

# 石墨烯纳米带量子点中的量子混沌现象\*

谭长玲 谭振兵 马 丽 陈 军 杨 帆 屈凡明 刘广同 杨海方 杨昌黎<sup>†</sup> 吕 力<sup>‡</sup>

(中国科学院物理研究所北京凝聚态物理国家实验室,北京 100190)

(2009 年 5 月 15 日收到,2009 年 5 月 18 日收到修改稿)

在 20 mK 的极低温下测量了石墨烯纳米带量子点的电子输运性质,观测到清晰的库仑阻塞菱形块和对应量子点激发态的电导峰.对库仑阻塞近邻电导峰间距和峰值进行了统计分析,发现其统计分布分别满足无规矩阵理论描述的 Wigner-Dyson 分布和 Porter-Thomas 分布,说明石墨烯纳米带量子点在低温下出现了量子混沌现象.还讨论了这种长方形量子点中量子混沌的可能成因.

关键词:石墨烯纳米带,量子点,库仑阻塞,量子混沌

PACC: 7335C, 0545

## 1. 引 言

经典混沌用来描述一类动力学行为,该行为对初值非常敏感.初值任何微小的变化将给系统长时间行为带来不可预测的影响.在量子力学理论框架下,描述量子系统状态的波函数和可观测物理量的期望值都随时间准周期变化,所以不存在满足经典混沌定义的量子混沌.一个复杂的量子体系长时间演化后达到稳定状态,可对其本征态和本征值进行统计描述.人们在遍历混沌运动的席奈台球(Sinai's billiard)等系统的量子能级进行统计研究时发现,这些系统的能谱都惊人地满足由无规矩阵理论(random matrix theory, RMT)描述的 Wigner-Dyson 分布<sup>[1,2]</sup>.所以 Schmit 等假设(Bohigas-Giannoni-Schmit conjecture)经典近似下对应于经典混沌系统的量子体系,其能级涨落满足 Wigner-Dyson 统计分布<sup>[3]</sup>.这是量子混沌的普遍特征.而经典近似下对应于经典可积系统的量子体系,其能级涨落满足泊松分布<sup>[4]</sup>.

石墨烯(graphene)是近年来发现的一种新奇的二维碳元素材料<sup>[5-7]</sup>.它可由机械解理石墨而得到.由于石墨烯中的电子具有相对论性的色散关系,并且表现出特异的量子霍尔效应,因而激发了极大的研究兴趣.石墨烯还可以被进一步切割成纳米带

(graphene nanoribbon, GNR),成为一种准一维材料. GNR 具有高迁移率和奇异的电学及磁学特性<sup>[8-10]</sup>,作为潜在的纳米尺度电子器件材料,引起了广泛的关注和研究<sup>[11-13]</sup>.然而, Ponomarenko 等<sup>[14]</sup>最近在近似圆形的石墨烯小量子点器件上观察到了量子混沌现象.这一现象的出现可能会对基于石墨烯的物性研究和器件应用产生影响.

本工作进一步研究了在由纳米带构成的量子点器件中的量子混沌现象.用机械剥离法得到了宽 60 nm 的石墨烯纳米带,并利用电子束曝光等微加工手段制作了长 500 nm 宽 60 nm 的量子点器件,在温度  $T = 20$  mK 下测量了其电子输运性质,观测到该器件的电导呈现出清晰的库仑阻塞效应以及量子点激发态电导峰.还对零偏压下 GNR 量子点库仑振荡峰最近邻峰间距和峰值作了统计分析,发现分别满足由 RMT 理论描述的 Wigner-Dyson 分布和 Porter-Thomas 分布,表明 GNR 量子点在低温下出现了量子混沌现象.

