

光子晶体光纤耦合器中的标量调制不稳定性^{*}

贾维国^{1)†} 周严勇¹⁾ 韩永明²⁾ 包红梅¹⁾ 扬盛际¹⁾

1) (内蒙古大学物理科学与技术学院, 呼和浩特 010021)

2) (内蒙古自治区产品质量检验所, 呼和浩特 010010)

(2008 年 7 月 27 日收到 2009 年 1 月 8 日收到修改稿)

从光纤耦合器的耦合模方程出发, 用偶奇超模对其进行重写, 讨论了当输入条件使偶奇超模其中之一被单独激发时, 在光子晶体光纤耦合器中的调制不稳定性. 结果表明, 光子晶体光纤耦合器中在正常和反常色散区均存在调制不稳定性, 并且调制不稳定性与三阶色散项无关、与四阶色散项有关, 给出了增益谱在不同色散区随输入功率的变化关系. 当满足一定条件时, 在光子晶体光纤耦合器中传播的准连续波可以分解成脉冲序列, 由此可以分离和提取超短脉冲.

关键词: 光子晶体光纤耦合器, 偶次超模, 奇次超模, 标量调制不稳定性

PACC: 4281M, 4230L, 4280S

1. 引言

光通信网络不论是长途网、城域网, 还是接入网, 这些网间的信号交换往往通过光学交叉连接器(OXC)来完成, 这些网络与用户间的光交换是通过分插复用器(OADM)来完成; 目前这些光开关都是电控的光开关, 不仅存在光电转换的困难, 而且开关速度较慢. 基于非线性光学原理的全光开关光纤耦合器, 是两个彼此紧密靠近的波导(或光纤)形成, 当强光通过其中一臂时, 光场以迅速场的方式渗透到另一臂, 在一定的耦合长度下, 光只通过耦合器的交叉臂输出, 而当入射光强达到一定强度时, 可以转从直通臂输出, 从而实现空间光开关^[1,2]. 光纤耦合器的耦合系数依赖于两光纤芯间的距离, 两光纤芯间的距离越小耦合越紧密. 在光子晶体光纤是基于光子晶体技术发展起来的新一代传输光纤, 光子晶体光纤在石英光纤中沿轴向均匀排列着空气孔, 通过改变空气孔大小、间距、排列形状以及空气填充比来设计具有不同性质的光子晶体光纤^[3]. 由光子晶体光纤形成的耦合器, 结构紧密, 可提高转换效率, 本文利用对称光子晶体光纤耦合器所满足的耦合波方程, 通过微扰理论, 研究了各向同性光子晶体光纤耦合器中, 当输入条件使偶奇超模其中之一被单独激

发时, 偶奇超模在正常和反常色散区中的调制不稳定性^[4,5], 并结合调制不稳定性^[6-9], 分析了其在准连续波条件下的非线性效应, 并对增益谱随输入功率改变的变化情况进行了讨论.

2. 理 论

包含高阶色散项的对称型光子晶体光纤耦合器的耦合非线性薛定谔方程(NLS)为

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A_1}{\partial t^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 A_1}{\partial t^4} = i\kappa A_2 + i\gamma(|A_1|^2 + \sigma|A_2|^2)A_1, \quad (1)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_2}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A_2}{\partial t^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 A_2}{\partial t^4} = i\kappa A_1 + i\gamma(|A_2|^2 + \sigma|A_1|^2)A_2, \quad (2)$$

其中, A_1 和 A_2 为振幅, v_g 为群速度, κ 为耦合系数, γ 为非线性参数, σ 为交叉相位调制参数.

由于非线性和色散的相互作用, 在弱的噪声和其他一些小的微扰存在下, 由于振幅和相位的调制, 耦合模方程的稳态解变得不稳定. 在光子晶体光纤耦合器中, 三、四阶色散项不可避免, 实际光纤耦合器中常忽略交叉相位调制(XPM)项^[6], 设 $\sigma = 0$, 则光子晶体光纤耦合器的耦合 NLS 方程简化为

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60468001)资助的课题.

