

# 级联型四能级原子相干介质中的光学双稳态和多稳态\*

陈爱喜<sup>†</sup> 陈德海 王志平

(华东交通大学应用物理系, 南昌 330013)

(2008 年 5 月 11 日收到, 2008 年 7 月 15 日收到修改稿)

主要研究了在一单向环形腔内的级联型四能级原子被三个光场驱动的光学双稳态和多稳态行为. 三个单模光场通过三个光子跃迁路径与原子系统耦合. 在这种情况下, 中间两能级间所加的耦合场  $\Omega_B$  变得非常重要. 研究显示耦合场  $\Omega_B$  的增加会使光学双稳态的阈值减小, 同时也会导致光学多稳态的产生. 对上面两能级间所加的耦合场的作用也进行了讨论, 同时还讨论了探测场失谐和合作参数对光学双稳态及多稳态的影响.

关键词: 原子相干, 光学双稳态和多稳态, 四能级原子

PACC: 4265, 4255

## 1. 引言

光学双稳态本质上是由克尔非线性效应产生, 两能级原子中的光学双稳态因为它有广泛的应用(如光学转换器、光存储装置和全光开关<sup>[1]</sup>), 而在理论和实验上被较多地研究, 囚禁在光学环形腔中的三能级原子系统的光学双稳态在理论<sup>[2]</sup>和实验<sup>[3]</sup>上也被研究. 在多能级与多模场相互作用的系统中, 量子干涉效应会导致很多有趣的物理现象, 如自发生成相干效应、无反转光放大<sup>[4,5]</sup>、电磁诱导透明(EIT)与光学混频<sup>[6-9]</sup>、共振增强非线性效应. 其中四能级原子系统中物理参量的增多会出现丰富的物理现象, 如 Wu<sup>[10]</sup>对级联型四能级系统的研究发现, 通过四波混频会导致极慢光孤子的出现, Wilson 等<sup>[11]</sup>研究了四能级系统在低频场驱动下的 EIT 现象. 同样, 这些现象也影响了四能级原子系统的光学双稳特性.

在这里提出一个在级联型四能级原子系统中利用单向环形腔实现光学双稳态和多稳态行为的方案. 在这一系统中加在中间能级间的耦合场由于原子相干很容易使腔内探测光场达到饱和, 从而使双稳态阈值减小, 我们特别注意到改变加在中间两能

级上的耦合场强度很容易实现双稳态到多稳态的转换. 而在所考虑的范围, 增加上面两能级间所加的耦合场却会使双稳态阈值增加. 这一方面指出了双稳态阈值控制的一个途径, 另一方面也会加深对级联型原子系统双稳态和多稳态产生机制的认识. 还讨论了探测场失谐和合作参数对光学双稳态及多稳态的影响. 这里所讨论的是结合了吸收和色散的混合型光学双稳态, 其原子模型的选取可在<sup>85</sup>Rb原子的能级体系中获得.

## 2. 模型和动力学方程

考虑如图 1 所示的一个长寿命均匀增宽的级联型四能级原子系统, 它具有一个基态  $|0\rangle$  和三个激发态  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  和  $|3\rangle$ . 一个幅值为  $E_B$ , 角频率为  $\omega_B$  的相干耦合场来驱动  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  间的原子跃迁, 其跃迁频率为  $\omega_{21}$ ; 另一个幅值为  $E_C$ , 角频率为  $\omega_C$  的相干耦合场来驱动  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  间的原子跃迁, 其跃迁频率为  $\omega_{32}$ ; 对于  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  间频率为  $\omega_{10}$  的原子跃迁, 用幅值为  $E_p$ , 频率为  $\omega_p$  的探测场进行耦合. 激发态  $|3\rangle$ ,  $|2\rangle$  和  $|1\rangle$  向它的下一能级的衰变率依次为  $\gamma_3$ ,  $\gamma_2$  和  $\gamma_1$ . 与所考察的系统相符合的原子是<sup>85</sup>Rb原子<sup>[10]</sup>(例如  $|0\rangle \leftrightarrow |5S_{1/2}\rangle$ ,  $|1\rangle \leftrightarrow |5P_{1/2}\rangle$ ,  $|2\rangle \leftrightarrow$

\* 国家重点基础研究发展计划(批准号 2005CB724508)和江西省自然科学基金(批准号 2007GZW0819)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: aixichen@ecjtu.jx.cn

$|5D_{3/2}, |3 \leftrightarrow |nP_{3/2}$  (这里  $n > 10$ ). 相应的跃迁是  $|0 \rightarrow |1$ , 波长为 795 nm,  $\gamma_1 \approx 5.9$  MHz;  $|1 \rightarrow |2$ , 波长为 762 nm,  $\gamma_2 \approx 0.8$  MHz;  $|2 \rightarrow |3$ , 波长为 1.3—1.5  $\mu\text{m}$ ,  $\gamma_3 \approx 0.09$  MHz.