## 2. 实验方法和结果

我们采用机械剥离法从高定向热解石墨(highly ordered pyrolytic graphite, HOPG)得到了原子层的石墨烯样品,其中也有宽度为几十个纳米的石墨烯纳米带.图 1 是解理得到的一个 GNR 样品的扫描电子

\* 国家自然科学基金(批准号:10774172, 10874220)和国家重点基础研究发展计划(批准号:2006CB921304)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: ycl@iphy.ac.cn

<sup>‡</sup> 通讯联系人. E-mail: lilu@iphy.ac.cn

显微镜 (SEM) 图和相关结果. 样品附着在 Si/SiO<sub>2</sub> 基片上, 基底是 p 型高掺杂 Si, 用来做背底门以调节样品的载流子浓度. GNR 样品的宽度为 60 nm, 其载流子迁移率约为 5000 cm<sup>2</sup>/Vs (同时用机械剥离法解理同样得到了片状单层石墨, 测量了其低温量子霍尔

效应, 得到样品迁移率约为 5000 cm<sup>2</sup>/Vs). 原子力显微镜测得样品高度为 1.3 nm, 表明样品是双层石墨烯<sup>[15]</sup>. 采用标准的微加工技术, 经过电子束曝光、电子束蒸发、去胶等工艺后, 在 GNR 样品上镀上厚 50 nm 的 Pd 金属做电极, 两电极间距为 500 nm.

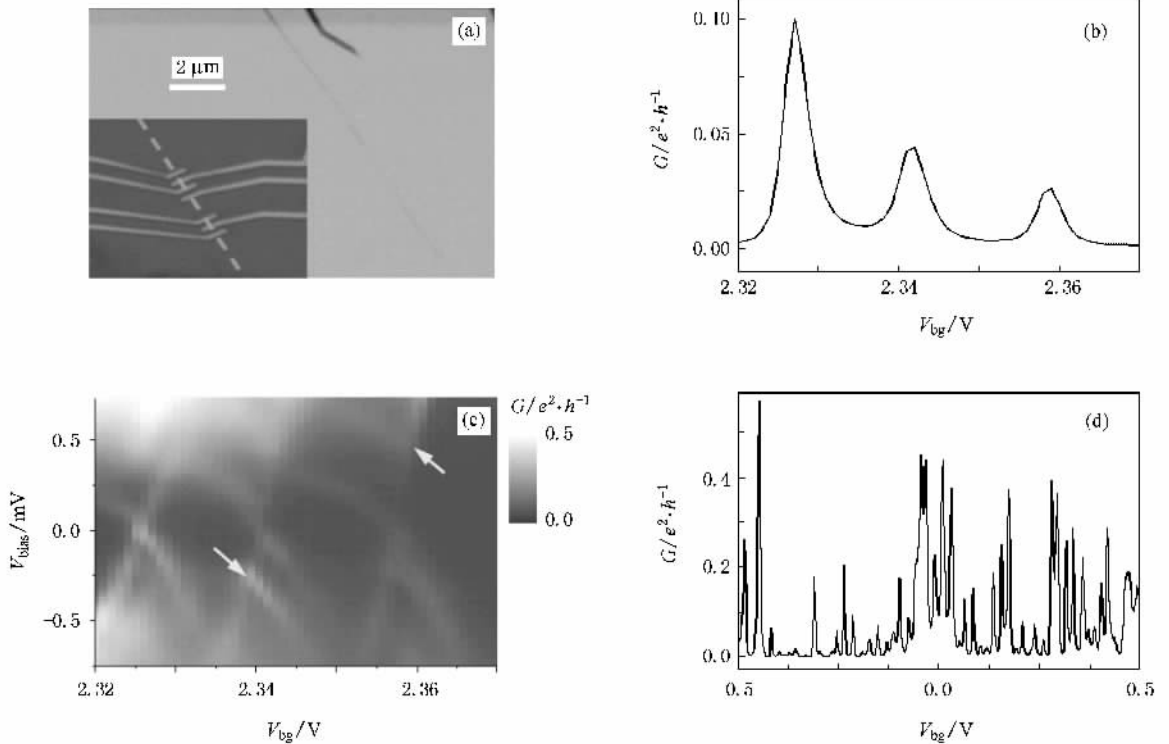


图 1 GNR 量子点库仑振荡数据图. 测量温度  $T = 20$  mK. (a) GNR 微加工前的 SEM 图, 内插图是微加工后器件光学照片. (b) 零偏压下电导  $G$  随门电压变化的库仑振荡, 门电压变化范围  $V_{bg} = 2.32\text{--}2.37$  V. (c) 微分电导随门电压和偏压变化的二维灰度图, 箭头所示为量子点的激发态. (d) 零偏压下电导随门电压库仑振荡, 门电压变化范围  $V_{bg} = -0.5\text{--}0.5$  V.

