

圆柱形阳极层霍尔等离子体加速器的 质点网格方法模拟

耿少飞[†] 唐德礼 赵 杰 邱孝明

(核工业西南物理研究院, 成都 610041)

(2008 年 10 月 26 日收到, 2008 年 12 月 7 日收到修改稿)

对圆柱形阳极层霍尔加速器内的放电等离子体运用二维质点网格方法 (particle in cell) 进行数值模拟, 用蒙特卡罗碰撞方法处理带电粒子与中性粒子之间的碰撞, 得到了放电通道内离子与电子的分布以及离子流的运动, 并且对出口外侧的能量分布进行了统计. 结果发现圆柱形阳极层等离子体加速器的磁场对电子有明显的约束作用, 电子集中于阳极附近很小的区域内. 由于电磁场的特殊分布, 离子流呈现出双峰式的分布. 离子能量范围从放电电压的 20% 到接近放电电压, 平均能量在放电电压的 40%—50% 之间.

关键词: 质点网格方法, 蒙特卡罗碰撞, 数值模拟, 阳极层霍尔等离子体加速器

PACC: 5265, 5275D

1. 引 言

霍尔等离子体加速器的研究始于 20 世纪 60 年代, 前苏联的研究者将霍尔等离子体加速器的概念实现为高比冲、高效率、长寿命的电推进系统^[1]. 霍尔等离子体加速器分为两种, 一种为延长加速区的等离子体加速器 (或者称为稳态等离子体推进器), 另一种为带有阳极层的加速器 (或者称为阳极层推进器)^[2]. 稳态等离子体推进器早在 1972 年便得到实际应用. 1999 年, 阳极层推进器出现在卫星的推进系统上^[3].

霍尔等离子体加速器有着轴对称的结构, 电场有沿着轴向向外的分量, 磁场有垂直于电场沿着径向方向的分量. 磁场的大小需要适当的选择, 使其能够有效地约束电子而离子却可以自由运动. 在这样交叉的电磁场作用下, 电子会沿着 $E \times B$ 方向做角向的漂移运动, 形成霍尔电流. 离子在电势梯度的作用下得到加速^[2].

尽管霍尔等离子体加速器的基本原理描述起来并不复杂, 但其内部的物理机制仍然难以精确得知^[4]. 因此长久以来, 研究者们普遍采用数值模拟

的方法来分析发生在霍尔等离子体加速器内部的物理过程. 并且在此方面进行了不懈的努力, 目的就是为了能更为清晰地了解霍尔加速器, 以便进行目的更为明确的设计优化.

已有许多研究者对不同类型的霍尔等离子体加速器进行了数值模拟, 模型包括了流体模型、粒子模型和混合模型, 几何维度涵盖一维到三维, 并且取得了相当优秀的结果^[5-11]. 但是对于霍尔类型的等离子体加速器比较理想的模型是对加速器内的电子、离子及中性原子均采用粒子模型的数值模拟. 因为粒子模拟并不需要假设任何的等离子体分布, 而是直接模拟出等离子体分布, 所以更适合于非平衡态或者多温系统, 比如气体放电等离子体源^[12]. 尽管最为详尽的描述需要三维模型, 但是普通的计算机上做这样的模型所消耗的计算时间让人无法承受^[13]. 因此, 可以考虑通过减小模型的维数来减小计算强度. 因为仍然保证了模型的全动力学特征, 所以减小维数依然有很大的参考意义.

本文采用结合粒子蒙特卡罗碰撞的 PIC/MCC 方法, 对圆柱形霍尔等离子体加速器的放电等离子体进行了二维数值模拟.

* 国家自然科学基金 (批准号: 10675040) 资助的课题.

[†] E-mail: akpybe@gmail.com

2. PIC 方法

在忽略碰撞的情况下,等离子体系统的动理学特征可以由下列弗拉索夫方程来描述:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{P}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{F}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{P}} = 0, \quad (1)$$

其中 $f = f(t, x, y, z, v_x, v_y, v_z)$ 是电子、离子的分布函数, \mathbf{P} 是动量, \mathbf{F} 是粒子所受的力, 在只考虑电磁力的情况下 $\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$. 电荷密度与电流密度可以用分布函数表示为 $\sigma = q \int f dv$ 与 $\mathbf{J} = q \int \mathbf{v} f dv$ 其中 $dv = dv_x dv_y dv_z$. 弗拉索夫方程再与 Maxwell 方程组结合, 便可对函数 f 进行求解.

