

振动颗粒物质中倍周期运动对尺寸分离的影响^{*}

姜泽辉[†] 荆亚芳 赵海发 郑瑞华

(哈尔滨工业大学物理系, 哈尔滨 150001)

(2008 年 11 月 20 日收到, 2009 年 2 月 3 日收到修改稿)

实验研究了竖直振动颗粒床中, 倍周期运动对尺寸分离的影响. 实验中, 当振动加速度足够大时, 系统中出现稳定的对称对流. 进一步增大振动加速度到某个临界值时, 还会出现倍周期运动. 观察表明, 背景颗粒的对流运动对分离过程起主导作用, 对流速度决定着分离过程的快慢, 而在 2 倍周期和 4 倍周期分岔之后, 分离时间有所减慢. 对引起对流运动的起因进行了分析, 以此为基础分析了倍周期运动产生影响的物理机理, 并对分离时间进行了定量计算, 结果与实验值符合很好.

关键词: 颗粒物质, “巴西果”效应, 倍周期分岔, 对流

PACC: 0320, 0547, 4610, 4660

1. 引言

尺寸分离(size segregation)是振动颗粒物质的特有行为之一. 通常将其称为“巴西果”效应^[1,2] (‘Brazil nut’ effect), 指的是, 在竖直振动激励下, 置于小颗粒中的大颗粒倾向于迁移到体系的上表面. 产生这种分离效应的物理机理一直受到很大关注, 因其在基础研究及生产实践中有着重要作用.

研究表明, 尺寸分离主要由两种机理产生: 颗粒的全域对流运动^[3-5] (global convection of particles) 及大颗粒下方小颗粒的局部几何重构^[6-8] (local geometrical rearrangement). 当振动较弱时, 颗粒体系中无明显的对流运动, 几何重构机理起主要作用. 在颗粒的上下运动过程中, 小颗粒有机会填充到大颗粒下方的空隙中并密堆积起来, 这阻止了大颗粒的向下运动, 导致大颗粒逐渐被垫起, 形成向上的分离运动. 这种机理引起的分离要求大、小颗粒的尺寸比必须大于某个临界值 $\Phi_c \approx 2.8^{[8,10]}$, 且比值越大分离越快. 当振动较强时, 颗粒通常处于对流态. 颗粒沿容器侧壁向下运动, 在颗粒床中间向上运动, 通常称为常规对流(normal convection). 对流由容器侧壁的摩擦力^[3]、空气^[11-14]等因素引起. 对流将大颗粒带到体系的上表面, 在上表面, 大颗粒的尺寸阻止其

再次进入对流中, 从而停留在上表面形成分离. 对流引起的分离通常与大颗粒的尺寸无关, 分离的快慢由对流速度决定.

然而, 颗粒的对流形式往往受容器的形状及横向尺寸等因素的影响^[5,15-17]. 例如, 当容器侧壁向外倾斜的角度大于 3° 时, 颗粒将形成反向的对流运动, 即沿侧壁向上运动, 在颗粒床中间向下运动^[15]. 如果容器横向尺寸足够大, 颗粒床中还会出现一些更复杂的运动模式, 如多重对流卷(multiple pairs of convection rolls)^[18] 及“隆拱”(arching)^[16,19-22]等. 伴随多重对流卷和“隆拱”, 颗粒床中还会出现倍周期(或分频)运动^[18-20,22] (subharmonic motion). 这些无疑会对颗粒的尺寸分离过程带来一定影响, 从而为分离过程的分析带来难度.

我们的实验表明^[23,24], 采用横向尺寸较窄的容器可以有效地抑制多重对流卷和“隆拱”, 颗粒床中只存在着常规对流. 但是, 当振动加速度大于某个临界值时, 颗粒进入倍周期运动. 颗粒在参与对流运动的同时, 还随同体系质心一起做倍周期运动. 那么, 体系的倍周期运动是否会对分离过程产生影响? 对此, 文献中未有相应的研究. 最近, Pastor 等人^[25]利用高速摄像技术研究了 2 倍周期分岔点附近颗粒运动速度的变化, 表明器壁附近颗粒的运动速度亦做相应的倍周期分岔. 这是因为器壁附近颗粒的运动

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10674035)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: zehuijiang@yahoo.com

速度是对流速度与颗粒床质心速度的叠加,因而受到影响.如果运动速度受到影响,势必会对对流引起的分离过程产生影响.这里,将通过实验对此加以检验,并对产生影响的物理机理进行分析.

