

# 混沌时间序列的局域高阶 Volterra 滤波器多步预测模型<sup>\*</sup>

杜 杰<sup>1)2)</sup> 曹一家<sup>2)3)</sup> 刘志坚<sup>2)</sup> 徐立中<sup>2)</sup> 江全元<sup>2)†</sup> 郭创新<sup>2)</sup> 陆金桂<sup>4)</sup>

1) (南京信息工程大学计算机软件学院, 南京 210044)

2) (浙江大学电气工程学院, 杭州 310027)

3) (湖南大学电气工程学院, 长沙 410082)

4) (南京工业大学自动化学院, 南京 210009)

(2008 年 1 月 22 日收到 2008 年 7 月 7 日收到修改稿)

依据相空间邻近轨道演化相似性特点建立训练模式, 提出了基于自适应高阶非线性 Volterra 滤波器 (HONFIR) 的混沌时间序列多步预测模型 (MSP-HONFIR) 通过定义距离相似度、趋势相似度来衡量轨道演化相似度, 提出了混沌吸引子邻近轨道判别的新方法, 从模型训练充分性角度出发探讨了 MSP-HONFIR 滤波器模型训练集规模控制的依据. 数值研究表明 MSP-HONFIR 滤波器模型的多步预测性能优于原有 HONFIR 滤波器模型.

关键词: 混沌, 非线性自适应预测, Volterra 滤波器模型, 训练模式

PACC: 0545

## 1. 引 言

混沌是由确定的非线性动力系统产生的一种貌似随机性的运动, 具有分数维的拓扑结构、对初始条件敏感性以及难以长期预测等特点. 由于混沌现象广泛存在于自然与社会系统中, 因此混沌时间序列预测具有广阔的应用前景. 基于 Takens 相空间重构理论, 许多学者提出了多种混沌时间序列预测模型, 归纳起来可分为全局预测模型<sup>[1-4]</sup>、局域预测模型<sup>[5-8]</sup>和自适应非线性滤波预测模型<sup>[9-12]</sup>.

近年来随着泛函理论的发展, 以 Volterra 滤波器为代表的混沌时间序列自适应非线性滤波预测模型得到学术界的广泛关注, 对其展开了一系列的研究工作, Volterra 滤波器模型通过系统辨识求解核函数, 对相空间中的混沌轨道作数值逼近从而实现预测, 其最大的特点是 Volterra 非线性映射函数综合考虑混沌系统的非线性因素, 充分利用其高阶矩信息, 因而更符合混沌系统的本质. Volterra 滤波器模型已被验证能对低维混沌系统进行精确预测, 文献 [13] 证明了其与 3 层神经网络模型在泛函逼近性能上的

等价性, 文献 [14] 通过对比实验发现 Volterra 滤波器模型的预测性能优于神经网络模型.

但目前工程应用领域, Volterra 滤波器模型仍有许多需要研究和改进的方面, 如低阶 Volterra 滤波器模型对高阶混沌系统以及时变混沌系统的预测精度较低、模型多步预测性能远低于单步预测性能等等. 对于第一个问题, 已有许多学者进行了深入研究并提出了相应的解决方案, 如文献 [15] 采用一类特殊的多维 Fourier 变换和快速卷积策略, 将  $M$  阶 Volterra 滤波器表达式转变为  $M$  维线性卷积的形式, 从而实现对任意  $M$  阶 Volterra 滤波器函数的表达. 文献 [16] 构造了一类带常数项的三阶 Volterra 滤波器的乘积耦合近似实现结构, 其预测精度比传统二阶模型提高了  $10^3$  倍; 文献 [17] 则采用一组 Laguerre 正交基描述 Volterra 核以简化 Volterra 核的计算. 对于第二个问题, 一方面由于现有模型训练集规模的确定缺乏标准, 易造成模型训练不充分或过拟合, 导致多步预测性能不佳, 更主要的原因在于现有 Volterra 滤波器模型通过对混沌吸引子轨道逐点遍历进行拟合训练, 当训练集中包含的与预测轨道相关的信息过少或者夹杂许多无关的信息时极易影

<sup>\*</sup> 国家重点基础研究发展计划 (973) 项目 (批准号 2004CB217902) 和浙江省重大科技攻关计划项目 (批准号 2007C11098) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: jqy@zju.edu.cn

响训练效果,如文献[14]采用3阶Volterra滤波器模型针对Mackey-Glass系统的2步预测均方根误差是单步预测的3.45倍,4步预测均方根误差更达到单步预测的16.41倍.此外,基于混沌吸引子邻近轨道演化相似性特点,已有学者改变传统的按混沌轨道逐点训练的模型构造方式,采用邻近轨道点作为模型的训练集,如文献[18]采用邻近轨道数据构造局域支持向量机模型,其模型精度较传统训练方式有较大提高,但目前常用的邻近点选择算法如欧氏距离法和相关系数法易引入“伪邻近轨道”,影响模型的训练和预测精度.

本文依据相空间中混沌吸引子邻近轨道演化趋势相似性特点组织训练集并建立Volterra映射函数,在文献[14]高阶Volterra滤波器模型的基础上,提出了混沌时间序列Volterra滤波器多步预测模型:MSP-HONFIR滤波器模型,并对该模型的两个关键问题——邻近轨道的选取和训练集规模的控制进行讨论,从防范“伪邻近轨道”的角度出发提出了混沌吸引子邻近轨道选择的新方法,从模型训练充分性角度出发探讨了训练集规模控制的依据.仿真算例表明MSP-HONFIR滤波器模型泛化性能优异,其模型稳定性、预测性能等均优于原有HONFIR滤波器模型.