PIC 方法通过求解牛顿-洛伦兹方程来得到大量粒子运动的轨迹.

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{r}}{dt} &= \mathbf{v}, \\ \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= \mathbf{F}(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (2)$$

当计算的粒子数目达到无穷多时, 牛顿-洛伦兹方程将等价于弗拉索夫方程, 但是牛顿方程更容易求解, 因此在动理学模拟方面, PIC 方法的应用更为普遍.

PIC 方法的历史可以追溯到 20 世纪 50 年代, 是 Buneman 和 Dawson 在研究自洽计算时发展出的方法^[14]. PIC 方法能够在自洽的电磁场中追踪大量带电粒子的运动, 从其运动中发展出自洽场中的电子、离子状态. PIC 方法的基本流程如图 1 所示^[15].

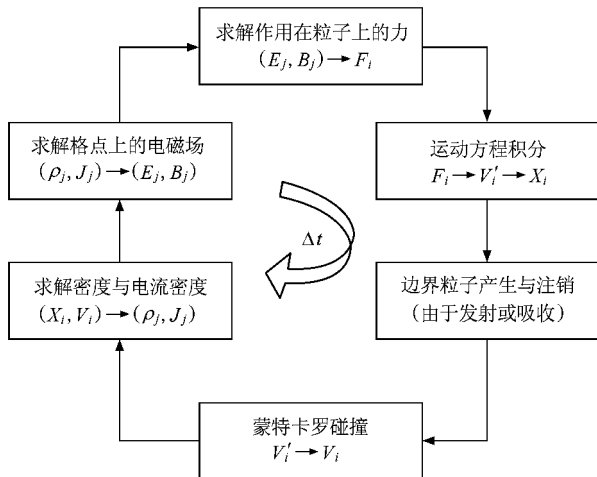


图 1 PIC 方法流程图

在碰撞的处理上, 由于粒子间的碰撞是一个随机过程, 因此可采用 MCC 方法. 用 MCC 方法来模拟碰撞时, 首先要计算出在一个时间步长内的碰撞概率 (假设这个粒子用 m 来表示)

$$P_m = 1 - \exp[-n_{\text{gas}} \sigma_{\text{total}}(\epsilon_m) v_m \Delta t], \quad (3)$$

其中 n_{gas} 为气体密度, v_m 为粒子速度, Δt 为时间步长, σ_{total} 为与粒子能量有关的总碰撞截面.

用随机数产生器产生随机数 R , 如果 $P_m \geq R$, 则认为这个粒子发生碰撞, 否则认为碰撞不会发生.

实际上如按照这样的方案来处理, 对于计算的每一个粒子都要进行判断, 计算量太大, 一般使用以下的方法来减小计算强度.

首先定义最大碰撞频率

$$\nu_{\text{max}} = \max(n_{\text{gas}} \sigma_{\text{total}} v) = \max(n_{\text{gas}}) \max(\sigma_{\text{total}} v). \quad (4)$$

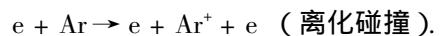
这样就可以为所考察的粒子取统一的碰撞概率

$$P = 1 - \exp(-\nu_{\text{max}} \Delta t). \quad (5)$$

根据上述的碰撞概率 P 计算出在这一时间步长内应该参加碰撞的粒子数, 从所有的粒子中随机地抽取出这些粒子进行碰撞. 由于取了最大碰撞频率, 于是会有一部分本不应该参加碰撞的粒子被挑选进来, 因此需要引入无效碰撞 (null collision), 即不进行碰撞.

粒子碰撞时的碰撞类型也是由随机方法来进行判断, 给定一个随机数, 判断随机数的范围, $R \leq \nu_1(\epsilon_i) \nu_{\text{max}}$ 时, 进行第一种碰撞. $\nu_1(\epsilon_i) \nu_{\text{max}} < R \leq (\nu_1(\epsilon_i) + \nu_2(\epsilon_i)) \nu_{\text{max}}$ 时进行第二种碰撞, 以此类推, 当 $\sum_{j=1}^N \nu_j(\epsilon_i) \nu_{\text{max}} < R$ 时进行无效碰撞.

在这里总共考虑了 5 种碰撞类型. 电子与中性粒子碰撞:



如果是离子与中性粒子发生碰撞:



碰撞后粒子新的速度大小与方向, 可由另外一组随机数来确定^[16].

