

高斯相关随机表面光散射散斑场相位奇异 及其特性的理论研究*

刘 曼¹⁾²⁾ 程传福^{1)†} 宋洪胜¹⁾³⁾ 滕树云¹⁾ 刘桂媛¹⁾³⁾

1) 山东师范大学物理与电子科学学院, 济南 250014)

2) 山东轻工业学院数理学院, 济南 250353)

3) 山东建筑大学理学院, 济南 250101)

(2008 年 11 月 11 日收到, 2008 年 12 月 16 日收到修改稿)

通过对二维高斯相关随机表面在远场平面上产生的散斑场及其相位的计算模拟, 发现在某一平面上除了实部零值线与虚部零值线有传统相交之外, 还有相切和重合的情况. 切点和重合线也可以形成相位奇异, 并且其周围相位分布与传统的实部零值线与虚部零值线相交形成的奇点周围相位的螺旋变化不同, 呈现出对称性和不连续性的特征. 随着光波的传播, 在不同的观察面上散斑场复振幅的实部零值线和虚部零值线的相对位置经历了由相切到重合再到相交的演变过程, 相位奇异现象也随之发生变化.

关键词: 相位奇异, 相位跃变, 散斑场

PACC: 4225H, 4230

1. 引 言

相位奇异点^[1]是指当光场的复振幅为零, 即光场的实部和虚部在空间某一点同时为零时, 导致光场在该点的相位不确定的现象. 光场相位围绕着该点螺旋增加或减小, 其等值线以该点为中心星形地向外辐射, 因此相位奇异点又称为相位涡旋^[1,2]. 由于相位奇异现象普遍存在于光学的众多领域之中, 引起光波特性上一些新的规律及新的应用. 因此, 近年来相位奇异现象受到广泛关注, 逐渐形成了现代光学的一个新分支——奇点光学(singular optics)^[3]. 目前, 奇点光学的研究成果已在光镊^[4-6]、光谱开关^[7-10]、量子通信^[11]和位移测量^[12]等领域得到了成功应用. 散斑场是光波经过随机介质或随机表面散射后形成的一种复杂的随机光场, 其相位奇异现象引发了人们对光场相位奇异最早的研究^[1], 在光场相位奇异研究领域中具有非常重要的意义, 现在仍是光场相位研究的重要和热点课题. 例如, Berry 和 Dennis 从理论上详细地证明了随

机光场的相位涡旋的统计特性^[13,14], Wang 等^[15]通过实验验证了这一统计特性, 并第一次通过实验证明了随机光场中相位涡旋的核心结构, 之后他们又用相位涡旋过滤散斑图样产生的复解析信号作为局部散斑位移的指标, 提供了一种测量位移的新技术^[12]. 最近 Freund 等^[16]通过实验对随机光场中的相位涡旋进行了研究, 发现正负涡旋和微观粒子一样可以互相屏蔽; Egorov 等^[17]测量了随机光场中的拓扑涡旋屏蔽. 以上研究成果中的大部分是关于光场复振幅的实部零值线与虚部零值线相交的情况, 在交点周围光场相位分布是连续的, 并绕着该点呈螺旋变化. 为了探求光场相位奇异的其他性质, 本文通过计算模拟二维高斯相关随机表面在夫琅禾费面上产生的散斑场及其相位, 结果表明在某一观察面上散斑场复振幅的实部零值线与虚部零值线不仅有相交的现象, 而且有相切、重合等现象存在. 据我们所知, 到目前为止尚未有文献对一个面上的散斑场复振幅的实部零值线与虚部零值线相切、重合等特殊情况的研究进行过论述, 我们通过对散斑场的数值计算研究了这类问题. 虽然从几何结构上看,

* 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2006CB806003) 国家自然科学基金(批准号: 10674085, 10874105) 和山东省优秀中青年科学家科研奖励基金(批准号: 2007BS04031) 资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: Chengchuanfu@sdu.edu.cn

实部零值线与虚部零值线相切和重合是相交的一种特例,但是其周围的相位分布与传统的实部零值线与虚部零值线相交形成的奇点周围相位的螺旋变化不同,在重合线的两侧相位有 π 的跃变,切点和相切重合线段附近缺少某一象限的相位,并且切点和相切重合线段的两个端点附近相位成对称分布.实部零值线与虚部零值线相切、重合和相交所形成的物理机理都是来自物面上的随机子波的干涉.

2. 散斑场的数值计算及其相位奇异现象

2.1. 散斑场理论与计算方法

如图 1 所示,用波长为 λ 、振幅为 1 的一束平行激光光束照射位于 $x_0 - y_0$ 平面上的随机表面而产生散射,设表面散射区域的大小为 $L \times L$,相应的孔径透过率函数为 $P(x_0, y_0)$,则在夫琅禾费面(即远场平面) xyz_0 上 $Q(x, y)$ 点处形成的散射光场的复振幅为

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P(x_0, y_0) \exp[-i4\pi h(x_0, y_0)\lambda] \times \exp[-i2\pi(x x_0 + y y_0)(\lambda z)] dx_0 dy_0. \quad (1)$$

(1) 式是函数 $P(x_0, y_0) \exp[-i4\pi h(x_0, y_0)\lambda]$ 的傅里叶变换,其中 $h(x_0, y_0)$ 为随机表面的高度函数, z 为远场情况下观察面和随机表面之间的距离.