GNR 量子点器件的低温电子输运性质是在稀释制冷机上测量的, 测量温度  $T$  为 20 mK. 测量方法采用标准的两点法和锁相放大器技术, 即在样品器件源极和漏极之间施加直流偏压和一个低频 (频率为 30.9 Hz) 恒压 (电压为 10  $\mu$ V) 的交流小信号, 利用锁相放大器测量通过样品源漏极的电流, 从而得到样品的微分电导. GNR 样品中的载流子浓度可以由背底门上的栅极电压  $V_{bg}$  调节. 图 1(a) 是 GNR 微加工前的 SEM 图, 内插图是微加工后器件光学照片. 图 1(b) 是零偏压下, 门电压在  $V_{bg} = 2.32\text{--}2.37$  V 变化范围内, 样品电导随门电压变化的数据图. 从该图可以看出, 样品电导出现库仑振荡. 图 1(c) 是样品微分电导随门电压和偏压变化的库仑阻塞菱形块二维灰度图, 图中从暗到亮代表微分电导值增大, 菱形块中间区域是库仑阻塞区. 在这些区域内, 由于

GNR 量子点上的电子数不能随便改变, 使得器件的导通性出现库仑阻塞. 只有在某些特定的偏压和门电压条件下, 克服了 GNR 量子点中的库仑能隙, 电子才能从源极经过 GNR 量子点流向漏极, 出现电导峰, 对应图 1(c) 中亮的菱形块边线. 图 1(c) 中箭头所示线状亮带对应 GNR 量子点的激发态, 是由于 GNR 量子点尺寸效应形成的.

从数据图中可以读出, 门电压改变  $V_{bg} = 15.0$  mV, 对应于克服了 GNR 量子点中库仑能隙, 量子点中电子数增加一个. 由公式  $C_{bg} \Delta V_{bg} = e$  得到背底门与样品之间的电容为  $C_{bg} = 11.0$  aF. 采用平行板电容公式  $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$ , 其中  $\epsilon_0$  是真空介电常数,  $\epsilon = 3.9$  是 SiO<sub>2</sub> 相对介电常数,  $d = 100$  nm 是 SiO<sub>2</sub> 材料的厚度, 得到 GNR 量子点面积  $S = 0.03$   $\mu\text{m}^2$ , 与样品实际尺

寸  $500 \text{ nm} \times 60 \text{ nm}$  相符合,表明两电极之间的整个 GNR 样品是作为一个量子点参与电子输运.

图 1(d) 是零偏压下, 门电压在  $V_{\text{bg}} = -0.5 \sim 0.5 \text{ V}$  变化范围内样品电导随门电压变化数据图. 从这张数据图可以看出, GNR 量子点中的库仑振荡很不规则, 并表现出如下特点: (1) 有些库仑阻塞区电导能完全到零, 有些库仑阻塞区电导不能到零; (2) 电导峰值大小涨落非常大; (3) 近邻峰之间的间距不一致, 差别很大.