我们对模型进行具体实现时, 采用面向对象的方式, 在具体代码方面, 参考了加利福尼亚大学伯克利分校 (Plasma Theory and Simulation Group) 的 XOOPIC 代码.

3. 数值模拟

我们所模拟的装置为自行设计的霍尔阳极层等离子体加速器,类似于此前的装置,在其结构上进行了部分改进.对于其特点,在文献[17]中进行过描述.

模拟的区域如图2所示,其中A为阳极,B为阴极/内磁极,C为阴极/外磁极.总的范围为 $50\text{ mm} \times 50\text{ mm}$ 在径向方向,以中轴为中心左右分别为 25 mm .轴向方向上,以阳极底部为起点向上延伸至出口外 20 mm 处.设定放电电压为 1000 V ,电场在模型中通过有限时域差分法计算.初始的电势分布可以参见图3.

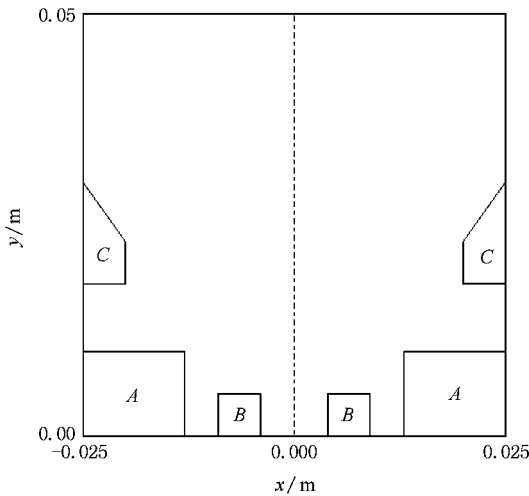


图2 模拟区域示意图

对于区域中阴极和阳极的边界,因为都是导体,所以边界上电场垂直于边界.其余部分的边界,因为实际上是真空,所以认为电子或离子到达这部分边界上时,将会直接被注销掉.

对于霍尔等离子体加速器,磁场起着十分重要的作用,如果不存在磁场,电子会直接轰击到阳极上,当磁场存在时,电子被磁场所约束,做出以回旋运动为主的漂移运动,这样就极大地增加了电子的生存时间,从而使离化率得到增强.魏合林对部分研究者对磁场影响辉光放电的研究进行了总结,得出结论:磁场能够影响等离子体中的碰撞过程,致使电离过程与磁场相关^[18].

我们利用有限元方法计算出加速器的整体磁场分布,然后重点处理所模拟的区域,根据模型的需要,从计算出的磁场结果中,提取出所需要的每个格

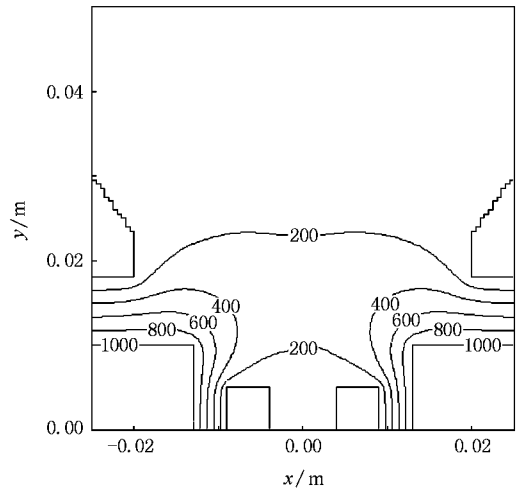


图3 初始电势分布 图中电势的单位为V

点的坐标与磁感应强度的分量值,将这些信息输入模型,作为模型中初始的磁场.其分布见图4和图5.图4为磁力线的示意图,图5为磁感应强度的示意图.由磁场的分布可以看出,在阳极附近,形成明显的磁镜形磁场.而在中轴线上存在一个磁场强度的鞍形区域,此处的磁场强度在径向上相对较低,而在轴向上又是强磁场区.因此在轴线附近,磁场存在正负交替的梯度.这样更有利于提高离化率^[19].在相同的位置上,电势的分布也有一个鞍形区域.