2. 实验装置

实验在内径为 $\Phi = 15.98 \text{ mm}$ 的玻璃管容器内进行.容器底由不锈钢平板构成,并固定在振动台的台面上.台面在竖直方向做简谐运动 $x = A \sin(2\pi ft)$, A 和 f 分别为台面的振幅和频率.振动加速度由固定在台面上的加速度传感器测定.这里,振动的强弱由约化振动加速度 $\Gamma = A(2\pi f)^2/g$ 表示,其中, g 为重力加速度.在容器底与台面之间固定一压电陶瓷传感器.压力信号接入数字存储示波器,并通过示波器监测、记录颗粒床对容器底的作用力及其倍周期分岔过程.力的倍周期分岔可以通过其频谱中是否存在分频峰来判断^[22].

所用背景颗粒为硬质合金钢球(非磁性),直径为 $d = 0.70 \pm 0.01 \text{ mm}$,密度为 $\rho = 15.9 \text{ g/cm}^3$,共 91.9 g 填装在容器中的高度约为 $H_0 = 47 \text{ mm}$ (振实后).大颗粒(intruder)为轴承用合金钢球,直径分别为 $D = 1.50 \text{ mm}$, 3.00 mm , 5.00 mm , 6.34 mm , 9.52 mm ,密度约为 $\rho = 7.85 \text{ g/cm}^3$.实验中,先将一个大颗粒置于容器底中部,然后倒入小颗粒.固定振动频率,将约化振动加速度 Γ 由 1 突然加到预设值($2.5 < \Gamma < 10$).分离过程由大球上升到表面(刚露头能被看见为止)的时间 τ 来表征.每个 Γ 值对应的分离时间分别测量 12 次,然后求平均.实验室温度为 $19\text{--}22^\circ\text{C}$,空气相对湿度为 $43\%\text{--}48\%$.装置简图如图 1 所示.

3. 结 果

图 2 给出 $f = 60 \text{ Hz}$ 时,不同尺寸大颗粒分离时间随 Γ 的变化情况.图中,箭头所示位置对应为倍周期分岔点(实验值),从左至右对应的倍周期分岔点依次为 2 倍周期,4 倍周期,混沌,3 倍周期,6 倍周期,及混沌; $\Gamma_2 = 4.0$, $\Gamma_4 = 6.4$, $\Gamma_{\text{混沌}} = 8.2$, $\Gamma_3 = 8.7$, $\Gamma_6 = 9.5$, $\Gamma_{\text{混沌}} = 10.6$.可以看出,分离时间随 Γ 的增大迅速衰减,且与大颗粒的尺寸无关.但在 2 倍周期与 4 倍周期分岔点之后,分离时间明显增大.在不同频率下进行实验,所得结果类似,只是频率越高

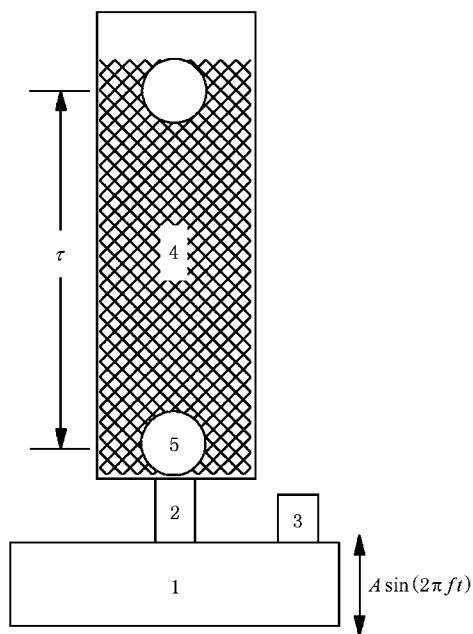


图1 实验装置简图 1.振动台面 2.力传感器 3.加速度传感器 4.背景颗粒 5.大颗粒; τ 表示大颗粒由容器底部运动到上表面所需时间

分离时间越长.图 3 给出 $D = 3.0 \text{ mm}$, $\Gamma = 2.83$ (远离 2 倍周期分岔点), 3.75 (接近 2 倍周期分岔点), 5.18 (超过 2 倍周期分岔点)时,分离时间随振动频率 f 的变化.受振动台面最大位移的限制,实验中 f 只在大于 20 Hz 的范围内进行.图 1 和图 2 中分离时间的误差由同组 12 个数据中最大值与最小值之差的一半确定.为了图面简洁,图 2 只在 $D = 3.00 \text{ mm}$ 的曲线上标出了测量误差.