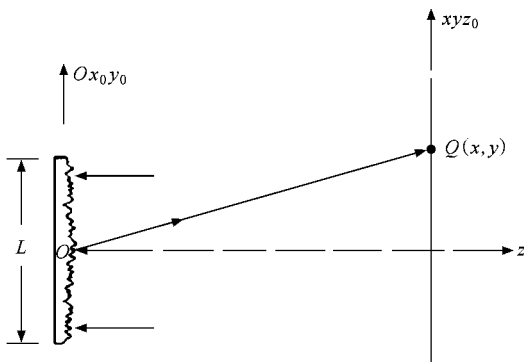


图 1 表面光散射在远场平面上产生散斑场的示意图

我们知道,(1)式给出的光场复振幅 $F(x, y)$ 可以用实部 f_{RE} 和虚部 f_{IM} 或振幅 $A(x, y)$ 和相位 $\varphi(x, y)$ 来表示,即

$$F(x, y) = A(x, y) \exp[i\varphi(x, y)] = f_{\text{RE}}(x, y) + i f_{\text{IM}}(x, y). \quad (2)$$

由(2)式可得到光场强度 $I(x, y)$ 和相位 $\varphi(x, y)$ 与实部和虚部之间的关系,即

$$I(x, y) = |f_{\text{RE}}(x, y) + i f_{\text{IM}}(x, y)|^2, \quad (3)$$

$$\varphi(x, y) = \arctan(f_{\text{IM}}/f_{\text{RE}}), \quad (4)$$

其中 $-\frac{\pi}{2} < \arctan(f_{\text{IM}}/f_{\text{RE}}) < \frac{\pi}{2}$.

为了计算模拟散斑场的复振幅 $F(x, y)$ 及其相位 $\varphi(x, y)$,我们先来产生随机表面的高度函数 $h(x_0, y_0)$.目前,在用计算模拟方法研究随机光场以及相位的有关文献中,大都是用随机数代替表面的高度分布,而忽略了实际表面的相关函数类型,这限制了人们对随机表面真实特性的研究.天然随机表面的相关特性一般可以用高斯相关函数来描述,在很多情况下高斯相关表面是对实际表面的很好近似.二维随机表面的高度分布函数 $h(x_0, y_0)$ 可用下式来表示^[18]:

$$h(x_0, y_0) = 2w^2 (\xi^2 \pi)^{-2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(u_x, u_y) du_x du_y \times \exp\{-\mathcal{A}(x_0 - u_x)^2 + (y_0 - u_y)^2 \mathcal{Y} \xi^2\}, \quad (5)$$

式中 $\gamma(u_x, u_y)$ 是均值为 0 的白噪声随机过程,且满足:

$$\gamma(u_x, u_y) \gamma(u'_x, u'_y) = \delta(u_x - u'_x, u_y - u'_y). \quad (6)$$

由(5)和(6)式可以证明 $h(x_0, y_0)$ 的自相关函数为

$$h(x_0, y_0) h(x'_0, y'_0) = w^2 \exp\{-[(x_0 - x'_0)^2 + (y_0 - y'_0)^2 \mathcal{Y} \xi^2]\}, \quad (7)$$

其中 w 为 $h(x_0, y_0)$ 的均方根偏差,称之为表面的均方根粗糙度; ξ 为表面的横向相关长度,表示表面散射颗粒的平均大小.根据(7)式可知,由(5)式产生的随机表面的高度分布函数是高斯相关的.

根据上述理论,我们可以得到高斯相关的数值高度函数.对(5)式进行数值积分运算时, $\gamma(u_x, u_y)$ 取在 $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ 内均匀分布的随机数,以使其平方的均值为 1;设定 $w = 1.0 \mu\text{m}$, $\xi = 3.0 \mu\text{m}$;随机表面的范围设定为 $25.5 \mu\text{m} \times 25.5 \mu\text{m}$,其中包括 256×256 个取样点,便得到表面高度的离散数值.

因为在表面散射区域内,孔径透过率函数 $P(x_0, y_0) = 1$,而在散射区域外为 0,所以(1)式又可写为

$$F(x, y) = \int_{-L/2}^{+L/2} \int_{-L/2}^{+L/2} \exp[-i4\pi h(x_0, y_0)\lambda] dx_0 dy_0$$

$$\times \exp[-i2\pi(x x_0 + y y_0)(\lambda z)] dx_0 dy_0, \quad (8)$$

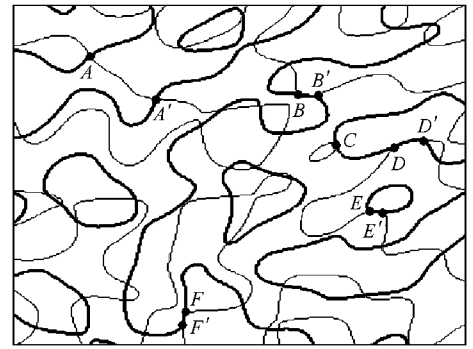
将由(5)式得到的表面高度的离散数值代入(8)式,同时设定 $z = 20 \text{ cm}$, $\lambda = 623.8 \text{ nm}$, 便得到远场平面上散斑场复振幅 $F(x, y)$ 的实部 f_{RE} 和虚部 f_{IM} 及光强 $I(x, y)$ 的离散数值.

