. \quad (27)$$

由(15)和(26)式分别计算出耗能类元件的识别精度为 0.925,保守类元件的识别精度为 0.859.由于保守类元件的参数识别中累加了耗能类元件的识别误差,因此其识别精度低于耗能类元件的识别精度.

根据以上识别出的参数,利用四阶 Runge-Kutta 变步长数值积分算法进行了计算,并与实验结果进行比较,如图 4 所示.在参数识别过程中运用滤波的方法去除了数据中混入的噪声信号,对滤波后的波形进行了一定修正,所以不可避免地使得仿真结果与实验结果之间产生微小误差,但在整体上有较好的一致性,说明该建模方法是基本可行的.

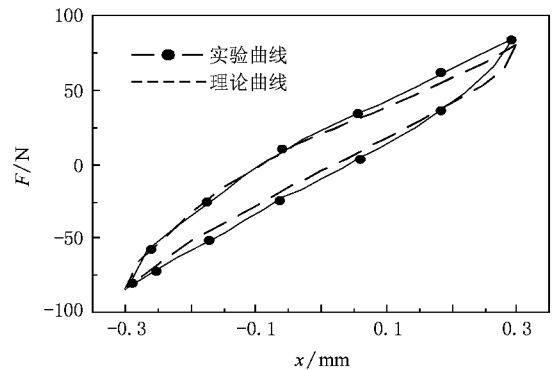


图 4 $\bar{\rho} = 0.18$ 的金属橡胶隔振器实验与理论迟滞回线

根据上述建模方法及实验条件还对相对密度为 0.22 的金属橡胶隔振器进行了识别,识别结果如下:

$$g(t) = 1.895 \times 10^7 x + 8.57 \times 10^{12} x^3 + 232.89\dot{x} + y(t),$$

$$\frac{dy(t)}{dx(t)} = \frac{2.29 \times 10^5}{2} [1 + \text{sgr}(6.12 - |y(t)|)]. \quad (28)$$

图 5 为实验结果和理论计算结果的比较. 从图 5 可以看出, 实验结果和理论结果. 两条曲线之间仍有一定的误差, 其原因也是用滤波方法去除实验数据中混入的噪声, 并对滤波后的波形进行了一定修正引起的.

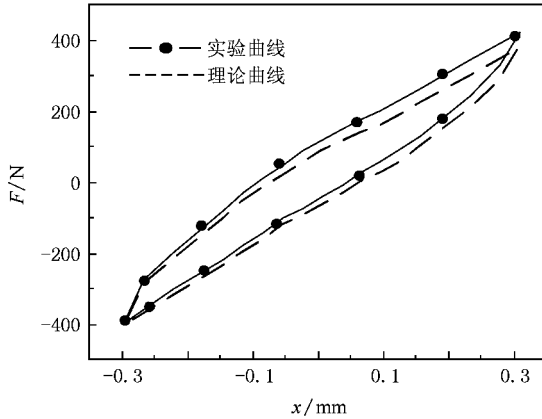


图 5 $\bar{\rho} = 0.22$ 的金属橡胶隔振器实验与理论迟滞回线

同时还对相对密度为 0.24 的金属橡胶隔振器进行了识别, 识别结果如下:

$$g(t) = 2.585 \times 10^7 x + 6.987 \times 10^{12} x^3 + 665.12 \dot{x} + y(t),$$

$$\frac{dy(t)}{dx(t)} = \frac{4.177 \times 10^5}{2} [1 + \text{sgr}(9.782 - |y(t)|)].$$

(29)

图 6 为实验结果和理论计算结果的比较.

由图 4—6 可知, 金属橡胶隔振器迟滞回线的理论结果和实验结果有较好的一致性. 比较(27)—(29)式可知, 随着金属橡胶隔振器相对密度的增大,

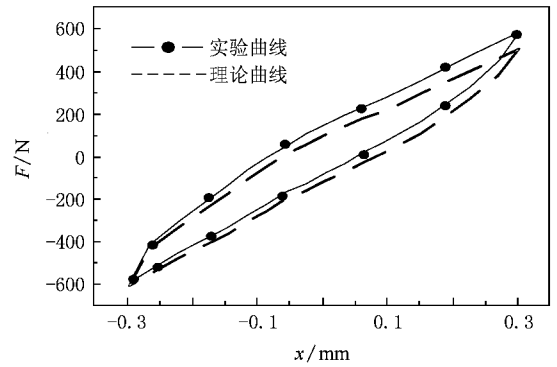


图 6 $\bar{\rho} = 0.24$ 的金属橡胶隔振器实验与理论迟滞回线

其线性刚度、三次方刚度、阻尼和滑移时的恢复力等参数都随之增大.