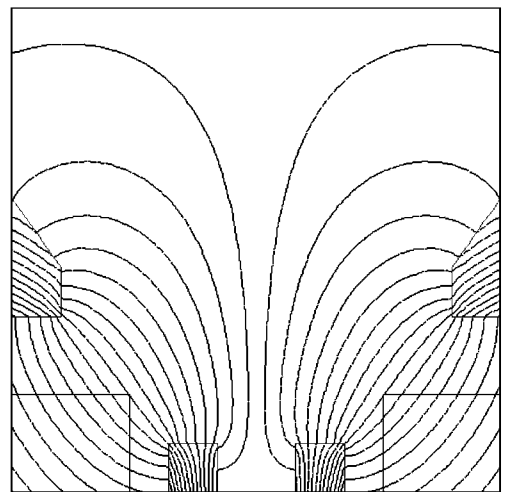


图4 磁力线分布示意图

在模型中我们假定初始的中性气体为各向同性,气体原子的密度约为 $10^{19}/\text{m}^3$.电子与离子的初始能量为 5 eV .假定电子与中性原子碰撞产生的离子只有一价离子.由于阳极层霍尔加速器通道壁由金属构成,具有很低的二次电子发射系数,所以在模

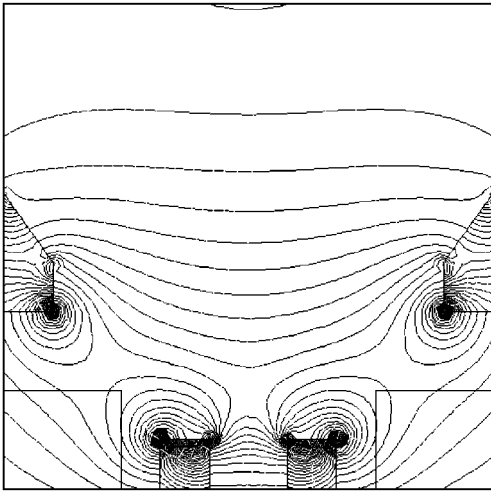


图 5 磁感应强度示意图

拟过程中我们忽略了二次电子发射。另外,惰性气体放电过程中可能产生的离子复合过程也仅仅来源于来自壁的低能电子,对于此模型中的金属壁,我们同样忽略了离子复合过程。

4. 结果与讨论

图 6 是模拟得到电子的相空间分布,从中可以看出:电子主要聚集在阳极附近的磁镜处,在两个磁镜中间的鞍形弱磁场区也聚集着大量的电子。电子的分布区域向上一直延伸到加速器的出口位置,另有少量高能电子可以逸出到加速器出口以外,但其量可以忽略不计。

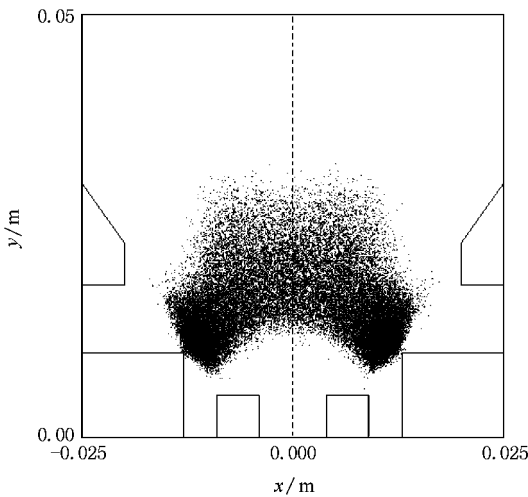


图 6 电子相空间分布

电子的路径可以用图 7 来说明,电子产生振荡的区域有两个,一是通道中心的鞍形区域(标号为 A 的区域),另一个就是阳极附近的磁镜区域(标号为 B 的区域)。电子在 A 区域呈现上下形式的振荡运动,在这一区域内的电子动能较低,但在径向上势能相对较高。磁场无法对电子做功,因此无法阻止其扩散,电子总会漂移到 B 区域内加速向阳极运动,电子向阳极的运动路径,是一个复杂的 Z 形轨迹,图 7 中大致上说明了这样的路径。这与曾经报道过的路径极其相似^[3]。在这个过程中电子分布范围主要集中在到磁镜的中心区域,所以阳极上接收电子电流的区域实际上很小,因此可以看出电流的利用率很高。