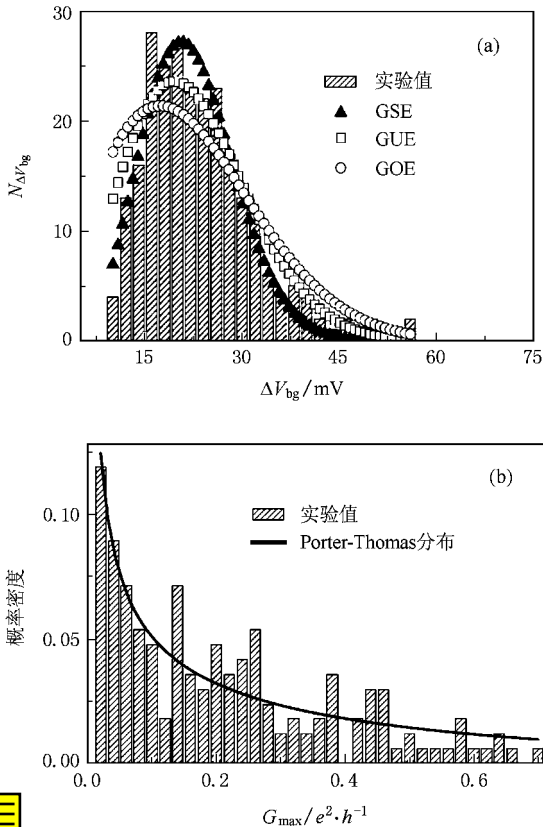


图 2 库仑振荡的统计分析 (a) 库仑阻塞最近邻峰间距柱状分布图, 满足 Wigner-Dyson 分布, 共统计了约 270 个峰; (b) 库仑阻塞电导峰值柱状分布图, 满足 Porter-Thomas 分布

我们对零偏压下  $V_{\text{bg}} = -2 \sim 4 \text{ V}$  范围内的库仑振荡近邻峰间距和电导峰值进行了统计分析. 峰的总数约为 270. 图 2(a) 是近邻峰间距柱状分布图, 用  $N_{\Delta V_{\text{bg}}}$  表示最近邻峰间距  $\Delta V_{\text{bg}}$  内峰的个数. 用 Wigner-Dyson 分布对库仑阻塞近邻峰间距统计分布

进行拟合, 图 2(a) 中 3 条曲线分别选择了 3 种不同的系综<sup>[1,2]</sup>. 这里的 GOE (Gaussian orthogonal ensemble) 是高斯正则系综, 体系具有时间反演对称性; GUE (Gaussian unitary ensemble) 是高斯么正系综, 体系不具有时间反演对称性; GSE (Gaussian symplectic ensemble) 是高斯辛系综, 体系具有时间反演对称性, 且含自旋-轨道耦合作用. 发现库仑振荡近邻峰间距的统计分布与用 RMT 描述的 Wigner-Dyson 分布非常符合, 其中选择 GSE 系综拟合曲线符合最好. 这些结果确切地表明, GNR 量子点处于量子混沌状态.

Jalabert 等<sup>[16]</sup> 用 RMT 分析了半导体量子点库仑振荡峰值统计分布, 发现量子混沌体系量子点库仑振荡峰值分布满足 Porter-Thomas<sup>[17]</sup> 分布, 并被实验证实<sup>[18,19]</sup>. 图 2(b) 是库仑振荡峰高度的柱状分布图, 发现 GNR 量子点库仑振荡峰的高度基本符合 Porter-Thomas 分布. 所以 GNR 量子点库仑振荡的峰高分布也可以用 RMT 描述, 进一步证实了 GNR 量子点是一个量子混沌体系.

### 3. 结 论

测量了 GNR 量子点器件的低温电子输运性质, 观测到其电导呈现出清晰的库仑阻塞菱形块和量子点的激发态. 通过对电导库仑振荡峰的近邻间距和峰高涨落的统计分析, 发现其分布符合 RMT 的描述, 表明 GNR 量子点是一个量子混沌体系. 文献 [14] 报道了在刻蚀出来的近似圆形的石墨烯量子点中观测到了量子混沌现象. 所不同的是, 本文测量的 GNR 量子点的形状是条状长方形, 而条状长方形对应的经典动力学体系是一个可积的动力学体系, 不是一个经典混沌体系. 实验已观测到在石墨烯当中有许多无序, 比如坑洼 (ripple) 等<sup>[20]</sup>, 尺寸从几十纳米到上百纳米不等. 我们认为, 条状长方形的 GNR 量子点中之所以出现量子混沌现象, 可能与石墨烯中的这些坑洼无序有关. 这些无序构成了电子散射的边界, 并与 GNR 边界一起, 可能导致 GNR 形成一个类似席奈台球的混沌体系.