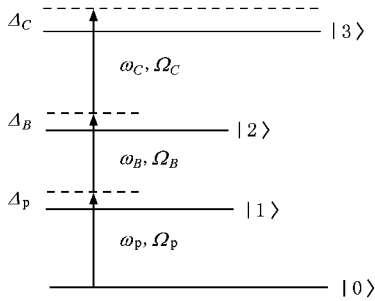


图 1 级联型四能级原子系统与两个耦合场  $E_B, E_C$  和一个探测场  $E_p$  相互作用示意图. ( $\Delta_p, \Delta_B$  和  $\Delta_C$  分别为光场频率的失谐量).

采用场与原子作用的半经典理论, 写出相应的哈密顿量为

$$H = \sum_{i=1}^3 \omega_i |i\rangle \langle i| - (\Omega_p e^{-i\omega_p t} |1\rangle \langle 0| + \Omega_B e^{-i\omega_B t} |2\rangle \langle 1| + \Omega_C e^{-i\omega_C t} |3\rangle \langle 2| + \text{H.c.}), \quad (1)$$

式中 H.c. 表示厄密共轭. 为了方便, 已经取基态  $|0\rangle$  作为能量参考原点, 并令  $\hbar = 1$ . 如果取

$$H_0 = \omega_p |1\rangle \langle 1| + (\omega_p + \omega_B) |2\rangle \langle 2| + (\omega_p + \omega_B + \omega_C) |3\rangle \langle 3|, \quad (2)$$

则在偶极和旋波近似下的相互作用绘景中, 对于系统中原子与场相互作用的半经典哈密顿量可以写为<sup>[12, 13]</sup>

$$H_{\text{int}} = \Delta_p |1\rangle \langle 1| + (\Delta_p + \Delta_B) |2\rangle \langle 2| + (\Delta_p + \Delta_B + \Delta_C) |3\rangle \langle 3| - (\Omega_p |1\rangle \langle 0| + \Omega_B |2\rangle \langle 1| + \Omega_C |3\rangle \langle 2| + \text{H.c.}), \quad (3)$$

在以上推导过程中,  $\Omega_p, \Omega_B, \Omega_C$  表示对应各个原子跃迁拉比频率的一半, 即

$$\begin{aligned} \Omega_p &= \mu_{10} E_p / (2\hbar), \\ \Omega_B &= \mu_{21} E_B / (2\hbar), \\ \Omega_C &= \mu_{32} E_C / (2\hbar), \end{aligned}$$

其中  $\mu_{ij} = \mu_{ij} \cdot \hat{e}_L$  ( $\hat{e}_L$  是激光场的单位偏振矢量), 代表能级  $|i\rangle \leftrightarrow |j\rangle$  之间原子跃迁的偶极矩阵元.

$$\begin{aligned} \Delta_p &= \omega_p - \omega_{10}, \\ \Delta_B &= \omega_B - \omega_{21}, \end{aligned}$$

$$\Delta_C = \omega_C - \omega_{32}$$

是探测场和耦合场对应的两能级间跃迁的失谐量.

采用密度矩阵描述相干介质的原子动力学. 运用标准方法, 很容易得到以下含时密度矩阵运动方程:

$$\dot{\rho}_{00} = -\chi(\Omega_p \rho_{01} - \Omega_p^* \rho_{10}) + \gamma_1 \rho_{11}, \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{11} &= -\chi(-\Omega_p \rho_{01} + \Omega_p^* \rho_{10} - \Omega_B^* \rho_{21} + \Omega_B \rho_{12}) \\ &+ \gamma_2 \rho_{22} - \gamma_1 \rho_{11}, \end{aligned} \quad (4b)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{22} &= -\chi(-\Omega_B \rho_{12} + \Omega_B^* \rho_{21} - \Omega_C^* \rho_{32} + \Omega_C \rho_{23}) \\ &+ \gamma_3 \rho_{33} - \gamma_2 \rho_{22}, \end{aligned} \quad (4c)$$