当由(4)式确定相位 $\varphi(x, y)$ 时, 因为相位在 $(-\pi, \pi]$ 上取值, 而 $\arctan(f_{IM}/f_{RE})$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2})$ 上取值, 这样一个 $\arctan(f_{IM}/f_{RE})$ 值有两个相位值和它对应, 所以必须考虑点 (f_{RE}, f_{IM}) 所在的象限. 用散斑场复振幅的实部 f_{RE} 表示横坐标, 虚部 f_{IM} 表示纵坐标, 则: (1) 当 $f_{RE} > 0$, 且 $f_{IM} \neq 0$ 时, 点 (f_{RE}, f_{IM}) 在第一象限或第四象限, $\varphi(x, y) = \arctan(f_{IM}/f_{RE})$; (2) 当 $f_{RE} < 0$, 且 $f_{IM} \neq 0$ 时, 点 (f_{RE}, f_{IM}) 在第二象限或第三象限, $\varphi(x, y) = \arctan(f_{IM}/f_{RE}) \pm \pi$; (3) 当 $f_{RE} = 0$, 或 $f_{IM} = 0$ 时, 点 (f_{RE}, f_{IM}) 在坐标轴上, $\varphi(x, y) = \pm \frac{\pi}{2}, 0, \pi$, 这样就得到区间 $(-\pi, \pi]$ 上的所有相位值. 下面我们通过图形将上述得到的光场的实部、虚部、光强以及相位的离散数值进行输出显示.

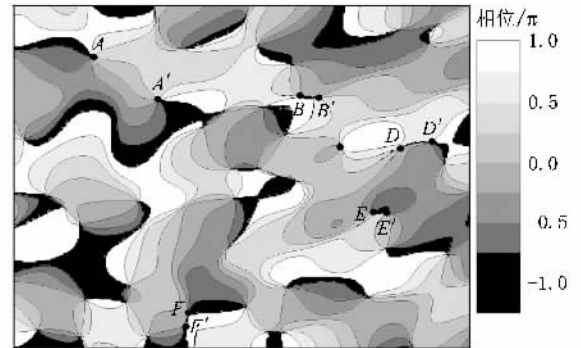
首先把散斑场每一点的实部和虚部的数值分别除以它们自身的绝对值后, 用间隔为 1 的等值线进行显示, 可分别得到散斑场复振幅的实部零值线与虚部零值线图, 将它们叠加在一起, 就得到图 2(a), 其中粗线和细线分别为散斑场复振幅的实部和虚部的零值线. 然后, 再把计算得到的相位和光强的数值用灰度图来输出显示, 灰度等级分别为 8 和 16, 结果如图 2(b) 和 (c). 图 2(a) 中粗线和细线的交点对应于图 2(b) 中的相位涡旋点. 因为图 2(b) 的相位分布图是用 8 个灰度等级进行显示, 所以从每个相位涡旋点辐射出 8 条等相线, 每条等相线代表区间 $(-\pi, \pi]$ 内的一个相位值, 相邻等相线的相位值差 $\pi/4$, 将相位涡旋周围的相位分成八个区域. 因为散斑场内部任一给定点处出现光场振幅为零的概率很大, 所以图 2(c) 中黑暗的区域较多. 图 2 是同一光场的实部和虚部的零值线图、相位分布图和光强分布图, 其输出显示的范围为 $5.0 \text{ cm} \times 5.0 \text{ cm}$. 下面我们利用图 2 来分析散斑场的相位分布特性.

2.2. 散斑场相位奇异现象及其性质

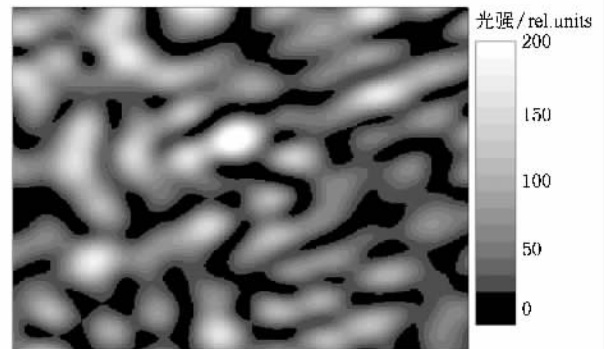
从图 2(a) 可以看出, 散斑场复振幅的实部零值



(a)



(b)



(c)

图 2 用高斯表面产生的散斑场复振幅的实部和虚部零值线图及相位、光强分布图 (a) 实部和虚部的零值线图 (b) 相位分布图 (c) 光强分布图

线与虚部零值线的位置关系大多数为传统的相交的情况, 例如 A, A' 点. 从图 2(b) 可以看出, 相位围绕着 A 点按顺时针方向递增, A 点形成的是负涡旋, 相位围绕着 A' 点按逆时针方向递增, A' 点形成的是正涡旋, 相邻的涡旋符号相反^[19]. 除此之外, 我们发现图 2(a) 中散斑场复振幅的实部零值线与虚部零值线还有两类特殊的位置关系, 与传统相交的情况不同.