[1] Brody T A, Flores J, French J B, Mello P A, Pandey A, Wong S S M 1981 *Rev. Mod. Phys.* **53** 385

[2] Alhassid Y 2000 *Rev. Mod. Phys.* **72** 895

[3] Bohigas O, Giannoni M J, Schmit C 1984 *Phys. Rev. Lett.* **52** 1

- [ 4 ] Berry M V , Tabor M 1977 *Proc. Roy. Soc. ( London ) A* **356** 375
- [ 5 ] Novoselov K S , Geim A K , Morozov S V , Jiang D , Zhang Y , Dubonos S V , Grigorieva I V , Firsov A A 2004 *Science* **306** 666
- [ 6 ] Morozov S V , Jiang D , Katsnelson M I , Grigorieva I V , Dubonos S V , Firsov A A , Novoselov K S , Geim A K 2005 *Nature* **438** 197
- [ 7 ] Zhang Y B , Tan Y W , Stormer H L , Kim P 2005 *Nature* **438** 201
- [ 8 ] Nakada K , Fujita M , Dresselhaus G , Dresselhaus M S 1996 *Phys. Rev. B* **54** 17954
- [ 9 ] Han M Y , Özyilmaz B , Zhang Y , Kim P 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 206805
- [ 10 ] Son Y W , Cohen M L , Louie S G 2006 *Nature* **444** 347
- [ 11 ] Wang X R , Ouyang Y J , Li X L , Wang H L , Guo J , Dai H J 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 206803
- [ 12 ] Kosynkin D V , Higginbotham A L , Sinitskii A , Lomeda J R , Dimiev A , Price B K , Tour J M 2009 *Nature* **458** 872
- [ 13 ] Jiao L Y , Zhang Li , Wang X R , Diankov G , Dai H J 2009 *Nature* **458** 877
- [ 14 ] Ponomarenko L A , Schedin F , Katsnelson M I , Yang R , Hill E W , Novoselov K S , Geim A K 2008 *Science* **320** 356
- [ 15 ] Geim A K , Novoselov K S 2006 *Nature Mater.* **6** 183
- [ 16 ] Jalabert R A , Stone A D , Alhassid Y 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 3468
- [ 17 ] Porter C E , Thomas R G 1956 *Phys. Rev.* **104** 483
- [ 18 ] Chang A M , Baranger H U , Pfeiffer L N , West K W , Chang T Y 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 1695
- [ 19 ] Folk J A , Patel S R , Godijn S F , Huibers A G , Cronenwett S M , Marcus C M , Campman K , Gossard A C 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 1699
- [ 20 ] Martin J , Akerman N , Ulbricht G , Lohmann T , Smet J H , Klitzing K V , Yacoby A 2007 *Nat. Phys.* **4** 144

## Quantum chaos in graphene nanoribbon quantum dot<sup>\*</sup>

Tan Chang-Ling Tan Zhen-Bing Ma Li Chen Jun Yang Fan Qu Fan-Ming Liu Guang-Tong

Yang Hai-Fang Yang Chang-Li<sup>†</sup> Lü Li<sup>‡</sup>

( Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics , Institute of Physics ,  
Chinese Academy of Sciences , Beijing 100190 , China )

( Received 15 May 2009 ; revised manuscript received 18 May 2009 )

### Abstract

The electron transport property of a graphene nanoribbon ( GNR ) quantum dot in a dilution refrigerator at temperature 20 mK is studied. The Coulomb blockade diamonds and excited energy levels of the quantum dot are clearly observed. It is found that the statistical distribution of the spacing between the nearest-neighboring Coulomb blockade peaks and that of the individual peak height are consistent respectively with the typical Wigner-Dyson distribution and Porter-Thomas distribution as prescribed by the random matrix theory for a quantum chaotic system. Thus , our results demonstrate that the GNR quantum dot is a quantum chaotic system at low temperatures. The possible origin of this phenomenon is also discussed.

**Keywords :** graphene nanoribbon , quantum dot , Coulomb blockade , quantum chaos

**PACC :** 7335C , 0545

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 10774172 , 10874220 ) and the State Key Development Program for Basic Research of China ( Grant No. 2006CB921304 ).

† Corresponding author. E-mail : ycl@iphy.ac.cn

‡ Corresponding author. E-mail : lilu@iphy.ac.cn