## 2. 高阶Volterra滤波器模型的选定

设  $\{x(i), i = 1, 2, \dots, N\}$  为某混沌系统的观测序列,采样间隔为  $\Delta t$ ,序列总长度为  $N$ ,重构后相空间中点的状态矢量为  $X_j = [x(j), x(j - \tau), \dots, x(j - (m - 1)\tau)]$ ,  $j = 1, 2, \dots, M$ . 其中  $m$  为嵌入维数,  $\tau$  为延迟时间,  $M$  为相空间中的点数,且  $M = N - (m - 1)\tau$ . Takens 定理指出混沌系统的一维观测值中包含系统所有状态变量演化的全部信息,其一维观测序列经相空间重构与原系统的混沌吸引子微分同胚.由此,可以通过动力系统的状态反过来构造原系统

$$X_{n+1} = \Phi(X_n), \quad (1)$$

其中,  $\Phi(\cdot)$  为重构的预测模型,大量研究表明可以用Volterra级数对(1)式代表的混沌系统建立模型,但由于Volterra无穷级数展开难以实现且级数的输入维数不能无限长,因而实际应用中常采用有限截断的形式.由于(1)式中仅  $X_{n+1}$  最后一维  $x(n + 1)$  未知,因此(1)式所表示的  $p$  阶截断求和形式的

Volterra滤波器模型如下式所示:

$$\begin{aligned} \hat{x}(n + 1) &= h_0 + \sum_{m_1=0}^{m-1} h_1(m_1) x(n - m_1) \\ &+ \sum_{m_1=0}^{m-1} \sum_{m_2=0}^{m-1} h_2(m_1, m_2) \times x(n - m_1) x(n - m_2) \\ &+ \dots + \sum_{m_1=0}^{m-1} \sum_{m_2=0}^{m-1} \dots \sum_{m_p=0}^{m-1} h_p(m_1, m_2, \dots, m_p) \\ &\times x(n - m_1) x(n - m_2) \dots x(n - m_p), \quad (2) \end{aligned}$$

其中  $h_p(m_1, m_2, \dots, m_p)$  称为  $p$  阶Volterra核,  $m$  称为滤波器的输入维数.

由于(2)式所表示的模型中滤波器的个数为

$\sum_{i=0}^p m^i$ , 随  $m$  的增加呈幂指数增长,相应的计算量也将呈同等级别增长,大大增加了工程实现难度,因而只适合低维混沌系统的建模.文献[14]从混沌信号高阶奇异谱的特点进行分析,发现各种混沌信号的四阶累积量切片在对角线和两个坐标轴的方向上具有相似的变化关系,而在偏离对角线和坐标轴的方向上则可以忽略不计,因此可以将混沌时间序列表示为一高阶稀疏Volterra级数展开式,即将(2)式中的  $p$  阶Volterra核  $h_p(m_1, m_2, \dots, m_p)$  替换为  $h_p(0, i)$ ,  $h_p(1, i)$  和  $h_p(2, i)$ , 而将  $x(n - m_1) x(n - m_2) \dots x(n - m_p)$  替换为  $x^p(n - i)$ ,  $x^{p-1}(n) x(n - i)$  和  $x(n) x^{p-1}(n - i)$ , 从而可以将(2)式化简为

$$\begin{aligned} \hat{x}(n + 1) &= h_0 + \sum_{i=0}^{m-1} h_1(i) x(n - i) \\ &+ \sum_{i=0}^{m-1} h_2(0, i) x^2(n - i) \\ &+ \sum_{i=0}^{m-1} h_2(1, i) x(n) x(n - i) \\ &+ \dots + \sum_{i=0}^{m-1} h_p(0, i) x^p(n - i) \\ &+ \sum_{i=0}^{m-1} h_p(1, i) x^{p-1}(n) x(n - i) \\ &+ \sum_{i=0}^{m-1} h_p(2, i) x(n) x^{p-1}(n - i). \quad (3) \end{aligned}$$

同(2)式相比,(3)式所表示的HONFIR模型中滤波器的个数减少为  $3m + p(3m - 2)$ , 其复杂性大大降低,加上其符合混沌系统高阶奇异谱的特点,因而具有较低的计算复杂度和较高的预测精度,本文将在该模型的基础上对Volterra滤波器多步预测模型的建立以及预测性能测试展开研究.

### 3. 模型思路及关键问题

#### 3.1. 模型思路

由于相空间中混沌吸引子邻近轨道演化具有自相似性特点,因此本文所提出的基于 HONFIR 滤波器模型的混沌时间序列多步预测模型(MSP-HONFIR)的出发点在于选择预测点所在轨道的邻近轨道作为模型的训练集,并合理控制训练集规模,提高模型对轨道多步演化的联想记忆能力,最终提升模型的预测精度.因此本文模型的关键问题是:1)选取与预测轨道演化相似的邻近轨道作为模型的训练集,提高模型的学习性能;2)在模型训练充分性前提下合理控制训练集规模,尽量降低模型计算复杂度.

#### 3.2. 混沌吸引子邻近轨道的选取

现有的混沌吸引子邻近轨道的选取方法大致可分为欧氏距离法<sup>[5]</sup>和相关系数法<sup>[7]</sup>,这两种方法均只从某一个角度切入问题,如欧氏距离法仅以距离作为衡量标准,而相关系数法则着重对混沌轨道一步演化相关性进行研究,没能从整个轨道角度考虑,易引入“伪邻近轨道”.邻近轨道的选取需要参照欧氏距离标准与轨道多步演化趋势进行综合分析,由此本文提出新的混沌吸引子邻近轨道选取策略.

设  $X_M$  为混沌吸引子的预测起始点,  $\{X_i, i = 1, 2, \dots, k\}$  为  $X_M$  邻域内的  $k$  个近邻点并限制短暂分离,即  $X_i$  分属不同的混沌轨道,  $X_{M-p}$  和  $X_{i-p}$  分别为  $X_M$  和  $X_i$  回溯第  $p$  步长点,  $p = 1, 2, \dots, []$  代表向量的内积,  $\| \cdot \|$  代表向量的距离范数,  $| \cdot |$  代表绝对值,在此做如下定义.

定义 1  $X_i$  与  $X_M$  距离相似度

$$\delta(M, i) = \frac{\max(\|X_M - X_j\|) - \|X_M - X_i\|}{\max(\|X_M - X_j\|) - \min(\|X_M - X_j\|)}. \tag{4}$$

由定义 1 可知  $\delta(M, i) \in [0, 1]$ , 且  $\delta(M, i)$  越大代表相空间中两点越靠近.