[†] E-mail: jwg1960@163.com

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A_1}{\partial T^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 A_1}{\partial T^4} \\ &= i\kappa A_2 + i\gamma |A_1|^2 A_1, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A_2}{\partial T^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 A_2}{\partial T^4} \\ &= i\kappa A_1 + i\gamma |A_2|^2 A_2, \end{aligned} \quad (4)$$

其中,引入随群速度 v_g 移动的参考系,则简化的时间为 $T = t - z/v_g$. 将方程用光子晶体光纤耦合器的奇偶超模重写,引入两个新变量:

$$B_1 = (A_1 + A_2)/\sqrt{2},$$

$$B_2 = (A_1 - A_2)/\sqrt{2},$$

其中, B_1 和 B_2 对应着本征模振幅 A_1 和 A_2 的偶奇组合, B_1 对应对称型光纤耦合器的偶次超模, B_2 对应对称型光纤耦合器的奇次超模. 将上式代入到(3)和(4)式中,整理可得

$$\begin{aligned} & \frac{\partial B_1}{\partial z} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 B_1}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 B_1}{\partial T^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 B_1}{\partial T^4} - i\kappa B_1 \\ &= \frac{i\gamma}{2} [(|B_1|^2 + 2|B_2|^2) B_1 + B_2 B_1^*], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial B_2}{\partial z} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 B_2}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 B_2}{\partial T^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 B_2}{\partial T^4} + i\kappa B_2 \\ &= \frac{i\gamma}{2} [(|B_2|^2 + 2|B_1|^2) B_2 + B_1 B_2^*]. \end{aligned} \quad (6)$$

偶奇超模线性分离但群速度不同,从上面的方程中 κ 项不同的符号容易看到这一点. 偶次超模中的光传输比奇次超模慢. 以超模形式写出的耦合 NLS 方程有三个非线性项,对应着自相位调制 (SPM), 交叉相位调制 (XPM) 和四波混频型耦合.

2.1. 偶次超模被单独激发

当输入条件使奇偶超模其中之一被单独激发时^[8], 方程(5)和(6)的稳态解(或连续波解)很容易获得. 对于偶次超模被单独激发, 稳态解为^[7]

$$\bar{B}_1 = \sqrt{P_0} \exp(i\theta), \bar{B}_2 = 0, \quad (7)$$

式中, $\theta = (\gamma P_0/2 + \kappa)z$.

对稳态解(7)引入微扰 b_1 和 b_2 , 假设时域上解的形式为

$$B_1 = (\sqrt{P_0} + b_1) \exp(i\theta), B_2 = b_2 \exp(i\theta),$$

把 B_1 和 B_2 分别代入到(5)和(6)式中,并用 b_1 和 b_2 把方程线性化,得到两个耦合的线性方程

$$\frac{\partial b_1}{\partial z} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 b_1}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 b_1}{\partial T^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 b_1}{\partial T^4}$$

$$= \frac{i\gamma P_0}{2} (b_1 + b_1^*), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & i \frac{\partial b_2}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 b_2}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 b_2}{\partial T^3} + \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 b_2}{\partial T^4} \\ &= \left(2\kappa - \frac{\gamma P_0}{2} \right) b_2 - \frac{\gamma P_0}{2} b_2^*. \end{aligned} \quad (9)$$

为解方程(8)和(9),假设解有如下形式:

$$\begin{aligned} b_m &= u_m \exp[i(K_p z - \Omega T)] \\ &+ v_m \exp[-i(K_p z - \Omega T)]. \end{aligned} \quad (10)$$

把 b_1 带入到方程(8)中,可得偶次超模微扰 b_1 的色散关系为

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{\beta_3 \Omega^3}{6} \pm \left[\left(\frac{\beta_2 \operatorname{sgn}(\beta_2) \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \operatorname{sgn}(\beta_4) \Omega^4}{24} \right) \right. \\ &\times \left. \left(\frac{\beta_2 \operatorname{sgn}(\beta_2) \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \operatorname{sgn}(\beta_4) \Omega^4}{24} + \gamma P_0 \right) \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (11)$$