由图 2 和图 3 可以看出:1)分离时间与大颗粒的尺寸无关;2)分离时间随 Γ 的增加而快速减小;3)在 2 倍周期和 4 倍周期分岔之后,分离时间有明显的增加,但其后的倍周期运动对分离时间的影响很弱;4)分离时间随频率的增加而增加.

4. 讨 论

下面就影响分离过程的几个主要因素进行讨论,并对所得结果加以定量分析.

4.1. 对流的作用

实验表明,尺寸分离是由颗粒的对流运动引起的.无论大颗粒是否置入,只要 Γ 大于某个临界值 Γ_c ($\Gamma_c \approx 2.3\text{--}2.5$,具体取值与环境的温度、湿度有关),背景颗粒做对称的常规对流运动,也就是,颗粒

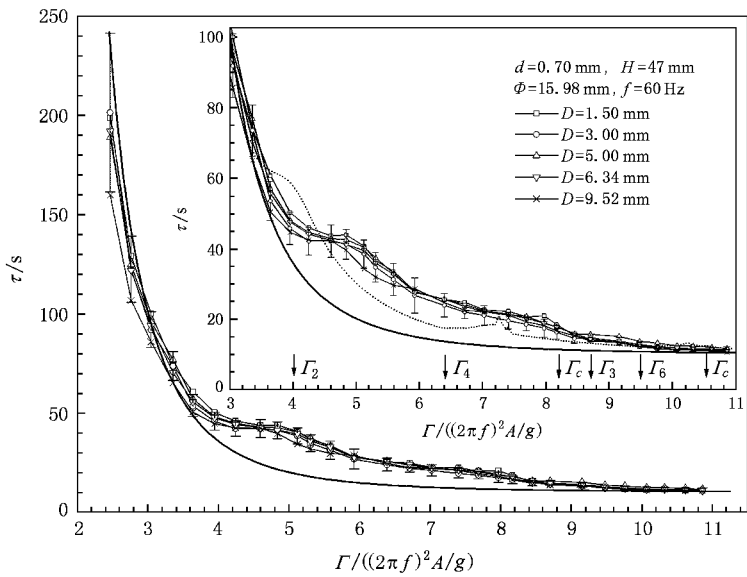


图2 D 取不同值时,分离时间 τ 随 Γ 的变化. $f = 60\text{ Hz}$, $d = 0.70\text{ mm}$, 容器内径为 15.98 mm . 温度 $19\text{--}22\text{ }^{\circ}\text{C}$, 相对湿度 $43\%\text{--}48\%$. 下方实线为理论值, 虚线为考虑倍周期运动后的修正值

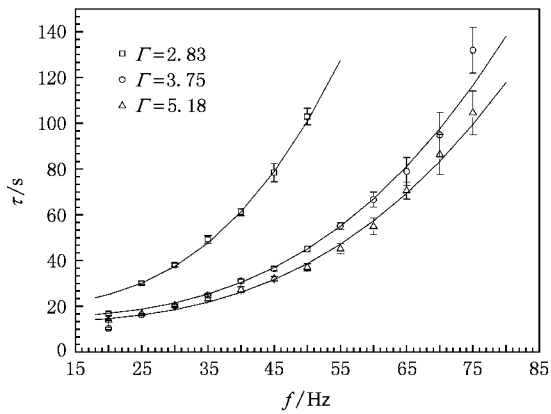


图3 $D = 3.0\text{ mm}$ 时,分离时间 τ 随 f 的变化(离散点为实验值, 实线为理论值. 温度为 $17\text{--}19\text{ }^{\circ}\text{C}$, 相对湿度为 47%)

沿着侧壁均匀地向下运动,到达容器底时向内迁移,然后在颗粒床内部向上运动.运动到上表面后,向侧壁移动并沿侧壁下移,如此循环下去.正是这种循环对流运动,将大颗粒带到体系的上表面.如果 $\Gamma < \Gamma_c$,部分颗粒会长期堆积在容器底部的某个角落不动,形成“斜劈”状堆积,其他部分在做缓慢对流,或者,仅上面小部分颗粒在对流,而其他部分基本不动.此时,如果大颗粒刚好处于无对流的区域,则没有分离现象出现,即使偶尔出现,分离时间会非常长,而且涨落也非常大.因此,我们的实验在 $\Gamma > \Gamma_c$ 的区域进行,以保证颗粒被充分流化,且颗粒床中始

终存在稳定的对称对流.