定义 2  $X_i$  与  $X_M$  方向相似度

$$\varphi(M, i) = \left| \frac{[X_M - X_{M-1}, X_i - X_{i-1}]}{\|X_M - X_{M-1}\| \cdot \|X_i - X_{i-1}\|} \right|. \tag{5}$$

方向相似度由向量余弦夹角关系演化而来,代表相空间中向量间的方向关系,且  $\varphi(M, i) \in$

$[0, 1]$ , 当向量正交时  $\varphi(M, i)$  取最小值 0, 当向量平行时取最大值 1.

定义 3  $X_i$  与  $X_M$  向量相似度

$$\mu(M, i) = \alpha \delta(M, i) + (1 - \alpha) \varphi(M, i), \tag{6}$$

$\alpha \in [0, 1]$  为调节  $\delta(M, i)$  和  $\varphi(M, i)$  的比例因子,通常可取 0.5.

定义 4  $X_i$  与  $X_M$  所在轨道相似度

$$\zeta_i = \sum_{j=0}^s \mu(M - j, i - j) e^{-j\lambda_1}. \tag{7}$$

由于  $\mu(M, i)$  只衡量了  $X_i$  与  $X_M$  及其回溯一步所构成向量的相似程度,为了考察轨道的演化相似性,必须对  $X_i$  与  $X_M$  及其回溯  $s$  步的轨道相似度进行度量,鉴于吸引子邻近轨道的发散率为最大 Lyapunov 指数  $\lambda_1$ ,  $\zeta_i$  还综合考虑了回溯步长对轨道相似性的影响程度,体现了随着回溯步数  $j$  的增加,  $\mu(M - j, i - j)$  影响力呈  $e^{-j\lambda_1}$  递减.为了简化计算量,可以采取“由粗到精”的两步策略,即首先采用距离相似度指标进行粗选,而后结合方向相似度等指标进行细搜索,最终确定  $N_p$  条轨道数据用于模型训练.

#### 3.3. 训练集规模的控制

按照本文模型的思路,训练集规模的控制实质就是训练轨道数  $N_p$  的选择.设  $N_p = n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) 时模型的预测相对误差为  $\text{perr}(n)$ ,随着  $n$  的增加,模型训练不断充分,  $\text{perr}(n)$  不断降低,当  $n > k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) 使得模型已达到精度要求或者  $\text{perr}(n)$  降低的幅度缩小到一定的范围内时,这时模型训练最为充分,而  $k$  即为最佳训练轨道数,继续增加  $k$  不仅加重了模型的训练负担并有可能引入与预测轨道演化相似性较弱的数据从而影响训练效果.

### 4. 仿真结果及讨论

就 MSP-HONFIR 模型与 HONFIR 滤波器模型对典型的 Lorenz 和 Rössler 混沌系统产生的时间序列的多步预测性能进行对比实验研究, Lorenz 系统具有复杂的双螺旋结构,而 Rössler 系统具有相对简单的折叠结构.

Lorenz 系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= x(r - z) - y, \end{aligned}$$

$$\dot{z} = xy - bz, \tag{8}$$

其中  $\sigma = 10, b = 8/3, r = 34$ , 采样间隔为 0.01.

Rössler 系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + ay, \\ \dot{z} &= b + z(x - c), \end{aligned} \tag{9}$$

其中  $a = 0.15, b = 0.2, c = 10$ , 采样间隔为  $\frac{\pi}{100}$ .

实验中每一种混沌时间序列均采用四阶 Runge-Kutta 算法求解获得 12000 个点, 取其  $x$  轴后 8000 个点作为实验数据. 首先按 (10) 式对实验数据进行归一化处理:

$$y(i) = \left[ x(i) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x(j) \right] / \left\{ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left[ x(j) - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x(k) \right]^2 \right\}^{1/2}, \tag{10}$$

其中  $\{x(i)\}$  为原始混沌序列,  $\{y(i)\}$  为归一化后的混沌序列,  $N$  为混沌序列总长度. 模型预测性能评价标准采用相对误差 (perr):

$$\text{perr} = \frac{\sum_{i=1}^N [x(i) - \hat{x}(i)]^2}{\sum_{i=1}^N x^2(i)}. \tag{11}$$

滤波器阶数  $p$  和输入维数  $m$  对模型精度的影响文献 [14] 已作详细讨论, 本文将针对训练集规模  $N_p$  和邻近轨道回溯步长  $s$  对模型多步预测性能的影响进行比较实验.

实验 1 训练集规模对模型精度的影响

由于工程应用中针对随机样本的多步预测是模型质量的重要衡量指标, 为此本文设计了如下实验方案: 采用 Lorenz 和 Rössler 系统  $x$  分量混沌序列前 6500 点作为训练集重构吸引子, 并从该点开始连续选择 10 个点作为预测起始点, 预测步长选定为吸引子的拟周期长度, 以此检验针对不同预测起始点的模型稳定性. 事先采用频谱分析法 [19] 求得 Lorenz 系统的拟周期长度为 67, Rössler 系统的拟周期长度为 193, MSP-HONFIR 滤波器模型采用回溯步长为 2 的 3 阶模型, 训练集大小为  $N_p$ , 每个训练集的规模等于混沌系统拟周期长度, HONFIR 滤波器模型同样采用 3 阶模型, 其训练集为从预测点开始遍历的  $N_q$  个拟周期长度的轨道数据. 两种模型针对 Lorenz 和 Rössler 系统的对比实验结果如图 1, 2 所示, 图中横坐标表示训练集规模, 纵坐标表示模型相对误差.