$$\dot{\rho}_{33} = -\chi(\Omega_C^* \rho_{32} - \Omega_C \rho_{23}) - \gamma_3 \rho_{33}, \quad (4d)$$

$$\dot{\rho}_{10} = -\chi(-\Omega_p \rho_{00} + \Delta_p \rho_{10} + \Omega_p \rho_{11} - \Omega_B^* \rho_{20}) - \frac{\gamma_1}{2} \rho_{10}, \quad (4e)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{20} &= -\chi(-\Omega_B \rho_{10} + \Omega_p \rho_{21} + (\Delta_p + \Delta_B) \rho_{20} - \Omega_C^* \rho_{30}) \\ &- \frac{\gamma_2}{2} \rho_{20}, \end{aligned} \quad (4f)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{30} &= -\chi(\Omega_p \rho_{31} - \Omega_C \rho_{20} + (\Delta_p + \Delta_B + \Delta_C) \rho_{30}) \\ &- \frac{\gamma_3}{2} \rho_{30}, \end{aligned} \quad (4g)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{21} &= -\chi(\Omega_p^* \rho_{20} - \Omega_B \rho_{11} + \Delta_B \rho_{21} - \Omega_B \rho_{22} - \Omega_C^* \rho_{31}) \\ &- \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \rho_{21}, \end{aligned} \quad (4h)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{31} &= -\chi(\Omega_p^* \rho_{30} - \Omega_C \rho_{21} + \Omega_B \rho_{32} + (\Delta_B + \Delta_C) \rho_{31}) \\ &- \frac{\gamma_1 + \gamma_3}{2} \rho_{31}, \end{aligned} \quad (4i)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{32} &= -\chi(\Omega_B^* \rho_{31} - \Omega_C \rho_{22} + \Delta_C \rho_{32} + \Omega_C \rho_{33}) \\ &- \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{2} \rho_{32}, \end{aligned} \quad (4j)$$

式中  $\dot{\rho}$  表示  $\rho$  对时间  $t$  求导, 且  $\sum_{j=0}^3 \rho_{jj} = 1, \rho_{ij} = \rho_{ji}^*$ .

为简化讨论, 不失一般性地假设所有的拉比频率为实数. 现在把  $N$  个均匀加宽的四能级原子全部放入单向环型腔调内,  $E^I$  和  $E^T$  分别是入射场和出射场, 如图 2 所示. 出于简便, 假设反射镜 M3 和 M4 的反射率为 100%, 而平面镜 M1 和 M2 的反射和透射系数分别用  $R$  和  $T$  表示 ( $R + T = 1$ ).

总的电磁场可以写为

$$E = E_p e^{-i\omega_p t} + E_B e^{-i\omega_B t} + E_C e^{-i\omega_C t} + \text{H.c.}$$

这里探测场  $E_p$  在环型腔内传播, 耦合场  $E_B, E_C$  不在环型腔内传播. 在缓变包络近似下, 探测场的动

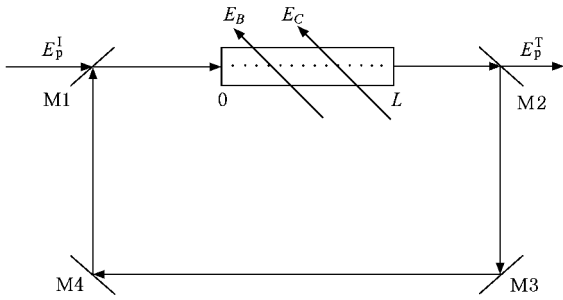


图2 包含长度为  $L$  的原子样品的单向环形腔

力学响应可由麦克斯韦方程表示为

$$\frac{\partial E_p}{\partial t} + c \frac{\partial E_p}{\partial z} = i \frac{\omega_p}{2\epsilon_0} P(\omega_p), \quad (5)$$

式中  $c$  和  $\epsilon_0$  分别是真空中的光速和介电常数.  $P(\omega_p)$  是在  $|0 \leftrightarrow |1$  中感应偏振极化强度的缓慢振荡项, 表示为  $P(\omega) = N\mu\rho_{10}$ , 其中  $N$  是样品的原子数密度.