由于分离是对流造成的,因而分离时间 τ 与 D 没有明显的依赖关系.需要说明的是,实际测量中大 D 对应的分离时间明显小于小 D 对应的分离时间.以 $D = 9.52\text{ mm}$ 为例,其分离时间比 $D = 1.50\text{ mm}$ 的要小 20% 左右.这是因为 τ 的测量是以大球由底部移动到上部刚一露头为准(参见图1).大球质心实际移动的距离 $H_0 + \Delta H - D$ 小于 H_0 ,其中 $\Delta H (< D)$ 是大颗粒置入后引起颗粒床厚度的增加. D 越大时,后两项的影响越显著.图2中,我们根据平均分离速度,已对 $D = 5.00\text{ mm}$, 6.36 mm , 9.52 mm 三种钢珠的分离时间进行了修正,换算成其质心移动 H_0 所需的时间 $\tau H_0 / \left(H_0 + \frac{2}{3} \frac{D^3}{\Phi^3} - D \right)$.修正后,它们与 $D = 1.50\text{ mm}$ 和 3.00 mm 的曲线基本重合.

引起对流运动的主要因素是颗粒床在做上下“活塞”运动时,气流的冲刷及容器侧壁与颗粒间摩擦力的影响^[3, 11–13].我们注意到,器壁附近颗粒的堆积率受容器壁的影响(壁效应, wall effect^[26–29])而低于内部颗粒.这种堆积率上的差异导致器壁附近的气流速度高于内部气流速度(约为内部速度的 $2.5\text{--}3.0$ 倍^[30–32]).如果将所有颗粒看做多孔介质,气流的运动会使其受到一定阻力,而器壁附近的颗粒因气流速度高而受到相对较大的阻力.另外,器壁附近的颗粒还会额外受到来自器壁的摩擦力.该摩

擦力正比于颗粒对器壁的正压力,而正压力的来源之一为气流速度差异(气流速度场存在旋度)所产生的横向推力(magnus effect^[33]).因而,器壁的摩擦力也与气流速度有关.不同部位颗粒所受阻力的差异可以引起颗粒床中的对流运动,对流速度可做如下估算.

假定阻力正比于气流速度的平方,颗粒床的运动方程可以写为

$$\frac{dv}{dt} = -g - \mu v^2, \quad (1)$$

其中, v 颗粒床的运动速度(质心速度), μ 为阻力系数,单位为 m^{-1} . 在 $t = 0$ 时刻,颗粒床以速度 v_0 离开容器底做上抛运动,求解上式可得位移随时间的变化

$$S(t) = \frac{1}{\mu} \ln \left(\cos \left(\tan^{-1} \sqrt{\frac{\mu}{g}} v_0 - \sqrt{\mu g t} \right) / \cos \left(\tan^{-1} \sqrt{\frac{\mu}{g}} v_0 \right) \right), \quad (2)$$

运动到最高点时,速度为零,其位移为

$$S = \frac{1}{2\mu} \ln \left(1 + \mu \frac{v_0^2}{g} \right). \quad (3)$$

考虑到器壁附近的气流速度较高且贴壁颗粒受到器壁的摩擦,因而贴壁颗粒受到的阻力大于内部颗粒,上抛过程中的运动速度比内部颗粒慢.为了简便,不妨假定贴壁颗粒受到的阻力是内部颗粒的 α 倍(等效于阻力系数为 $\alpha\mu$, $\alpha > 1$),上抛到最高点时,其位移为 $S' = \frac{1}{2\alpha\mu} \ln \left(1 + \alpha\mu \frac{v_0^2}{g} \right)$,与内部颗粒的位移差为

$$\Delta S_0 = \frac{1}{2\mu} \ln \left(1 + \mu \frac{v_0^2}{g} \right) - \frac{1}{2\alpha\mu} \ln \left(1 + \alpha\mu \frac{v_0^2}{g} \right). \quad (4)$$

这导致部分贴壁颗粒移出颗粒床,见图 4.

在下落过程中,贴壁颗粒受到的阻力(向上)同样高于内部颗粒.但考虑到颗粒较难再“挤”回颗粒床,而且随机碰撞会使移出的部分颗粒向内迁移,因而,下落过程不可能使 ΔS_0 完全“复合”掉.在颗粒床完全落到器底时,总有部分颗粒迁移到内部并把内部颗粒“垫”起来产生一个向上的位移.这最终导致颗粒床在做一上一下的运动过程中,底部靠近器壁的颗粒倾向于移动出来,并横向向内迁移促成颗粒床内部颗粒的向上运动,形成整个颗粒床中的循环对流运动.