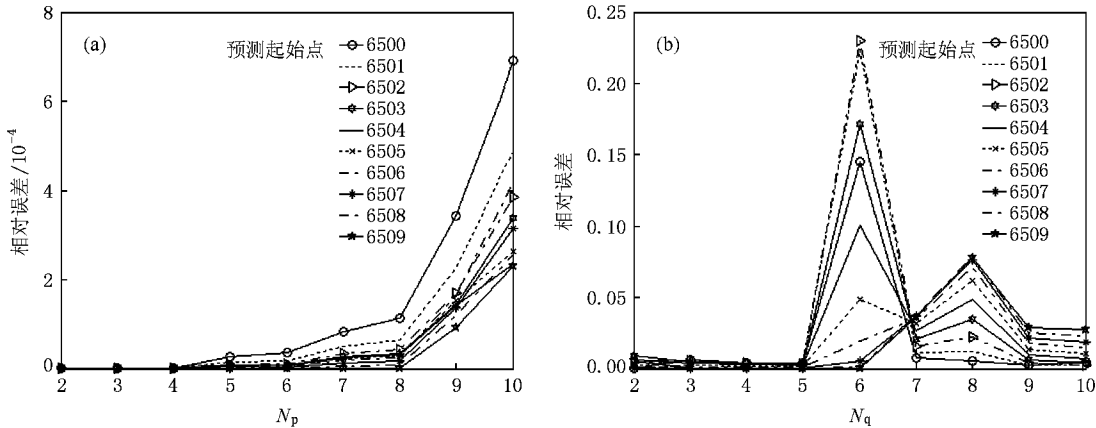


图 1 训练集规模对 Lorenz 系统  $x$  分量多步预测性能影响对比实验结果 (67 步预测: MSP-HONFIR  $N_p = 3$  时,  $\text{Ave}(\text{perr}) = 3.750 \times 10^{-5}$ ; HONFIR  $N_q = 5$  时,  $\text{Ave}(\text{perr}) = 2.031 \times 10^{-2}$ ) (a) MSP-HONFIR 滤波器模型; (b) HONFIR 滤波器模型

从实验 1 的误差结果来看, MSP-HONFIR 滤波器模型由于采用与预测轨道演化趋势相似的邻近轨道作为训练集, 模型的学习和泛化性能大幅提高, 在训练集规模较小的前提下, 预测精度远高于 HONFIR 模型, 其中针对 Lorenz 系统  $x$  分量所选取的 10 个连续的预测起始点进行的 67 步预测结果中, MSP-HONFIR 滤波器模型训练集  $N_p = 3$  时预测性能便达最优, 相对误差 (perr) 的数量级别为  $10^{-5}$ ,

而 HONFIR 滤波器模型当训练集  $N_q = 5$  时达最优, 相对误差 (perr) 的数量级别为  $10^{-2}$ , 较 MSP-HONFIR 模型低 3 个数量级. 针对 Rössler 系统的预测结果所得结论类似. 值得一提的是, 由于 Lorenz 吸引子具有复杂的双螺旋结构, HONFIR 滤波器模型随混沌轨道逐点遍历的训练模式极有可能导致训练轨道与真实预测轨道分属不同的螺旋部分, 导致误差波动幅度大, 如图 1(b) 当  $N_q = 6$  时的相对误差 perr 是  $N_q$

= 5 时的 48.2 倍,出现大幅波动,而 MSP-HONFIR 模型采用与预测轨道演化趋势相似的邻近轨道作为训练集,并引入回溯步长参与邻近轨道选取,显著降低了“伪邻近轨道”对模型的干扰.该实验同时表明 MSP-HONFIR 滤波器模型对训练集规模的控制具有

指导作用,如 Lorenz 系统当  $N_p = 3$  时 MSP-HONFIR 滤波器模型整体预测精度最高,并非训练数据量越多精度越高,过多的训练数据不仅增加了模型的训练强度,同时会引入与预测轨道演化趋势相似性较弱的训练数据,反而影响模型精度.

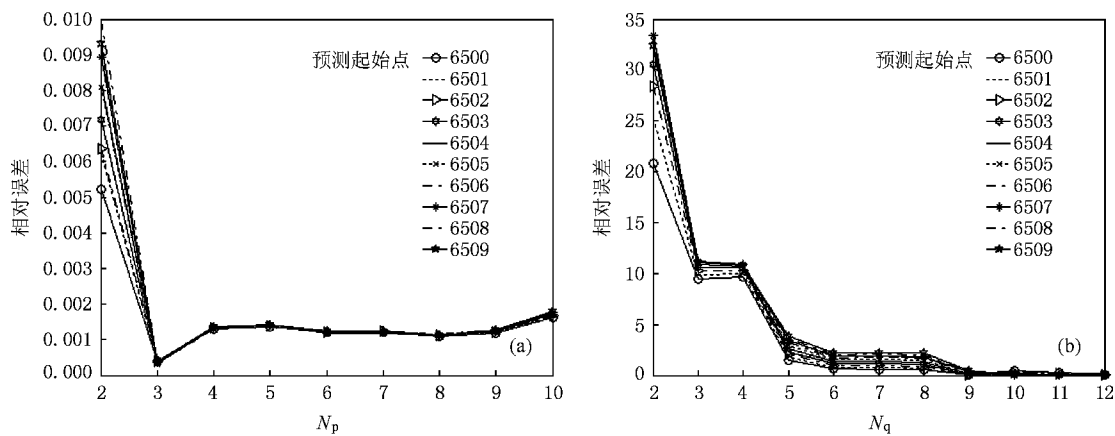


图2 训练集规模对 Rössler 系统  $x$  分量多步预测性能影响对比实验结果 (193 步预测, MSP-HONFIR  $N_p = 3$  时,  $Ave(per) = 3.710 \times 10^{-4}$ ; HONFIR  $N_q = 12$  时,  $Ave(per) = 5.285 \times 10^{-2}$ ) (a) MSP-HONFIR 滤波器模型; (b) HONFIR 滤波器模型

实验2 回溯步长对模型精度的影响

由于工程应用中实际采集的数据大多受多种因素影响而包含各类“噪声”,从而影响邻近轨道的选取,本文在邻近轨道的选取中引入回溯步长的目的就是尽量避免选择“伪邻近轨道”;“伪邻近轨道”的特征是按欧氏距离法或相关系数法所选择的近邻点所在的轨道与预测点所在的轨道演化相似性较弱.理论上回溯步长越长所挑选的邻近轨道与预测轨道的演化相似性也越强,但由于混沌吸引子邻近轨道指数分离,因此回溯步长不能过长,实验1由于采用的是无噪声数据,因此两个实验系统的回溯步长取为 2 便满足要求,本实验将在 Lorenz 系统  $x$  分量混沌序列中分别叠加不同信噪比的高斯白噪声,并用前 6500 点作为训练集预测其后 500 点,预测步长为混沌系统的拟周期长度,以此检验噪声环境下回溯步长对模型精度的影响,实验中均采用邻近轨道数据作为模型的训练集,但对邻近轨道的选取分别依据本文回溯步长法和欧氏距离法,其结果如图 3 所示,图中横坐标表示训练集规模,纵坐标表示模型相对误差.