考虑场方程在稳态时的情况. 设方程(5)中对时间的偏导数为零, 得到以下场方程

$$\frac{\partial E_p}{\partial z} = i \frac{N\omega_p\mu}{2c\epsilon_0} \rho_{10}. \quad (6)$$

对于理想的可调谐环形腔, 在稳态情况下, 边界条件使入射场  $E^I$  和出射场  $E^T$  满足以下关系式:

$$E(L) = E^T / \sqrt{T}, \quad (7a)$$

$$E(0) = \sqrt{T}E^I + RE(L), \quad (7b)$$

式中  $L$  表示原子样品长度. (7b) 式等号右边第二项描述了一种反馈机制, 这种反馈机制是光学双稳态产生的本质所在, 也就是  $R = 0$  时没有光学双稳态出现.

在平均场近似下, 用方程的边界条件(7a)和(7b)式并假设  $y = \frac{\mu E^I}{\hbar\sqrt{T}}$  和  $x = \frac{\mu E^T}{\hbar\sqrt{T}}$  把场归一化, 得到输入和输出关系

$$y = x - iC\gamma_1\rho_{10}(x), \quad (8)$$

式中  $C = \frac{N\omega L\mu^2}{\hbar\epsilon_0 cT\gamma_1}$  是通常的合作参数. 方程(8)右边第二项对光学双稳态和多稳态的产生至关重要.

### 3. 数值结果与讨论

对于以上的稳态密度矩阵方程, 设时间偏导  $\partial\rho_{ij}/\partial t = 0$  ( $i, j = 0, 1, 2, 3$ ) 然后通过 Matlab 编程解出相关的密度矩阵方程和耦合场方程, 即可得到稳

态解. 在数值计算中所有的参数都由  $\gamma_1$  量度.

从图 3(a) 容易看出耦合场  $\Omega_B$  的增加导致双稳态阈值  $y_{th}$  很大程度的降低. 其原因可解释如下: 通过在能级  $|1$  和  $|2$  之间加一个耦合场, 可以显著地减小  $|0 \leftrightarrow |1$  间的跃迁对探测场的吸收并加强原子介质的克尔非线性效应, 使腔场容易达到饱和, 这可以从图 4 实线看出. 随着  $\Omega_B$  的增加, 探测场吸收系数降低. 另外,  $\Omega_B$  的增加还会导致多稳态出现, 多稳态存在的原因是方程(8)中  $y$  不是变量  $x$  在一定范围内的一个三次多项式. 对于需要两个以上态的应用领域, 多稳态比双稳态更有优势.

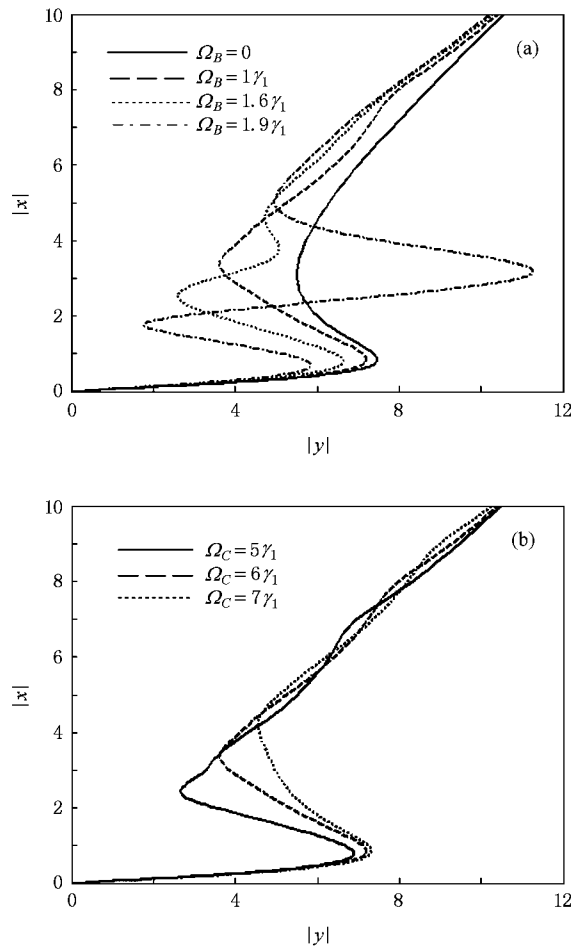


图3 不同  $\Omega_B$  和  $\Omega_C$  的值对应输出强度  $|x|$  和输入强度  $|y|$  的关系. 参数分别为  $C = 20\gamma_1, \gamma_2/\gamma_1 = 0.8/5.9, \gamma_3/\gamma_1 = 0.09/5.9, \Delta_p = \gamma_1, \Delta_B = 2\gamma_1, \Delta_C = -\gamma_1$ . (a)  $\Omega_C = 6\gamma_1$  (b)  $\Omega_B = \gamma_1$

从图 3(a) 还可以看出, 当  $\Omega_B = 0$  时仍然有双稳态出现, 通过 Matlab 解出最终的耦合场方程(8)发现, 这时的表达式与两能级的情形一致, 与耦合场  $\Omega_C$  的依赖性并不明显.