在 2 倍周期分岔之前,完成一上一下运动所需

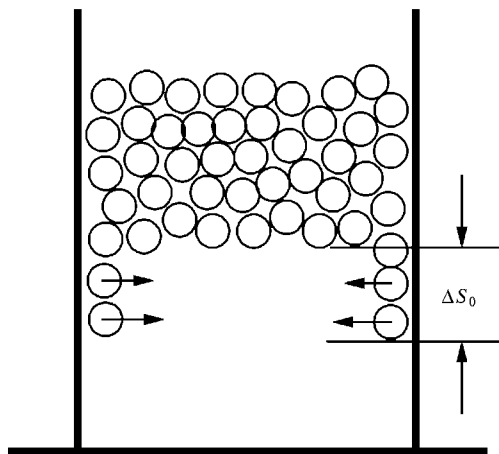


图 4 上抛过程中贴壁颗粒与内部颗粒的相对位移

的时间为一个振动周期($1/f$),则平均对流速度 $u \propto f\Delta S_0$,分离时间 $\tau \propto H_0/u = H_0/(f\Delta S_0)$.考虑到 μ 是一个小量,将 $1/\Delta S_0$ 对 μ 做泰勒展开,得

$$\tau \sim \frac{H_0}{f} \left\{ \frac{4g^2}{(\alpha-1)v_0^4\mu} + \frac{8}{3} \frac{\alpha+1}{\alpha-1} \frac{g}{v_0^2} + O(\mu) \right\}. \quad (5)$$

为简便我们只保留第一项,其后各项用 ϵ 代替作为修正项,则有

$$\tau \sim \frac{H_0}{f} \frac{4g^2}{(\alpha-1)v_0^4\mu} + \epsilon. \quad (6)$$

容易证明^[33],颗粒床的起跳速度为 $v_0 = \frac{g}{2\pi f} \sqrt{\Gamma^2 - 1}$.将之代入上式,得

$$\tau = K \frac{H_0 f^3}{g^2 (\Gamma^2 - 1)^2} + \epsilon, \quad (7)$$

这里,将 α, μ 等有关的常数收并到系数 K 中,作为大小可调的经验常数.

根据(7)式,对实验结果进行了拟合,见图 2 和图 3 中的实线,其中, K 的取值范围为 50—150, ϵ 的取值范围为 10—20.在倍周期分岔之前,(7)式与实验值符合很好.在 2 倍周期分岔之后明显低于实验值,对此下面给予讨论.

4.2. 倍周期运动的影响

当 $\Gamma \geq \Gamma_2$ 时,颗粒床要经过一高一低连续两跳完成一次重复运动,形成 2 倍周期运动,见图 5.第 1 跳的起跳速度和第 2 跳的起跳速度分别为 v_0 和 v'_0 ($v_0 > v'_0$),引起的内部颗粒的总位移为 $\Delta S \propto \Delta S_0 + \Delta S'_0$.完成这一过程所需的时间是两跳的自由飞行时间及颗粒床驻留在容器底上(台面存在吸收区的

缘故^[34]的时间之和,为两倍的振动周期 $2/f$. 分离时间的估算类似于上节,只需将(7)式中的 K 与 ε 乘以 2 即可. 对于其他倍周期运动及 4 倍周期之后的倍周期密集区(对应为实验中的混沌区,原因见文献^[34])亦可做类似处理. 2 倍周期分岔后的分离时间如图 2 内插图中的虚线所示,与实验结果基本一致.

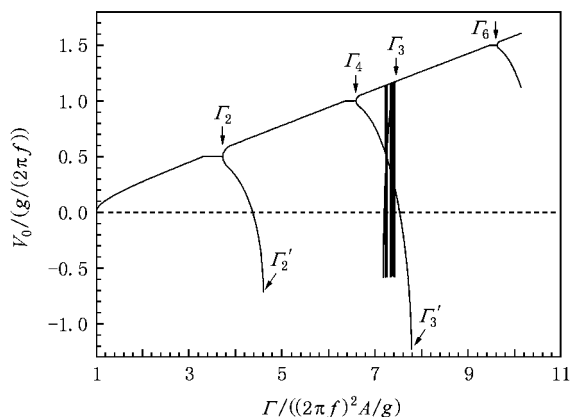


图 5 起跳速度 v_0 随 Γ 的变化(v_0 被 $g/(2\pi f)$ 约化, Γ_n 表示 n 倍周期分岔点的位置, Γ'_n 表示由两跳变为一跳的倍周期运动的临界点)

实验与理论结果均表明,4 倍周期分岔后的倍周期密集区及 3.6 等高阶倍周期分岔对分离时间的影响不明显. 在密集区内,存在连续上抛跳跃很多次完成一次重复运动的情况,但所需的总的时间也很长,因而对平均对流速度的影响不显著. 另外,在某些很窄的区域内起跳速度取负值(见图 5),也就是颗粒床未经过上抛而是直接做下落运动. 但这并不会对分离时间产生显著影响,因为下落过程不会使贴壁颗粒产生显著的上移,原因如前文所述. 我们注意到,颗粒床中的倍周期分岔点及其对分离时间的影响均比理论值延后. 这是因为在我们的理论计算中没有考虑阻力对分岔点的影响,对此将另文做进一步讨论.