由图 3 可见,采用回溯步长选取邻近轨道作为

模型训练集的预测精度要远高于欧氏距离法,并且随着噪声强度的增强,回溯步长法的优势愈加明显.此外实验 2 结果显示,同无噪声系统相比,强噪声环境下模型需要更多的训练数据才能降低预测误差,且预测误差远高于无噪声系统,由此可见对于包含强噪声的混沌系统在进行预测建模前首先采取降噪措施是十分有必要的.

实验3 模型多步预测性能测试

为了便于对 MSP-HONFIR 与 HONFIR 滤波器模型的多步预测性能进行对比,本文采用这 2 种模型分别对 Lorenz 和 Rössler 混沌系统  $x$  分量在不同噪声水平下用前 6500 点作为训练集预测其后 500 点,实验结果如表 1 所示.由表 1 可见,当预测步长较小时, HONFIR 滤波器模型的预测精度略低于 MSP-HONFIR 滤波器模型,而随着预测步长的增大或者噪声的增大, HONFIR 滤波器模型预测精度降低的幅度要远高于 MSP-HONFIR 滤波器模型,说明采用回溯步长选取邻近轨道作为 MSP-HONFIR 滤波器模型的训练集并合理控制训练集规模,极大提升了 Volterra 滤波器模型的预测性能.

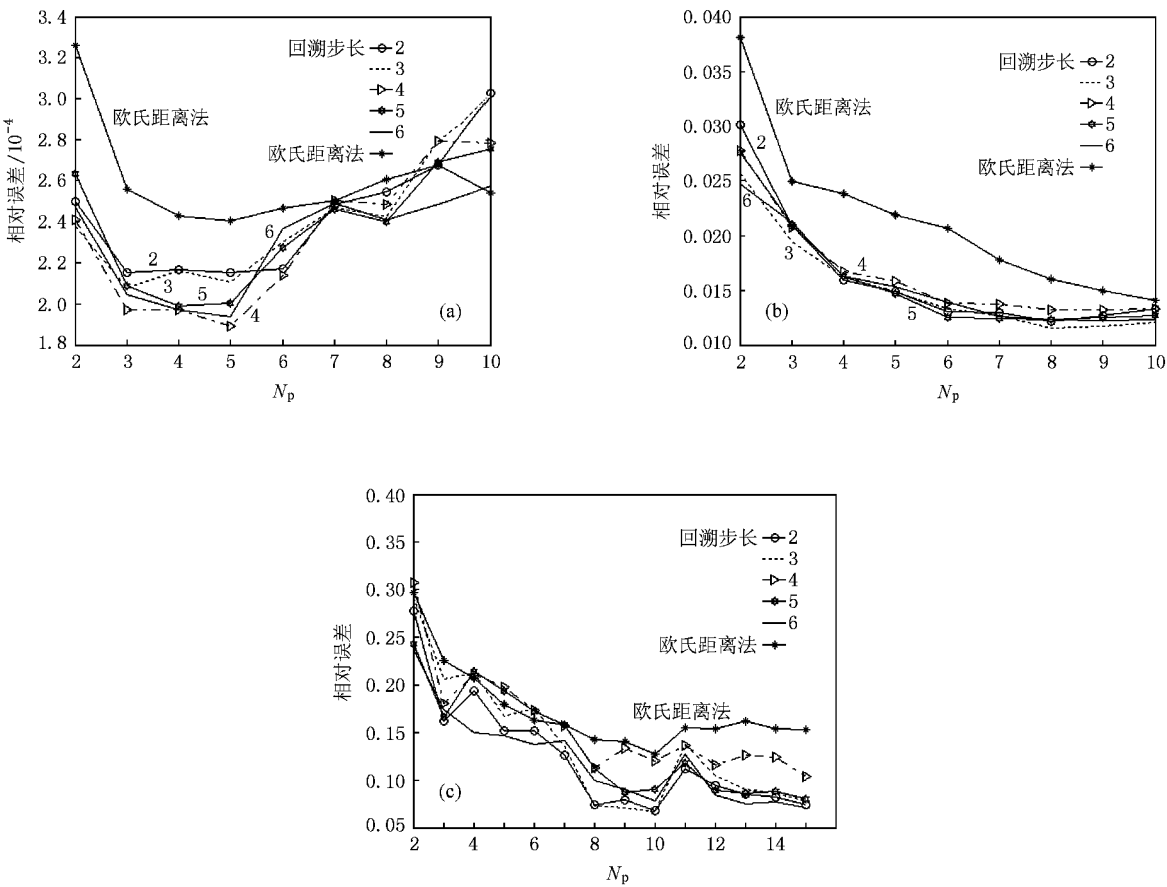


图3 不同信噪比环境下回溯步长对 Lorenz 系统  $x$  分量多步预测性能影响对比实验结果 (SNR = 40 时:回溯步长法:  $N_p = 5, s = 4$  时,  $\min(\text{perr}) = 1.889 \times 10^{-3}$  欧氏距离法:  $N_p = 5$  时,  $\min(\text{perr}) = 2.405 \times 10^{-2}$ . SNR = 30 时:回溯步长法:  $N_p = 8, s = 4$  时,  $\min(\text{perr}) = 1.157 \times 10^{-2}$  欧氏距离法:  $N_p = 10$  时,  $\min(\text{perr}) = 1.409 \times 10^{-2}$ . SNR = 20 时:回溯步长法:  $N_p = 10, s = 3$  时,  $\min(\text{perr}) = 6.718 \times 10^{-2}$  欧氏距离法:  $N_p = 10$  时,  $\min(\text{perr}) = 1.269 \times 10^{-1}$ ) (a) SNR = 40 ;(b) SNR = 30 ;(c) SNR = 20