第一类是散斑场复振幅的实部和虚部的零值线相切于一点, 相切又分为内切和外切, 例如 C 为外

切点. 在切点上实部和虚部的值同时为零, 散斑场相位不能确定, 形成相位奇异点. 从图 2(b) 可以看出, 这类相位奇异点周围的相位分布具有以下特点: 奇异点周围的相位不连续, 并呈对称分布; 有些奇异点附近有一条或两条闭合的等相线; 奇异点周围总缺少某一象限的相位, 例如 C 点附近缺少第三象限的相位.

第二类是散斑场复振幅的实部和虚部的零值线在一条线段上重合在一起, 例如线段 BB' , EE' , FF' 和 DD' , 重合线段上实部和虚部的值同时为零, 这条线段上的散斑场相位不能确定. 经分析发现, 实部和虚部的零值线重合又分两种情况, 第一种情况是实部零值线与虚部零值线相切重合(如线段 BB' , EE' 和 FF'), 即散斑场复振幅的任一条零值线在重合之前与重合之后都位于重合线段的同侧. 从图 2(b) 可以看出, 这种重合线段附近的相位分布具有以下特点: 重合线段附近的相位分布不连续, 其两侧有 π 的相位跃变; 从重合线段的两个端点上各辐射出 4 条或 5 条等相线. 如果分出 5 条等相线, 有两条分别在重合线段的两端点起始和终止; 与上述第一类相位奇异点周围的相位分布相似, 重合线段两个端点附近的相位也成对称分布; 这种重合线段附近也缺少某一象限的相位. 例如线段 BB' 附近缺少第三象限的相位, 线段 EE' 附近缺少第二象限的相位, 线段 FF' 附近缺少第一象限的相位. 第二种情况是散斑场复振幅的实部零值线与虚部零值线交叉重合(如线段 DD'), 即实部零值线与虚部零值线逐渐靠近直至重合, 重合一段距离又相互交叉, 之后实部零值线与虚部零值线位于重合线段的异侧. 从图 2(b) 可以看出, 这种重合线段附近的相位分布具有以下特点: 重合线段两侧也有 π 的相位跃变; 和传统相位奇异点周围的相位分布相似, 重合线段附近集中了区间 $[-\pi, \pi]$ 上所有的相位值, 相位围绕着该重合线段螺旋变化. 和前一种重合线段附近的相位分布不同, 这种重合线段附近不缺少某一象限的相位. 例如从重合线段 DD' 的 D' 端点上辐射出 5 条等相线, D' 端点附近连续变化的相位为 $5\pi/4$, 从 D 端点上辐射出 3 条等相线. D 端点附近连续变化的相位为 $3\pi/4$, 两端连续变化的相位合成为 $[-\pi, \pi]$. 相位围绕着重合线段 DD' 按顺时针方向递增.

为了更清晰地显示图 2(b) 中重合线段 DD' 附近的相位分布情况, 我们给出了 DD' 附近的三维相位分布图, 如图 3 所示. 由图 3 可见, 在线段 DD'

两个端点附近相位分布是连续的, 而在其两侧相位发生跃变, 例如 G' 点的相位值骤然降到 G 点, 这两点间的相位值大约差 π .

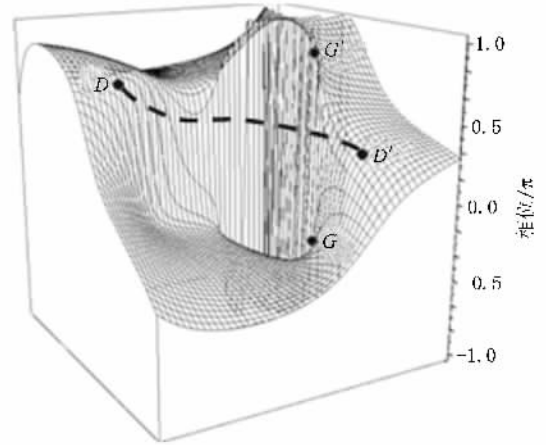


图 3 三维相位分布图

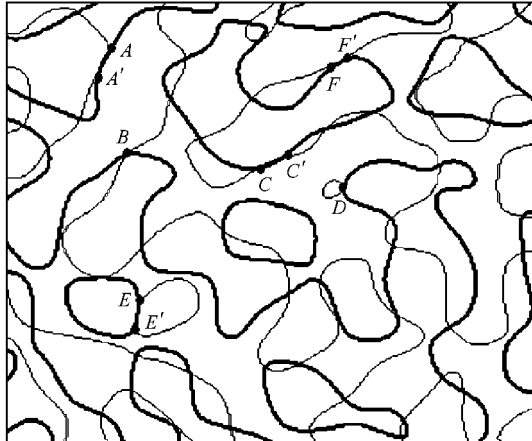
下面我们来分析相位分布与光强分布的关系. 将图 2(b) 的灰度去掉只保留等相线, 同时将图 2(c) 的最大光强值设为 3.2, 然后把它们叠加在一起, 便得到图 4. 从图 4 可以看出, 散斑图样中线状较暗的区域, 光强值十分接近于零. 越靠近光强零值线, 等相线越密集, 当到达光强零值线上时, 等相线重合在一起, 而在线状区域两侧光强值则急剧增大, 等相线变得较稀少.