4.3. 空气湿度的影响

空气的相对湿度对分离时间(或对流速度)有显著影响. 即使对 $d = 0.70$ mm 的硬质合金钢珠,湿度的影响也是明显的. 不同季节的测量表明,空气相对湿度较大时,分离时间相对延长(对流速度变慢). 这种影响通常在对流速度比较小的时候较为明显,如,频率固定 Γ 比较小时,或 Γ 固定频率比较高时. 此时,振动台面输入的能量刚好可以克服体系诸因素

耗散掉的能量,而形成速度比较慢的对称对流. 但此时对流速度并不十分稳定,易受到湿度的影响,所引起的分离时间的涨落可以达到 30% 左右. 这种涨落还与因磨损引起的颗粒表面污垢的积累有关. 根据我们的观察,清洗干净的颗粒在累计使用约 15 h 后,污垢的影响变得显著. 这种污垢产生的影响也与空气的湿度有关,湿度越大($> 50\%$)对流速度越慢,甚至形成有序化的“壳层”结构^[35]. 一旦形成这种有序结构,体系中无对流运动,且大颗粒基本“陷”某个位置不动,直到结构被破坏,体系重新转变为对流状态为止. 污垢较多且空气湿度较大时,这种结构保持稳定的时间可以以小时计. 因此,空气湿度较大时,应尽量使用清洗干净的颗粒. 污垢和空气湿度影响对流速度的原因,可能是增加了体系的能量耗散,相应减少了维持体系对流运动的能量.

另外,颗粒床中存在着难以避免和控制的电荷积累. 尤其在冬季,温度和湿度较低(如温度 19°C , 相对湿度 30% 左右),摩擦很容易产生静电. 振动停止后,时常可以看到背景颗粒悬挂在玻璃壁上(最高可距颗粒床上表面约 4 mm). 电荷积累也会对分离时间产生影响,但分离时间随 Γ 的变化趋势基本不变. 为了避免电荷积累和有序化这些不定因素的影响,我们的实验尽量在春、秋两季空气湿度适中且相对稳定的时间段内完成.

4.4. 背景颗粒材质与尺寸的影响

将背景颗粒换成同尺寸的不锈钢球(密度 8.4 g/cm^3)或者 $d = 0.50 \pm 0.01$ mm 的硬质合金钢球或者 $d = 0.5\text{—}0.6$ mm 的镍颗粒,分离时间 τ 随 Γ 的变化规律与图 2 中的情况类似. 如果背景颗粒使用 $d = 1.00 \pm 0.01$ mm 的硬质合金钢球,颗粒很快会由有对流的无序排列结构转化为无对流的有序的“壳层”结构^[35](对这一尺寸,空气湿度影响不大). 此时,大颗粒的上移距离由两态的转化时间决定. 也就是,大颗粒的上移由开始时的对流运动引起,形成有序结构后就不再上移,保持在原位的时间以小时计. 有时有序结构偶尔会出现局部结构破坏(主要出现在颗粒床最底部),整个体系会出现一个缓慢的结构重构过程. 这种情况反复出现很多次之后(频率固定, Γ 不是很高时),大颗粒偶尔会分离到上表面,但分离时间的涨落非常大,几乎看不出规律性. 尤其振动较强时($\Gamma > 3$),有序结构非常稳定,未观察到颗粒分离到上表面. 这也从一个侧面说明,在我们

的实验系统中对流机理起着主要作用.