表1 不同信噪比环境下 Lorenz 与 Rössler 混沌系统  $x$  分量多步预测相对误差 (perr)

| 信噪比      | 系统      | 预测模型       | 模型参数             | 1 步                    | 2 步                    | 4 步                    | $(1/4)P$               | $(1/2)P$               | $(3/4)P$               | $P$                    |
|----------|---------|------------|------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 无噪声      | Lorenz  | MSP-HONFIR | $N_p = 3, s = 2$ | $1.040 \times 10^{-5}$ | $1.191 \times 10^{-5}$ | $8.576 \times 10^{-5}$ | $1.198 \times 10^{-4}$ | $3.416 \times 10^{-4}$ | $5.252 \times 10^{-4}$ | $7.572 \times 10^{-4}$ |
|          |         | HONFIR     | $N_q = 5$        | $5.137 \times 10^{-5}$ | $1.361 \times 10^{-4}$ | $6.093 \times 10^{-4}$ | $6.261 \times 10^{-3}$ | $2.121 \times 10^{-2}$ | $6.641 \times 10^{-2}$ | $8.689 \times 10^{-2}$ |
|          | Rössler | MSP-HONFIR | $N_p = 3, s = 2$ | $1.060 \times 10^{-5}$ | $1.104 \times 10^{-5}$ | $7.186 \times 10^{-5}$ | $3.732 \times 10^{-4}$ | $8.027 \times 10^{-4}$ | $2.844 \times 10^{-3}$ | $4.576 \times 10^{-3}$ |
|          |         | HONFIR     | $N_q = 12$       | $4.264 \times 10^{-5}$ | $9.260 \times 10^{-5}$ | $3.944 \times 10^{-4}$ | $1.097 \times 10^{-3}$ | $8.598 \times 10^{-3}$ | $1.087 \times 10^{-2}$ | $3.776 \times 10^{-2}$ |
| SNR = 40 | Lorenz  | MSP-HONFIR | $N_p = 5, s = 4$ | $1.951 \times 10^{-4}$ | $2.175 \times 10^{-4}$ | $4.139 \times 10^{-4}$ | $6.780 \times 10^{-4}$ | $8.948 \times 10^{-4}$ | $1.090 \times 10^{-3}$ | $1.889 \times 10^{-3}$ |
|          |         | HONFIR     | $N_q = 8$        | $8.861 \times 10^{-4}$ | $2.439 \times 10^{-3}$ | $7.734 \times 10^{-3}$ | $1.383 \times 10^{-2}$ | $3.541 \times 10^{-2}$ | $6.549 \times 10^{-2}$ | $1.431 \times 10^{-1}$ |
|          | Rössler | MSP-HONFIR | $N_p = 3, s = 2$ | $7.318 \times 10^{-5}$ | $1.155 \times 10^{-4}$ | $5.538 \times 10^{-4}$ | $9.587 \times 10^{-4}$ | $1.665 \times 10^{-3}$ | $6.824 \times 10^{-3}$ | $1.953 \times 10^{-2}$ |
|          |         | HONFIR     | $N_q = 12$       | $8.445 \times 10^{-4}$ | $1.131 \times 10^{-3}$ | $3.854 \times 10^{-3}$ | $5.164 \times 10^{-3}$ | $2.258 \times 10^{-2}$ | $5.835 \times 10^{-2}$ | $7.611 \times 10^{-2}$ |
| SNR = 30 | Lorenz  | MSP-HONFIR | $N_p = 8, s = 4$ | $1.460 \times 10^{-3}$ | $2.378 \times 10^{-3}$ | $3.224 \times 10^{-3}$ | $5.436 \times 10^{-3}$ | $6.265 \times 10^{-3}$ | $8.760 \times 10^{-3}$ | $1.157 \times 10^{-2}$ |
|          |         | HONFIR     | $N_q = 12$       | $8.188 \times 10^{-3}$ | $1.185 \times 10^{-2}$ | $2.060 \times 10^{-2}$ | $2.174 \times 10^{-2}$ | $5.013 \times 10^{-2}$ | $8.967 \times 10^{-2}$ | $2.073 \times 10^{-1}$ |
|          | Rössler | MSP-HONFIR | $N_p = 9, s = 4$ | $2.875 \times 10^{-4}$ | $3.547 \times 10^{-4}$ | $8.765 \times 10^{-4}$ | $1.473 \times 10^{-3}$ | $3.532 \times 10^{-3}$ | $2.735 \times 10^{-2}$ | $2.948 \times 10^{-2}$ |
|          |         | HONFIR     | $N_q = 14$       | $2.407 \times 10^{-3}$ | $3.921 \times 10^{-3}$ | $7.283 \times 10^{-3}$ | $2.537 \times 10^{-2}$ | $6.165 \times 10^{-2}$ | $8.543 \times 10^{-2}$ | $1.523 \times 10^{-1}$ |

注:  $P$  为混沌吸引子拟周期,  $P_{\text{Lorenz}} = 67$ ;  $P_{\text{Rössler}} = 193$ .

5. 应用于短期电力负荷预测

短期电力负荷预测是电力部门的一项重要工作,关系到电力系统的调度运行和生产计划,准确的负荷预测有助于提高系统的安全性和稳定性、减少发电成本.由已对电力系统短期负荷预测研究中可知,电力负荷系统包含混沌的成分,同时还必须指出该混沌系统的非线性也是复杂的,属于混沌特性、各种不确定因素和强非线性特性交织在一起的涉及低维到高维的混杂系统<sup>[20]</sup>.为了检验 MSP-HONFIR 模型对工程应用领域里复杂混沌系统的多步预测性