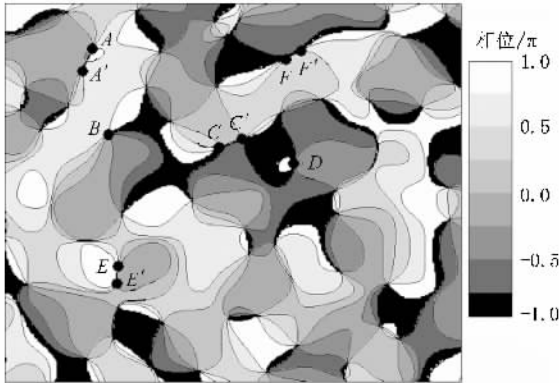
图 4 相位和光强分布的叠加图

为了验证上述相位奇异现象是否为随机表面粗糙度不够大、散射不够充分所造成. 在利用(8)式进行数值积分运算时, 用随机数代替表面高度, 其他各参量保持不变. 运用和图 2 相同的处理方法, 可得到图 5 中的零值线图和相位分布图, 是用同一组随机数产生的. 从图 5(a) 可以看出, 实部零值线与虚部零值线仍然存在相切(D 点)和重合(线段 AA' ,

CC' , EE' 和 FF' 的现象. 从图 5(b) 可以看出, 线段 AA' , CC' , DD' , EE' 和 FF' 附近的相位分布不连续, 也缺少某一象限的相位; 在重合线段的两侧相位也有 π 的跃变. 由此可知, 用随机数代替表面高度和用高斯相关随机表面得到的相位分布特性相似, 这充分说明随机表面的粗糙度对形成上述相位奇异现象并没有影响.



(a)



(b)

图 5 用随机数表面产生的散斑场复振幅的实部和虚部零值线图 and 相位分布 (a) 实部和虚部的零值线图 (b) 相位分布图

为了观察相位奇异现象的演变过程, 下面我们计算模拟不同观察面上的散斑场.

2.3. 相位奇异现象的演变

为了运算的便捷, 我们计算模拟菲涅耳衍射区内不同观察面上的相位分布. 波长和振幅仍和计算远场情况下相同. 在 $x-y$ 坐标平面上任一点处产生的散射光场的复振幅为

$$F(x, y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P(x_0, y_0) \times \exp[-i4\pi h(x_0, y_0)\lambda] dx_0 dy_0. \quad (9)$$

对(9)式进行积分数值运算时, z 最初设定为 $20.8 \mu\text{m}$, 同时将前面得到的高斯相关随机表面的高度离散数值代入(9)式, 并利用(2)和(4)式, 便得到相应观察面上的散斑场复振幅的实部、虚部以及相位的数值. 之后, z 依次增加 $0.05 \mu\text{m}$, 就可以得到不同观察面上的散斑场的实部、虚部以及相位的数值. 图 6 分别给出了 z 取 $21.1, 21.2, 21.3$ 和 $21.4 \mu\text{m}$ 时的同一散斑场的实部和虚部的零值线图和相位分布图, 相位分布图的灰度等级都相同.

图 6 中我们以 HH' 处的相位奇异为例, 讨论演变过程. 从图 6(a)→(b)→(c)→(d)不难看出, 散斑场复振幅的实部零值线和虚部零值线的位置关系由相交到相切重合再到相交. 图 6(e)中 H 点形成的是正涡旋, H' 点形成的是负涡旋, 两个涡旋相距较近. 从图 6(f)和图 6(g)中的 H, H' 点各辐射出 4 条等相线, H, H' 点附近连续变化的相位值都为 π , 所以线段 HH' 的两个端点处只能分别形成半个涡旋. 图 6(h)中 H 点和 H' 点又各形成一个涡旋, H 点形成的仍是正涡旋, H' 点形成的仍是负涡旋, 这两个涡旋相距也较近. 由此可知: 光波在空间传播时, 散斑场复振幅的实部零值线和虚部零值线分别以余弦和正弦的形式在各自独立地变化, 随着观察面到散射面距离的增加, 它们的相对位置在不断变化, 由相交到相切重合再到相交, 交点对应的涡旋符号在演变过程中保持不变. 出现相位奇异现象的位置预示着一对相距较近的涡旋即将生成或刚刚消失. 下面我们分析形成上述相位奇异现象的机理.

3. 相位分布机理的讨论

为了分析实部零值线和虚部零值线切点和重合线的形成及演变机理, 我们由多幅散斑场复振幅的实部和虚部的零值线图归纳出除相交之外的四种零值线的位置关系, 分别为外切、内切、相切重合和交叉重合, 如图 7 所示. 图 7 中粗线为散斑场复振幅的实部零值线, 其两侧的正负号分别表示实部的正负区域; 细线为散斑场复振幅的虚部零值线, 其两侧的正负号分别表示虚部的正负区域.