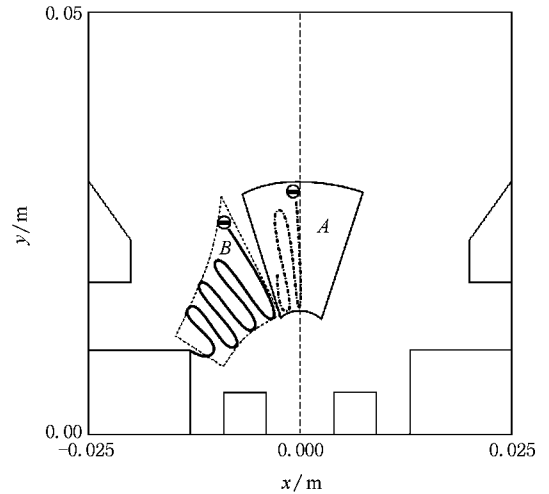


图 7 电子的振荡

图 8 显示了离子的相空间分布,并且标识出了离子流的大致运动方向。从图 8 可以看出,离子的高密度区存在于阳极附近的磁镜处,这与电子的分布相对应。而且在出口处,中轴线处的离子密度明显比两侧要低。离子流主要向着如图 8 所示的三个方向运动。我们在模拟区域的上边界处统计了一段时间内的离子流通量,得出的结果如图 9 所示。图 9 在一定程度上可以说明在上边界处的离子流密度的分布。可以看出,离子流的分布呈现两个对称的峰值,这与此前在类似结构加速器上进行实验测量得到的结果相符^[17]。其成因在于离子主要产生于中轴线两侧阳极附近的磁镜区域内。由离子流的运动与分布可以得知,内磁极会发生较明显刻蚀,这与实验观察一致。

在以前的工作中,我们曾经测量过离子的平均能量^[19],这里我们在上边界处统计了离子的能量,

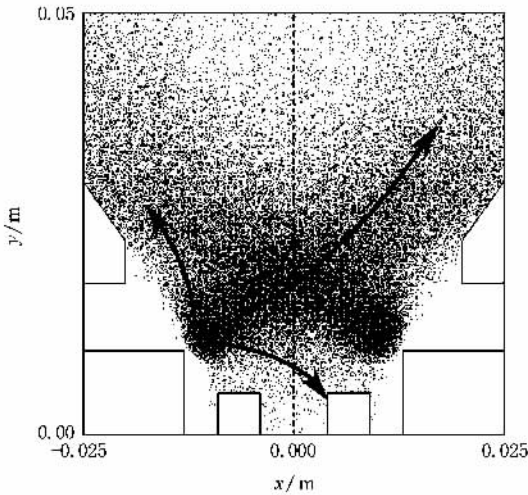


图8 离子相空间分布及离子流的运动方向

比普通较低,离子的最高能量为 990 eV,最低能量为 210 eV,离子能量范围从放电电压的约 20%到接近放电电压,平均能量 420 eV,与实验测量大致相当。

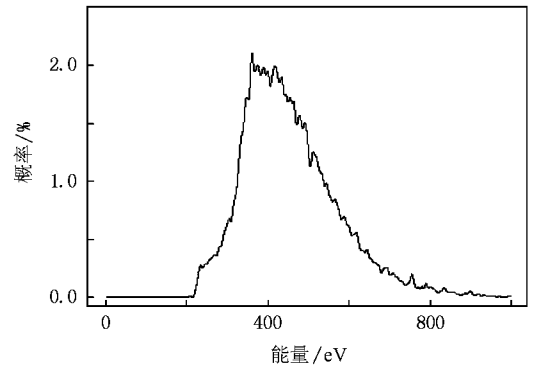


图10 离子流能量分布概率

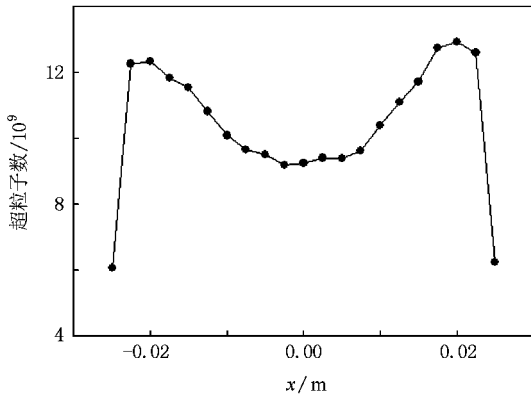



图9 数值模拟过程中一段时间内上边界收集到的超粒子总数分布

5. 结 论

本文对圆柱形阳极层霍尔等离子体加速器利用 PIC/MCC 方法进行了数值模拟,数值模拟中利用 MCC 方法处理带电粒子与中性粒子之间的碰撞.从数值模拟中得到了发生在放电通道内部的过程,得到的结果同实验测量的已有结果大体一致.从这些结果可以看出(1)电子的分布相当集中,几乎全部集中在鞍形弱磁场区和磁镜区域,表明在这样的磁场下,圆柱形阳极层加速器具有相当高的效率.(2)由于离化区域处于中轴线两侧,阳极附近,离子流在场中的运动会使内磁极发生较明显的刻蚀,这与实验观察一致.(3)在上边界的位置,离子的最高能量为 990 eV,最低能量为 210 eV,离子能量范围从放电电压的约 20%到接近放电电压,平均能量为 420 eV,中轴线处能量较低。