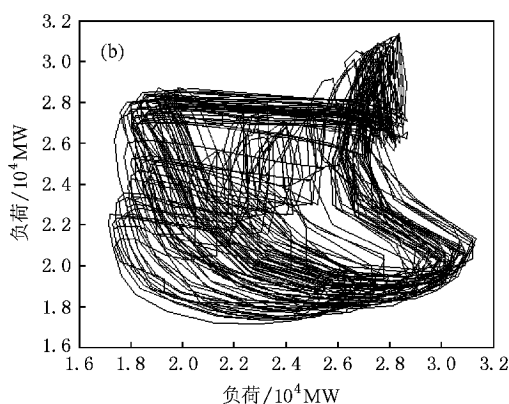
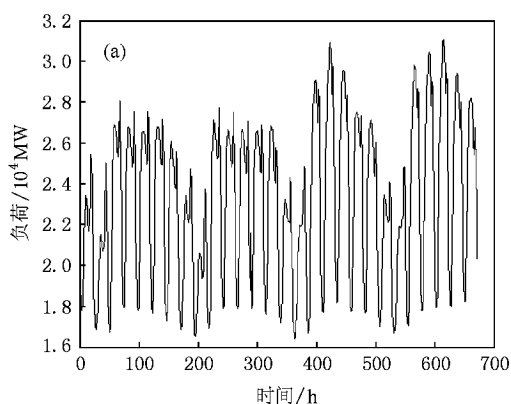


图4 某电网电力负荷序列及其重构吸引子 (a)小时电力负荷时间序列;(b)电力负荷重构吸引子

我们以该电网 2003 年的负荷数据作为训练集,分别采用 MSP-HONFIR 和 HONFIR 滤波器模型对 2004 年 1 月 15 日和 2004 年 1 月 18 日分别为工作日和双休日类型的每日 24 个整点负荷进行预测,且均采用输入维数为 5 的 4 阶 Volterra 滤波器模型,结果如图 5 所示.预测误差公式采用相对误差  $E_{APE}$  和平均相对误差  $E_{MAPE}$ ,  $E_{APE} = \frac{|x_i - \hat{x}_i|}{x_i} \times$

$100, E_{MAPE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_{APE}$ , 其中  $x_i$  和  $\hat{x}_i$  分别为真实值和预测值,  $N$  为预测步长.由图 5 可见,由于工作日/休息日两类不同类型日在负荷吸引子中分布上的差异性,加上 MSP-HONFIR 滤波器模型采用回溯步长选取邻近轨道数据作为模型的训练集,因此 MSP-HONFIR 滤波器模型的训练集与预测结果基本属于同一类型日,避免了不同类型日负荷数据对模型训练的影响,其预测性能明显优于 HONFIR 滤波器模型.

能,特对某电网日负荷进行 24 步预测实验.

图 4 所示为该电网每日 24 点原始负荷序列及其重构图,由图 4 可见,电力负荷时间序列具有明显的日类型特征,双休日同工作日的负荷曲线变化趋势大体一致,但其峰谷值明显低于工作日的峰谷值,体现在负荷吸引子的图形上就是工作日的重构点对应的坐标值因为负荷值较大,从而偏向坐标值大的区域,双休日因为负荷值较小,从而其重构点偏向坐标值小的区域.然而,现有 Volterra 滤波器模型遍历轨道的训练方式没能综合考虑工作日/双休日的电力负荷模式差别,影响了模型的预测效果,同时训练集规模选择的随意性更加重了模型训练的难度.

6. 结 论

理论研究和工程实践表明大量非线性系统可用 Volterra 滤波器模型表示.本文首先依据相空间邻近轨道演化相似性原理组织模型训练,提出基于高阶 Volterra 滤波器的混沌时间序列多步预测模型——MSP-HONFIR 滤波器模型,增强了 Volterra 滤波器模型的学习和泛化能力,较 HONFIR 滤波器模型大幅提高了模型的多步预测精度,同时 MSP-HONFIR 滤波器模型对训练集规模的选择具有指导作用,简化了模型的计算量;其次提出混沌吸引子邻近轨道选取的新方法,同以往方法相比,本文方法的最大特点是综合距离和方向双重标准衡量吸引子邻近轨道多步演化相似性.最后仿真算例表明:训练模式的改善和训练集规模的选择可以有效提高 Volterra 滤波器模型的预测精度和可靠性、降低建模难度.同时引入回溯步长参与吸引子邻近轨道选取,可以显著降低伪邻近轨道对模型的干扰,进一步提升模型的预测

性能,短期电力负荷预测建模实验也验证了本文模型合理性.