从图 7 可以看出, 当散斑场复振幅的实部零值线和虚部零值线相切或重合时, 它们把周围分成四个区域, 我们分别用 A, B, C, D 来表示. 根据图中的正负号, 不难看出图 7(a)中, A 区域中各点的相

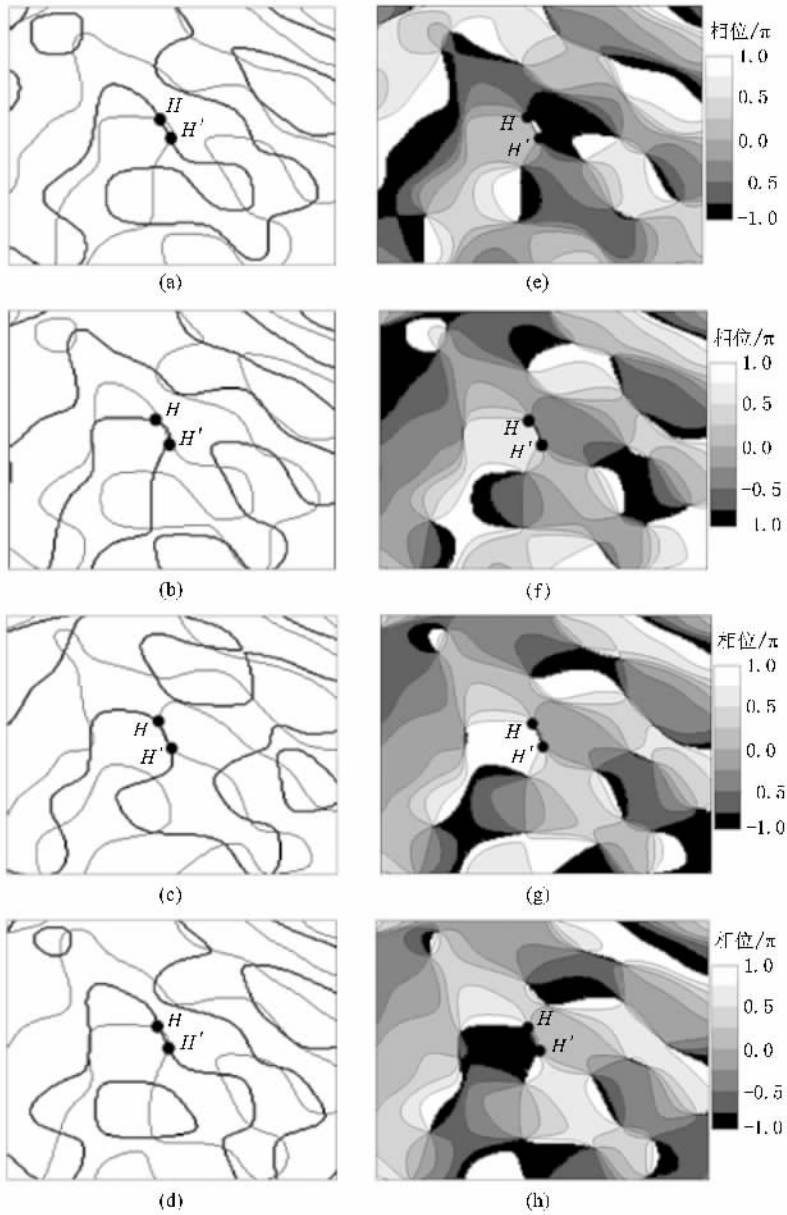


图6 不同距离处的散斑场复振幅的实部和虚部的零值线图及对应的相位分布图 (a)–(d)为零值线图 (e)–(h)为相位分布图,右侧灰度条为相位值 (a)和(e) $z = 21.1 \mu\text{m}$ (b)和(f) $z = 21.2 \mu\text{m}$ (c)和(g) $z = 21.3 \mu\text{m}$ (d)和(h) $z = 21.4 \mu\text{m}$

位在第二象限, B 区域中各点的相位在第三象限, C 区域中各点的相位在第四象限, D 区域中各点的相位在第三象限. 值得注意的是 B 区域和 D 区域中各点的相位都在第三象限, 所以切点附近缺少第一象限的相位. 在此需要说明的是, 当图 (a) 中实部零值线和虚部零值线两侧的正负号交换位置时, 切点附近会缺少其他象限的相位. 与图 (a) 的情况相同, 图 (b) 和图 (c) 中 B 区域和 D 区域的相位所在的象限也相同, 所以内切点和相切重合线段附近也缺少某一象限的相位. 总之, 在图 (a) (b) 和

(c) 中不管实部零值线和虚部零值线两侧的正负号如何变化, B 区域和 D 区域中各点的相位所在象限都相同, 切点和相切重合附近总缺少一个象限的相位, 所以这些位置附近的相位不连续.

由图 (a) (b) 和 (c) 还可看出, 从 A 区域到 C 区域, 无论沿逆时针方向 (A 区域 $\rightarrow B$ 区域 $\rightarrow C$ 区域) 还是沿顺时针方向 (A 区域 $\rightarrow D$ 区域 $\rightarrow C$ 区域), 相位都是连续变化的, 即如果沿逆时针方向连续递减那么沿顺时针方向也连续递减, 反之亦然; 如果沿逆时针方向连续递增那么沿顺时针方向也连续递增, 反之亦然.