5. 结 论

本文研究了具有非线性迟滞特性的航空发动机外部管路支承用金属橡胶隔振器的动力学模型的建立与参数识别. 在动力学建模中, 将非线性迟滞系统的恢复力用双线性迟滞模型来描述. 在参数识别中, 利用能量法和最小二乘法将隔振系统非线性方程转化为关于参数的线性方程组, 从而对金属橡胶隔振器参数进行识别, 识别结果与实验结果有较好的一致性. 同时对隔振器在不同结构参数下进行了识别, 识别结果也说明了结构参数对隔振器性能的影响. 本文的研究方法满足工程应用要求, 同时也可作为金属橡胶隔振器的优化设计及其在复杂环境中应用研究的基础.

- [1] Lindner J F, Mason J, Neff J, Breen B J, Ditto W L, Bulsara A R 2001 *Phys. Rev. E* **63** 041107
- [2] Lin M, Huang Y M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3277 (in Chinese) [林敏、黄咏梅 2006 物理学报 **55** 3277]
- [3] Nozaki D, Mar D J, Grigg P, Collins J J 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 2402
- [4] Yan H, Jiang H Y, Li G X, Ulanov A M 2007 *China Mech. Eng.* **18** 1443 (in Chinese) [闫辉、姜洪源、李瑰贤、Ulanov A M 2007 中国机械工程 **18** 1443]
- [5] Jiang H Y, Ao H R, Li G X, Dong C F, Xia Y H 2004 *J. Hunan Uni. Sci. Technol. (Nat. Sci. Ed.)* **19** 23 (in Chinese) [姜洪源、敖宏瑞、李瑰贤、董春芳、夏宇宏 2004 湖南科技大学学报 (自然科学版) **19** 23]
- [6] Chen Y Q, Zhu Z G 2001 *J. Aerospace Power* **16** 175 (in Chinese) [陈艳秋、朱梓根 2001 航空动力学报 **16** 175]
- [7] Tsimring L S, Rulkov N F, Larsen M L, Gabbay M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 14101
- [8] Galvanetto U, Bishop S R 1998 *Comput. Method Appl. Mech. Eng.* **16** 3373
- [9] Galvanetto U 2001 *J. Sound Vib.* **24** 8653
- [10] Qin W Y, Wang H J, Zhang J F 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4361 (in Chinese) [秦卫阳、王红瑾、张劲夫 2007 物理学报 **56** 4361]
- [11] Wang X Y, Shi Q J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5591 (in Chinese) [王兴元、石其江 2005 物理学报 **54** 5591]
- [12] Ma J, Liao G H, Mo X H, Li W X, Zhang P W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5585 (in Chinese) [马军、廖国华、莫晓华、李维学、张平伟 2005 物理学报 **54** 5585]

- [13] Li Z , Han Z C 2001 *Chin. Phys.* **10** 494
- [14] Chen S H Liu J , Xie J , Lu J A 2002 *Chin. Phys.* **11** 233
- [15] Hu G 1994 *Stochastic Force and Nonlinear Systems* (Shanghai : Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) pp25 , 38 (in Chinese) [胡 岗 1994 随机力与非线性系统 (上海 : 上海科技教育出版社) 第 25 , 38 页]
- [16] Zhang X W 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2669 (in Chinese) [张相武 2006 物理学报 **55** 2669]
- [17] Fang J H 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1028 (in Chinese) [方建会 2000 物理学报 **49** 1028]
- [18] Luo S K , Fu J L , Chen X W 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 383 (in Chinese) [罗绍凯、傅景礼、陈向炜 2001 物理学报 **50** 383]

Identification of parameters for metal rubber isolator with hysteretic nonlinearity characteristics *

Yan Hui^{1)†} Jing Hong-Yuan¹⁾ Liu Wen-Jian¹⁾ A. M. Ulannov²⁾

1) *School of Mechatronic Engineering , Harbin Institute of Technology , Harbin 150001 , China*

2) *Samara State-maintained Aerospace University , Samara 443086 , Russia*

(Received 16 December 2008 ; revised manuscript received 20 January 2009)

Abstract

The nonlinear dynamic characteristics of metal rubber isolator are studied and a dynamic model with parameters with physical meaning is developed in this paper. According to the experimental results from a setup with single degree of freedom , the identification method for related parameters is researched. The nonlinear function that describes the dynamic behavior of the system is converted to the series of linear functions by using energy method and least square method. The identification results show good agreement with the experimental results and explain the effect of parameters on the performance of isolators.

Keywords : metal rubber isolator , dynamic model , hysteretic nonlinearity , parameter identification

PACC : 0547 , 0710F , 4340 , 4630M

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50705016) and the Science Foundation for Postdoctor of China (Grant Nos. 20080430926 , 200801297).

† E-mail : yanhui@hit.edu.cn