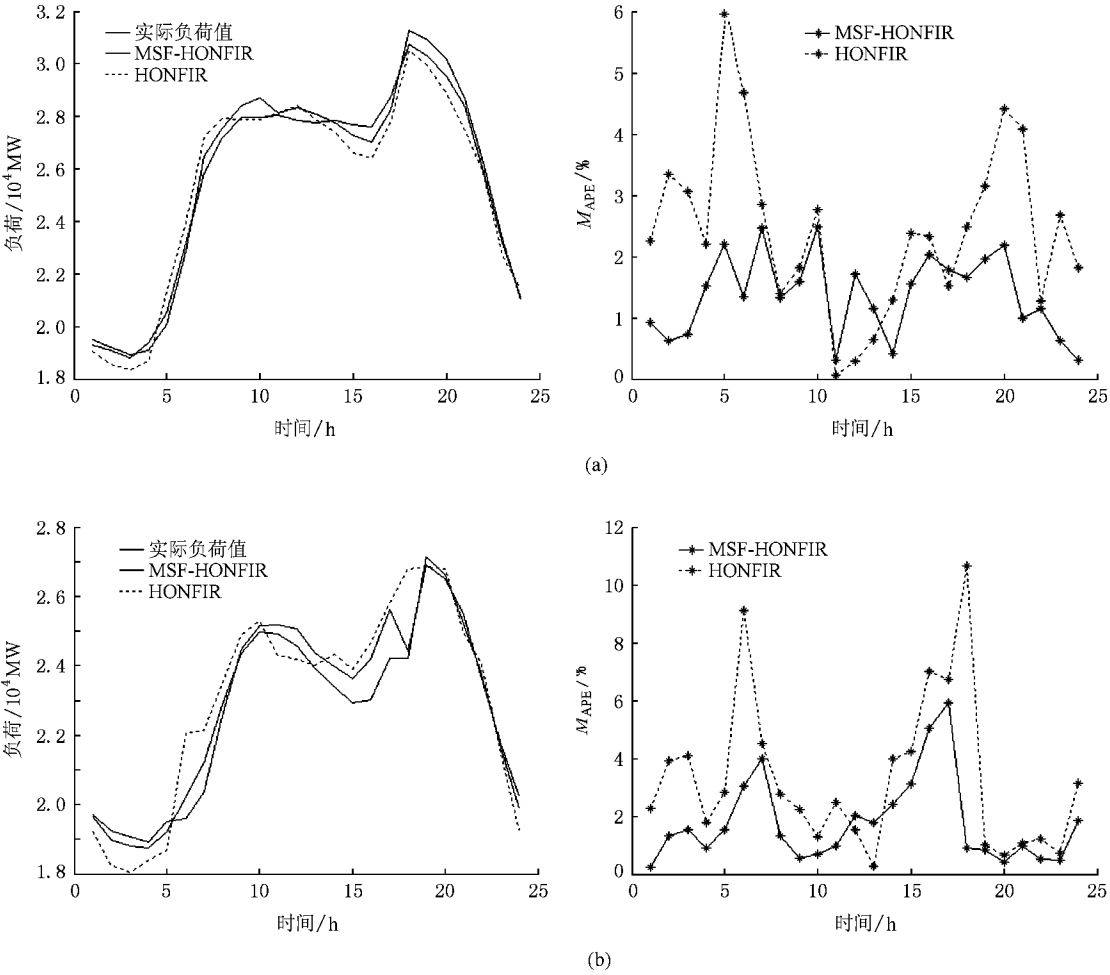


图 5 不同类型日电力负荷预测结果 (a)2004 年 1 月 15 日 24 点日负荷预测结果(左图为预测值,右图为预测误差)(工作日  $\text{MSF-HONFIR}, N_p = 21, s = 3, E_{\text{MAPE}} = 1.374\%$   $\text{HONFIR}, N_q = 21, E_{\text{MAPE}} = 2.446\%$ ) (b)2004 年 1 月 18 日 24 点日负荷预测结果(左图为预测值,右图为预测误差)(休息日  $\text{MSF-HONFIR}, N_p = 20, s = 3, E_{\text{MAPE}} = 1.758\%$   $\text{HONFIR}, N_q = 20, E_{\text{MAPE}} = 3.306\%$ )

[1] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Chin. Phys.* **9** 408

[2] Skander S 2002 *Neuro Computing* **48** 267

[3] Tan W, Wang Y N, Zhou S *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 795 (in Chinese) [谭文、王耀南、周少武等 2003 物理学报 52 795]

[4] Zhang S, Xiao X C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5062 (in Chinese) [张森、肖先赐 2005 物理学报 54 5062]

[5] Farmer J D, Sidorowich J J 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 845

[6] Cui W Z, Zhu C C, Bao W X 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3303 (in Chinese) [崔万照、朱长纯、保文星等 2004 物理学报 53 3303]

[7] Jiang C W, Li T 2005 *Energy Conversion and Management* **46** 667

[8] Li H C, Zhang J S 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 2776

[9] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 403 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2000 物理学报 49 403]

[10] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2333 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2000 物理学报 49 2333]

[11] Mirri D, Iuculano G, Traverso P A *et al* 2003 *Measurement* **33** 9

[12] Zhang J S, Li H C, Xiao X C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 0710 (in Chinese) [张家树、李恒超、肖先赐 2004 物理学报 53 0710]

[13] Marmarelis V Z, Zhao X 1997 *IEEE Transaction on Neural Networks* **8** 1421

[14] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1221 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2000 物理学报 49 1221]

[15] Bernardini R 2000 *IEEE Transaction on Communications* **48** 1853

[16] Wei B L, Luo X S, Wang B H *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2205 (in Chinese) [韦保林、罗晓曙、汪秉宏等 2002 物理学报 51 2205]



[17]

Campello Ricardo J G P, Do Amaral W C, Favier G 2006 *Automatica* **42** 689

[18]

Zhang J S, Dang J L, Li H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 67 (in Chinese) [张家树、党建亮、李恒超 2007 物理学报 **56** 67]

[19]

Rosenstein M T, Collins J J, De Luca C J 1993 *Physica D* **65** 117

[20]

Arango H G, de Souza A C Z, Lambert-Torres G *et al* 2000 *Electric Power Systems Research* **56** 35

# Local higher-order Volterra filter multi-step prediction model of chaotic time series<sup>\*</sup>

Du Jie<sup>1)2)</sup>   Cao Yi-Jia<sup>2)3)</sup>   Liu Zhi-Jian<sup>2)</sup>   Xu Li-Zhong<sup>2)</sup>   Jiang Quan-Yuan<sup>2)†</sup>  
Guo Chuang-Xin<sup>2)</sup>   Lu Jin-Gui<sup>4)</sup>

1) (Institute of Computer & Software, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China)  
2) (School of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)  
3) (School of Electrical Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)  
4) (School of Automation, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China)  
(Received 22 January 2008 ; revised manuscript received 7 July 2008)

## Abstract

In general, the prediction modeling of chaotic time series is conducted by Volterra filters through constructing nonlinear fitting functions according to the methodology of pattern training. Since the proposed approach is consistent with the nonlinear characteristics of chaotic systems, the corresponding model turns to be more effective than conventional models. However, something abnormal is likely to occur, such as inadequate training or, over training, and the training data set size is not easy to choose, because the existing Volterra filters are trained point by point along the chaotic orbit. Based on the similarity of the evolving tendency of neighbor orbits in phase space, the chaotic time series multi-step-prediction model (MSP-HONFIR) employing the adaptive higher-order nonlinear Volterra filter (HONFIR) is constructed in this paper. A new method of choosing neighbor orbits in phase space is presented by considering the Euclidean distance and the evolving tendency. In addition, the criterion for the choice of the training data set size is discussed. Numerical experiments demonstrate that the performances of multi-step-prediction are improved compared to the original HONFIR method.

**Keywords :** chaos, nonlinear adaptive prediction, Volterra filter model, training pattern  
**PACC :** 0545

<sup>\*</sup> Project supported by the National Basic Research Program (973 Program) (Grant No. 2004 CB217902) and Zhejiang Province Key Science and Technology Program (Grant No. 2007C11098).  
<sup>†</sup> E-mail : jgy@zju.edu.cn