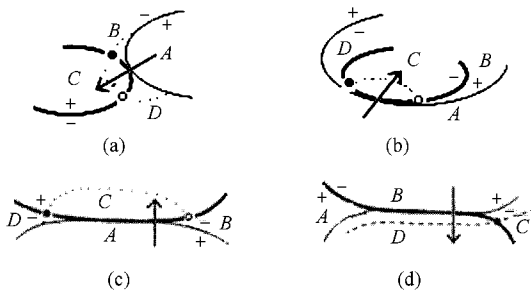


图 7 实部和虚部的零值线的示意图 (a)外切 (b)内切 (c)相切重合 (d)交叉重合

因此实部零值线和虚部零值线的切点附近和相切重合线段两个端点附近的相位成对称分布。

根据图 7(d) 中的正负号容易看出, A 区域, B 区域, C 区域, D 区域中各点的相位所在象限分别为第一象限、第二象限、第三象限和第四象限。从图中 B 区域到 D 区域, 沿顺时针方向 (B 区域 $\rightarrow C$ 区域 $\rightarrow D$ 区域 $\rightarrow A$ 区域 $\rightarrow B$ 区域) 经历了区间 $[-\pi, \pi]$ 上所有的相位值, 相位连续变化并逐渐增加。我们可以想象, 如果把交叉重合线段缩成一个点, 那么该点附近的相位分布与相位涡旋周围的应该相同。

沿着图 7 中箭头方向或其反方向, 经过切点或重合线段, 从 B 区域到 D 区域, 散斑场复振幅的实部和虚部同时改变符号, 相位从第一象限变到第三象限或从第二象限变到第四象限, 所以相位会发生 π 的跃变。

当散斑场复振幅的实部和虚部的零值线相切或相切重合时, 给光场一个微小的扰动, 例如将观察面沿纵向稍稍移动, 散斑场复振幅的实部和虚部的零值线由相切或相切重合变为相交。此外, 需要说明的是: 光场受到扰动后复振幅的实部和虚部的零

值线都应发生变动, 在这里为了作图的方便, 图 7 中只使虚部零值线的位置发生变化, 图中虚线表示扰动后虚部的零值线, 图中实心圆点和空心圆点分别表示扰动后复振幅的实部和虚部的零值线相交而形成的正、负相位涡旋中心。

图 7(a)(b) 中扰动后的虚部零值线和实部零值线相交并有两个交点, 相交处将形成一对符号相反的相位涡旋。而对于交叉重合的情况, 如图 7(d) 中扰动后复振幅的实部和虚部的零值线仍只有一个交点, 交点处形成的是负涡旋。由微小的扰动而得到的涡旋符号, 与它们附近的涡旋满足符号相反的原则^[19]。下面我们对上述两类相位奇异现象定性地进行解释。

从随机表面不同面元上散射的所有子波, 在观察面上叠加而形成随机光场。假设从随机表面散射的多列球面子波和平面子波中, 一列球面子波和一列平面子波组成一个子波源对, 每一个子波源对在观察面上发生干涉。假设球面子波和平面子波的初相位都为零, 与 z 轴垂直的观察面上的振幅都为 1, 这样从随机表面即 x_0y_0 平面上任一点散射在 xy 平面上的球面子波复振幅 F_s 和平面子波复振幅 F_p 分别表示为

$$F_s = \exp(ikz_0) \exp\left[ik \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0}\right], \quad (10)$$

$$F_p = \exp[ik(\cos\alpha x + \cos\beta y)], \quad (11)$$

其中 $k = 2\pi/\lambda$, $\cos\alpha$ 和 $\cos\beta$ 是平面子波的方向余弦, z_0 是观察面与散射表面之间的距离。两列波在 xy_{z_0} 平面上发生干涉, 干涉场的复振幅实部 u_{RE} 和虚部 u_{IM} 分别表示为

$$\begin{aligned} u_{\text{RE}}(x, y) &= \left\{ \cos\left[k \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0} + kz_0 \right] + \cos[k(\cos\alpha x + \cos\beta y)] \right\}, \\ &= 2\cos\left\{ k \left[\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0} + z_0 + \cos\alpha x + \cos\beta y \right] / 2 \right\} \\ &\quad \times \cos\left\{ k \left[\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0} + z_0 - \cos\alpha x - \cos\beta y \right] / 2 \right\}, \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} u_{\text{IM}}(x, y) &= \left\{ \sin\left[k \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0} + kz_0 \right] + \sin[k(\cos\alpha x + \cos\beta y)] \right\} \\ &= 2\sin\left\{ k \left[\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0} + kz_0 + \cos\alpha x + \cos\beta y \right] / 2 \right\} \\ &\quad \times \cos\left\{ k \left[\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0} + z_0 - \cos\alpha x - \cos\beta y \right] / 2 \right\}. \end{aligned} \quad (12b)$$