从图 3(b) 中可以看出, 耦合场  $\Omega_C$  的增加导致双稳态阈值  $y_{th}$  随之增加, 这与  $\Omega_B$  的作用效果相反. 可以做如下的定性解释: 逐渐增加  $\Omega_C$ , 会使抽运到激发态  $|3\rangle$  的粒子数速率增加, 在稳态情况下激发态  $|3\rangle$  向基态  $|0\rangle$  跃迁的速率也增加, 从而对探测场的吸收饱和起了相反的作用. 从图 4 虚线可以看出, 在本文方案所考察范围内, 随着  $\Omega_C$  的增加, 探测场吸收系数也相应增加.

对比图 3 与图 4 可以看到, 探测场吸收系数对  $\Omega_B$  和  $\Omega_C$  的变化率是不同的, 从而在改变双稳态阈值上也不同. 这种现象在某些需要精确调节双稳态阈值领域可能有用.

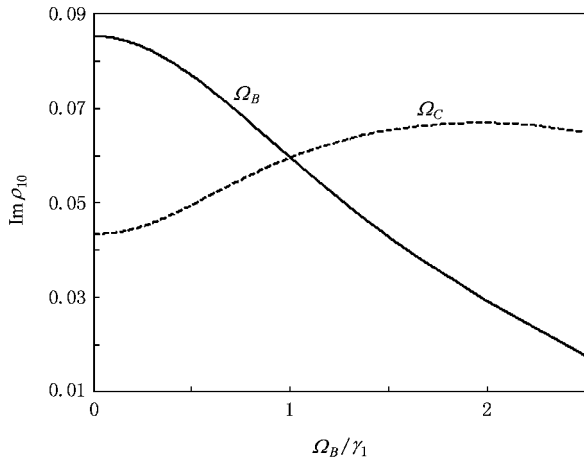


图 4  $\text{Im}\rho_{10}$  与  $\Omega_B, \Omega_C$  的关系 所取参数为  $\Omega_p = 7\gamma_1$ ,  $\Omega_B$  曲线中  $\Omega_C = 6$ ,  $\Omega_C$  曲线中  $\Omega_B = 1$

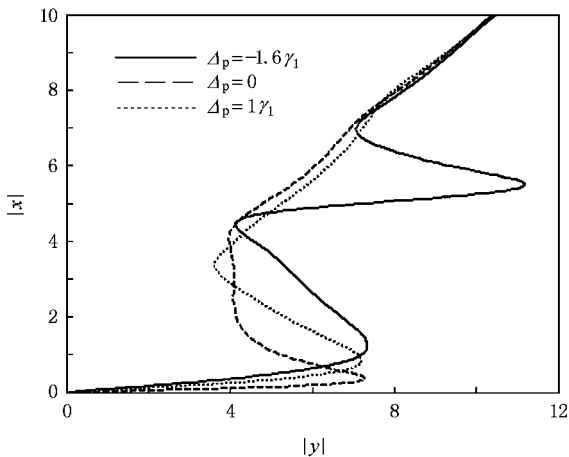


图 5 不同  $\Delta_p$  的值对应输出强度  $|x|$  和输入强度  $|y|$  的关系 所取参数为  $\Omega_B = 1\gamma_1$

从图 5 可以看出, 探测激光在光学双稳态和多稳态上的失谐效果. 对于失谐如  $\Delta_p \approx \gamma_1$ , 只有双稳态出现, 对于负失谐如  $\Delta_p \approx -1.6\gamma_1$ , 将会产生多稳态图案.

图 6 给出了合作参数  $C$  的大小对光学多稳态阈值影响, 当  $C = N\omega_L\mu^2/(2\hbar\epsilon_0 cT\gamma_1) \propto N$  或腔内原子数减小时, 光学双稳态的阈值显著减小. 显然, 相对于合作参数  $C$  而言, 随着原子数密度的增加, 样品吸收增强会导致多稳态阈值增加.