早在 1973 年, Ahmad 和 Smalley^[36]研究了干沙 ($d = 0.5\text{--}0.6\text{ mm}$) 中一个大铅球的分离时间随 Γ , f 等因素的变化. 他们给出的 τ - Γ 曲线与图 2 类似, 但曲线中没有明显的倍周期运动的影响. 可能是这种颗粒床中不存在倍周期运动, 也可能是作者将倍周期运动的影响当作了涨落而忽略掉了. 对此, 有待于我们从实验上进一步分析. 他们的 τ - f 曲线与图 3 中的类似, 但 f 较大时, τ 不再按 f^3 变化, 而是迅速增加. 我们认为这是由于 f (Γ 固定) 较高时, 对流不再是主要分离机理, 分离是由其他原因引起的. 我们的实验是针对对称对流这一状态进行的. 文献 [37] 报道了另外一种颗粒体系中的分离情况. 所用圆筒容器和颗粒的材质均为丙烯酸 (acrylic). 容器内径为 11.43 cm, 小球直径 $d = 3.175\text{ mm}$, 大球 $D = 8d$, 颗粒床厚度 $H_0 \sim 16d$. 为防静电效应, 容器内壁和所有颗粒均用防静电液处理过. 根据分离时间 τ 与 f 的关系区分出三种分离形式. 分别为有隆起 (heaping) 和无隆起的对流运动引起的分离, 及小振幅高频率时的无对流分离. 对于前两种情况, 约化分离时间 τf 与 Γ 和 f 的关系近似为 $\tau f \propto (\Gamma - \Gamma_c)^{-\beta} [e^{(\beta f_{cr})^2} - 1]$, 其中 $\Gamma_c \simeq 1$, $f_{cr} \simeq 15\text{ Hz}$, $\beta \simeq 2$. 与我们的结果有相似之处, 也有差异. 原因可能是他们所用背景颗粒尺寸较大, 而且他们的实验中圆筒位置固定, 振动通过活塞式容器底施加. 另外, 他们的实验中, 无对流时 ($f = 40\text{--}75\text{ Hz}$, $\Gamma \geq 4$), 背景颗粒按六角密堆积方式排列, 分离时间与 D/d 成正比, 也就是几何重构机理起作用.

需要强调的是, 文中的研究是在振动足够强, 颗

粒被充分流化且颗粒床中存在对称的常规对流的前提下进行的. 此时, 对流机理起主要作用. 分析中, 取空气阻力与速度平方成正比, 对此目前还没有直接的实验证据. 这样做只是为了使理论值与实验结果更相符合. 来自容器壁的摩擦力只是简单地归并到系数 α 中, 这无疑将问题过分简化. 另外, 理论分析中忽略了容器与颗粒床间相对位移可能对气流速度带来的影响, 但这对最终结果没有显著影响. 分析中, 向下移动的贴壁颗粒只取了一层, 而计算机模拟^[38-40]表明其厚度为 3—5 层, 这仅对系数 K 的大小有影响. 另外, 背景颗粒的密度、尺寸及容器内径等因素也会影响对流速度, 这里只是简单地将其包含在经验系数 K 中, 未做细致处理. 最后, 如果器壁附近的气流速度比颗粒床内部的高, 则器壁附近的气压应比内部的低. 直接的局部气压测量^[41]证实了这一点.

5. 结 论

容器内径较小、颗粒尺寸均一的振动颗粒床中, 振动加速度足够大时, 可以激发出稳定的对称对流. 此时, 分离过程与大颗粒的尺寸无关, 分离时间与 f^3 (Γ 固定) 成正比, 随 Γ (f 固定) 而衰减. 在 2 倍周期和 4 倍周期分岔之后分离时间有所减慢. 分析表明, 引起对流的原因是, 颗粒床中器壁附近的颗粒所受到的阻力比内部颗粒大, 而且阻力与颗粒床运动速度的平方成正比. 倍周期运动对分离时间产生影响是因为倍周期运动导致平均对流速度减慢, 且 4 倍周期之后的高阶倍周期运动对分离时间的影响较弱.

- [1] Williams J C 1976 *Powder Technol.* **15** 245
- [2] Kudrolli A 2004 *Rep. Prog. Phys.* **67** 209
- [3] Knight J B, Jaeger H M, Nagel S R 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 3728
- [4] Cooke W, Warr S, Huntley J M, Ball R C 1996 *Phys. Rev. E* **53** 2812
- [5] Hu M B, Kong X Z, Wu Q S, Wu Y H 2005 *Chin. Phys.* **14** 1844
- [6] Rosato A, Strandburg K J, Prinz F, Swendsen R H 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 1038
- [7] nel L, Rosato A D, Dave R N 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 1255
- [8] Duran J, Mazozi J, Clement E, Rajchenbach J 1994 *Phys. Rev. E* **50** 5138

- [9] Jullien R, Meakin P, Pavlovitch A 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 640
- [10] Duran J, Rajchenbach J, Clement E 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 2431
- [11] Yan X, Shi Q, Hou M, Lu K, Chan C K 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 014302
- [12] Pak H K, Van Doorn E, Behringer R P 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 4643
- [13] Mobius M E, Cheng X, Eshuis P, Karczmar G S, Nagel S R, Jaeger H M 2005 *Phys. Rev. E* **72** 011304
- [14] Liang X W, Li L S, Hou Z G, Lu Z, Yang L, Sun G, Shi Q F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2300 (in Chinese) [梁宣文、李粮生、侯兆国、吕震、杨雷、孙刚、史庆藩 2008 物理学报 **57** 2300]