从(12)式看出, 当 $\cos\left\{k\left[\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2z_0} + z_0 - \cos\alpha x - \cos\beta y\right]/2\right\} = 0$ 时, 球面子波和平面子波相遇处对应的散斑场复振幅的实部和虚部同时为零, 即实部零值线与虚部零值线满足相交、相切重合和交叉重合的三种现象. 因为形成实部零值线与虚部零值线相交、相切重合和交叉重合的机理都是来自物面上的随机子波的干涉, 所以在这里可以用一个共同的公式来表示. 平面子波和球面子波干涉产生的图样是明暗相间的圆环. 从随机表面不同面上散射的各个子波源的振幅和相位都不相同, 且是无规律的, 传播方向也是随机的, 因此干涉图样的圆心、半径也是随机的. 无数个子波源对的干涉圆环再在观察面上叠加, 其结果是余弦函数分布的不规则的调制, 使得散斑场的实部零值线和虚部零值

线出现相交、相切重合和交叉重合的现象都有可能出现.

4. 结 论

本文通过计算模拟, 研究了散斑场复振幅的实部和虚部的零值线相切、相切重合和交叉重合等情况下的相位奇异现象及其性质, 验证了这两类相位奇异现象并不是表面粗糙度所造成, 通过计算得到了它们的演变过程, 并分析了它们形成的机理. 通过对比光强分布和相位分布, 发现散斑场的强度分布和散斑场复振幅的实部和虚部的零值线相切、相切重合和交叉重合处的相位奇异现象之间存在着一定的联系, 这对研究散斑场及其相位特性具有重要的意义.

- [1] Nye J F, Berry M V 1974 *Proc. Roy. Soc. (London) A* **336** 165
- [2] Harris M 1995 *Contemp. Phys.* **36** 215
- [3] Soskin M S, Vasnetsov M V 2001 *Prog. Opt.* **42** 219
- [4] Jennifer E G, Brian A K, David G G 2002 *Opt. Commun.* **207** 2531
- [5] Otto G, Gutsche C, Kremer F, Keyser U F 2008 *Rev. Sci. Instrum.* **79** 023710
- [6] Wood T A, Roberts G S, Eaimkhong S, Bartlett P 2007 *Fraday Discuss.* **137** 319
- [7] Foley J T, Wolf E 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 2510
- [8] Pan L, Lu B D 2004 *Chin. Phys.* **13** 637
- [9] Pu J X, Cai C 2004 *Phys. Lett.* **21** 1268
- [10] Zhao G P, Lü B D 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2229 (in Chinese)
[赵光普、吕百达 2008 物理学报 **57** 2229]
- [11] Dholakia K, Simpson N B, Padgett M J 1996 *Phys. Rev. A* **54** 3742
- [12] Wei W, Tomoaki Y, Reila I, Atsushi W, Yoko M, Mitsuho T 2006 *Opt. Express* **14** 120
- [13] Berry M V, Dennis M R 2000 *Proc. Roy. Soc. (London) A* **456** 2059
- [14] Dennis M R 2001 *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.* **4403** 13
- [15] Wang W, Hanson S G, Miyamoto Y, Takeda M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 103902
- [16] Freund I, Egorov R I, Soskin M S 2007 *Opt. Lett.* **32** 2182
- [17] Egorov R I, Soskin M S 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 103901
- [18] Cheng C F, Qi D P, Liu D L, Teng S Y 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1635 (in Chinese) [程传福、元东平、刘德丽、滕树云 1999 物理学报 **48** 1635]
- [19] Freund I, Shvartsman N, Freilikher V 1993 *Opt. Commun.* **101** 247

Phase singularities of speckle field produced by the scattering from Gaussian correlation random surfaces^{*}

Liu Man^{1,2)} Cheng Chuan-Fu^{1)†} Song Hong-Sheng^{1,3)} Teng Shu-Yun¹⁾ Liu Gui-Yuan^{1,3)}

¹ *College of Physics and Electronics, Shandong Normal University, Jinan 250014, China*

² *School of Mathematical and Physical sciences, Shandong Institute of Light Industry, Jinan 250353, China*

³ *School of Science, Shandong Jianzhu University, Jinan 250101, China*

(Received 11 November 2008 ; revised manuscript received 16 December 2008)

Abstract

The two-dimensional speckle field and the phase produced by the Gaussian correlation random surfaces on the Fraunhofer plane were simulated. It was found that the zero-contour of the real and imaginary parts can be in the tangent and superposition situations besides the traditional intersection situation. The tangential points and the superposition-lines can also form phase singularities, around which the phase distribution shows the characteristics of discontinuity and symmetry and differs from the spiral distribution around the traditional singular points formed by the zero crossings of the real and imaginary parts. With the propagation of the optical wave, the relative positions of the zero-contour of the real and imaginary parts change from tangent to superposition, and then to intersection on the different observation plane with the simultaneously changes of the the phase singularities.

Keywords : phase singularities, phase jumps, speckle fields

PACC : 4225H, 4230

^{*}Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2006CB806003), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10674085, 10874105) and the Distinguished Middle-aged and Young Scientist Encourage and Reward Foundation of Shandong Pvince, China (Grant No. 2007BS04031).

[†] Corresponding author. E-mail :Chengchuanfu@sdu.edu.cn