得到了更为详细的能量分布,其结果见图 10.

离子能量的最大概率分布在 250—650 eV 之间,这个能量区间内的分布概率达到 92%.更为详细的数据分析显示:中轴区域的离子能量同两侧相

- [1] Hall effect thruster see Wikipedia. http://en.wikipedia.org/wiki/Hall_effect_thruster
- [2] Zhurin V V, Kaufman H R, Robinson R S 1999 *Plasma Sources Sci. Technol.* **8** R2
- [3] Mark H 2003 *Encyclopedia of Space Science and Technology* (New York: John Wiley and Sons Inc.) p315
- [4] Garrigues L, Heron A, Adam J C, Boeuf J P 2000 *Plasma Sources Sci. Technol.* **9** 220
- [5] Morozov A I, Savel'ev V V 2000 *Plasma Phys. Rep.* **26** 219
- [6] Keidar M, Boyd L D, Beilis  *Phys. Plasmas* **11** 1715
- [7] Roy S, Pandey B P 2003 *J. Comput. Power* **19** 964

- [8] Hagelaar G J M, Bareilles J, Garrigues L, Boeuf J P 2002 *J. Appl. Phys.* **91** 5592
- [9] Taccogna F, Longo S, Capitelli M, Schneider R 2004 *Comput. Phys. Commun.* **164** 160
- [10] Adam J C, Heron A, Laval G 2004 *Phys. Plasmas* **11** 295
- [11] Bouchoule A, Boeuf J P, Heron A, Duchemin O 2004 *Plasma Phys. Control Fusion* **46** B407
- [12] Lan Y Q, Qiu X W 2006 *Physica* **28** 498 (in Chinese)[蓝永强、邱行伟 2006 物理 **28** 498]
- [13] Taccogna F, Longo S, Capitelli M, Schneider R 2005 *Phys. Plasmas* **12** 053502

- [14] Particle in Cell see Wikipedia http://en.wikipedia.org/wiki/particle_in_cell
- [15] Verboncoeur J P 2005 *Plasma Phys. Control Fusion* **47** A231
- [16] Vahedi V, Surendra M 1995 *Comput. Phys. Commun.* **87** 180
- [17] Tang D L, Wang L S, Pu S H, Cheng C M, Chu P K 2007 *Nucl. Instrum. Methods B* **257** 796
- [18] Wei H L, Liu Z L 1995 *Acta Phys. Sin.* **44** 225 (in Chinese) [魏合林、刘祖黎 1995 物理学报 **44** 225]
- [19] Tang D L, Zhao J, Wang L S, Pu S H, Cheng C M, Chu P K 2007 *J. Appl. Phys.* **102** 123305

Particle-in-cell simulation of a cylindrical Hall anode layer plasma accelerator^{*}

Geng Shao-Fei[†] Tang De-Li Zhao Jie Qiu Xiao-Ming

(*Southwestern Institute of Physics, Chengdu 610041, China*)

(Received 26 October 2008 ; revised manuscript received 7 December 2008)

Abstract

The Plasma in cylindrical Hall anode layer plasma accelerator is simulated by the two-dimensional particle-in-cell method. Monte Carlo collision method is used to simulate the collision among particles. The distribution of electrons and ions, the movement of ion beam and the energy distribution of ions near the exit plane are studied. The result shows that the magnetic field effectively confines the electrons. Electrons are collected in a small region. Due to the special electromagnetic field, the ion beam has a two-peaked distribution. Near the exit plane, the ion energy ranges from 20% to 100% of the anode voltage. The average energy of ions near the exit plane is about 40%—50% of the anode voltage.

Keywords : particle-in-cell, Monte carlo collision, numerical simulation, Hall anode layer plasma accelerator

PACC : 5265, 5275D

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10675040).

[†] E-mail : akpybe@gmail.com