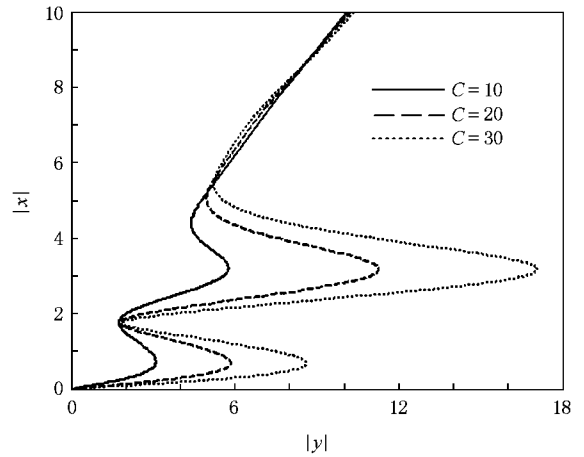


图 6 不同  $C$  的值对应输出强度  $|x|$  和输入强度  $|y|$  的关系 所取参数为  $\Omega_B = 1.9\gamma_1$

## 4. 结 论

本文分析了在一个级联型四能级原子系统中混合吸收色散型的光学双稳态和多稳态, 该系统通过单向环形腔由一个探测场和两个耦合场激发. 研究发现, 耦合场强度及合作参数可以显著影响光学双稳态的行为. 这可以用来控制双稳态阈值和磁滞环. 有趣的是, 在该系统中可以通过调节中间两能级所加的耦合场强度或探测场失谐到一个合适的值来得到多稳态. 这为获得所需要的光学双稳态和多稳态之间的转换提供了线索. 本文所选择的原子模型可以在  $^{85}\text{Rb}$  原子的能级体系中获得, 利用光学双稳态的实验技术, 相信该模型将来能够在实验中得到实现.

- [ 1 ] Gibbs H M , McCall S L , Venkatesan T N C 1976 *Phys. Rev. Lett.* **36** 1135
- [ 2 ] Walls D F , Zoller P 1980 *Opt. Commun.* **34** 260
- [ 3 ] Joshi A , Xiao M 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 143904
- [ 4 ] Wang Z H , Hu X M 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2569 ( in Chinese )  
[ 王振华、胡响明 2004 物理学报 **53** 2569 ]
- [ 5 ] Bai Y F , Gao H , Sun H , Han D , Liu C , Chen X 2004 *Phys. Rev. A* **69** 043814
- [ 6 ] Wu H B , Chang H , Ma J , Xie C D , Wang H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3632 ( in Chinese ) [ 武海斌、常宏、马杰、谢常德、王海 2005 物理学报 **54** 3632 ]
- [ 7 ] Sun Q Q , Gu Y , Gong Q H 2004 *Chin. Phys.* **13** 121
- [ 8 ] Deng W W , Zheng J , Tan H T , Li G X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6970 ( in Chinese ) [ 邓文武、郑俊、谭华堂、李高翔 2007 物理学报 **56** 6970 ]
- [ 9 ] Wu Y , Yang X 2007 *Phys. Rev. B* **76** 054425
- [ 10 ] Wu Y 2005 *Phys. Rev. A* **71** 053820
- [ 11 ] Wilson E A , Manson N B , Wei C 2005 *Phys. Rev. A* **72** 063814
- [ 12 ] Wu Y , Yang X 2004 *Phys. Rev. A* **70** 053818
- [ 13 ] Wu Y , Yang X 2005 *Phys. Rev. A* **71** 053806

## Optical bistability and multistability in ladder-type four-level atomic coherence medium \*

Chen Ai-Xi<sup>†</sup> Chen De-Hai Wang Zhi-Ping

( Department of Applied Physics , East China Jiaotong University , Nanchang 330013 , China )

( Received 11 May 2008 ; revised manuscript received 15 July 2008 )

### Abstract

Optical bistability( OB ) and optical multistability( OM ) behaviour of ladder-type four-level atom in a unidirectional ring cavity driven by three laser fields is studied. Three paths of photon transition are coupled with the laser fields. In this case , the laser field  $\Omega_B$  coupling with two middle levels is very important. When the  $\Omega_B$  is increased , optical bistability threshold significantly decreases and optical multistability appears. The effects of the laser field coupling with two upper levels on optical bistability are also discussed. Furthermore , we analyze the effects of the detuning of probe field and atomic cooperation parameter on OB and OM.

**Keywords** : atomic coherences , optical bistability and multistability , four-level atom

**PACC** : 4265 , 4255

\* Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China( Grant No. 2005CB724508 ) and the Natural Science Foundation of Jiangxi Province , China( Grant No. 2007GZW0819 ).

<sup>†</sup> E-mail :aixichen@ecjtu.jx.cn