- [15] Knight J B 1997 *Phys. Rev. E* **55** 6016
- [16] Wassgren C R , Brennen C E , Hunt M L 1996 *J. Appl. Mech.* **63** 712
- [17] Hsiau S S , Pan S J 1998 *Powder Technol.* **96** 219
- [18] Aoki K M , Akiyama T , Maki Y , Watanabe T 1996 *Phys. Rev. E* **54** 874
- [19] Douady S , Fauve S , Laroche C 1989 *Europhys. Lett.* **8** 621
- [20] Wassgren C R , Brennen C E , Hunt M L 1996 *J. Appl. Mech.* **63** 712
- [21] Hsiau S S , Wu M H , Chen C H 1998 *Powder Technol.* **99** 185
- [22] Lan Y , Rosato A D 1997 *Phys. Fluids* **9** 3615
- [23] Jiang Z H , Wang Y Y , Wu J 2006 *Europhys. Lett.* **74** 417
- [24] Jiang Z H , Liu X Y , Peng Y J , Li J W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5692 (in Chinese)[姜泽辉、刘新影、彭亚晶、李建伟 2005 物理学报 **54** 5692]
- [25] Pastor J M , Maza D , Zuriguel I , Garcimartin A , Boudet J F 2007 *Physica D* **232** 128
- [26] Roblee L H S , Baird R M , Tierney J W 1958 *AIChE J.* **4** 460
- [27] Scott G D 1960 *Nature* **188** 908
- [28] Benenati R F , Brosilow C B 1962 *AIChE J.* **8** 359
- [29] Mueller G E 1992 *Powder Technol.* **72** 269
- [30] Vortmeyer D , Schuster J 1983 *Chem. Eng. Sci.* **38** 169
- [31] Bahnen R H , Stojanoff C G 1987 *J. Fluids Eng.* **109** 242
- [32] Bey B , Eigenberger G 1997 *Chem. Eng. Sci.* **52** 1365
- [33] Faber T E 1995 *Fluid Dynamics for Physicists* (Cambridge University Press)
- [34] Jiang Z H , Zheng R H , Zhao H F , Wu J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3727 (in Chinese)[姜泽辉、郑瑞华、赵海发、吴 晶 2007 物理学报 **56** 3727]
- [35] Jiang Z H , Wang Y Y , Wu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4748 (in Chinese)[姜泽辉、王运鹰、吴 晶 2006 物理学报 **55** 4748]
- [36] Ahmad K , Smalley I J 1973 *Powder Technol.* **8** 69
- [37] Vanel L , Rosato A D , Dave R N 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 1255
- [38] Elperin T , Golshein E 1997 *Physica A* **247** 67
- [39] Wassgren C R 1997 *Ph. D. thesis* Vibration of Granular Materials
- [40] Hsiau S S , Chen C H 2000 *Powder Technol.* **111** 210
- [41] Aoki K M , Akiyama T , Yamamoto K , Yoshikawa T 1997 *Europhys. Lett.* **40** 159

Effects of subharmonic motion on size segregation in vertically vibrated granular materials^{*}

Jiang Ze-Hui[†] Jing Ya-Fang Zhao Hai-Fa Zheng Rui-Hua

(Department of Physics , Harbin Institute of Technology , Harbin 150001 , China)

(Received 20 November 2008 ; revised manuscript received 3 February 2009)

Abstract

Experiments have been performed to investigate the effect of subharmonic motion on size segregation in vertically vibrated granular beds. In our experimental systems , symmetric normal convection of granular particles is induced when vibration acceleration is sufficiently large , and subharmonic motion of the particles appears when vibration acceleration is above another larger critical value. Observations reveal that particle convection is the main mechanism leading to the segregation of larger intruder particles imbedded in smaller ones , the convection flux dominates the rising time of the intruder , and a distinct retardation of the segregation time is induced when the bed 's bulk motion undergoes period-doubling and period – quadrupling bifurcations. An analysis of the convection due to the effects of air is given. Then the mechanism leading to such retardation is discussed and simple expression for the segregation time is formulated. The obtained results agree well with experimental values.

Keywords : granular material , ' Brazil nut ' effect , subharmonic bifurcation , convection

PACC : 0320 , 0547 , 4610 , 4660

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No.10674035).

[†] Corresponding author. E-mail zehuijiang@yahoo.com