同理把 b_2 代入方程(9)中,可得奇次超模微扰 b_2 的色散关系为

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{\beta_3 \Omega^3}{6} \pm \left[\left(\frac{\beta_2 \operatorname{sgn}(\beta_2) \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \operatorname{sgn}(\beta_4) \Omega^4}{24} - 2\kappa \right) \right. \\ &\times \left. \left(\frac{\beta_2 \operatorname{sgn}(\beta_2) \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \operatorname{sgn}(\beta_4) \Omega^4}{24} - 2\kappa + \gamma P_0 \right) \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (12)$$

当以上二式平方根为负数时,产生调制不稳定性. 从以上式可以看出三阶色散 β_3 对稳定性不产生影响.

定义 $g(\Omega) = 2|I_m(K_p)|$ 为频率相对于原始频率 ω_0 移动 Ω 后产生的增益.

2.1.1. 在正常色散区 $\operatorname{sgn}[\beta_2(z)] = 1$

从偶次超模微扰 b_1 的色散关系(11)式可以看出,当 $\operatorname{sgn}[\beta_2(z)] = 1$ 时,只有 $\operatorname{sgn}(\beta_4) = -1$ 时才能产生调制不稳定性,将 $\operatorname{sgn}[\beta_2(z)] = 1$, $\operatorname{sgn}(\beta_4) = -1$ 代入(11)式得

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{\beta_3 \Omega^3}{6} \pm \left[\left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} - \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} \right) \right. \\ &\times \left. \left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} - \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} + \gamma P_0 \right) \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (13)$$

由

$$\left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} - \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} \right) \left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} - \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} + \gamma P_0 \right) < 0, \quad (14a)$$

当 $-\Omega_0 < \Omega < -\Omega_c$ 或 $\Omega_c < \Omega < \Omega_0$ 时,并且要求 $P_0 > \frac{\beta_4 \Omega^4}{24\gamma} - \frac{\beta_2 \Omega^2}{2\gamma}$ 时,产生调制不稳定性,其中

$$\Omega_c = \left(\frac{12\beta_2}{\beta_4} \right)^{1/2}, \quad (14b)$$

$$\Omega_0 = \left\{ \frac{6\beta_2}{\beta_4} + \left(\frac{36\beta_2^2}{\beta_4^2} + \frac{24\gamma P_0}{\beta_4} \right)^{1/2} \right\}^{1/2}. \quad (14c)$$

显然,输入功率依赖于产生调制不稳定性的区域,对应的增益为

$$g(\Omega) = 2 \left| \left[\left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} - \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} \right) \times \left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} - \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} + \gamma P_0 \right) \right]^{1/2} \right|. \quad (15)$$

在光子晶体光纤中取 $\beta_2 = 2.5 \text{ ps}^2/\text{km}$, $\beta_4 = 4.49 \times 10^{-5} \text{ ps}^4/\text{km}$, $\gamma = 100 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$, $\kappa = 1.57 \times 10^4/\text{km}$.

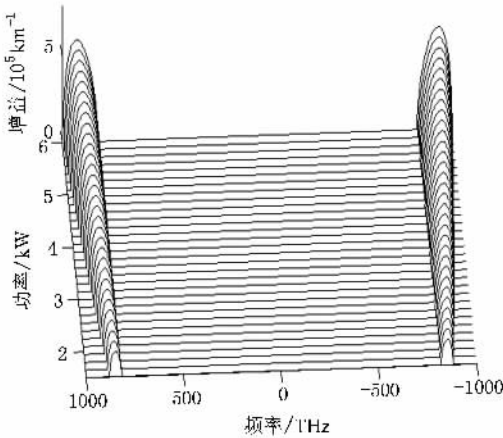


图1 偶次超模被单独激发,对应的偶次超模微扰 b_1 ,在正常色散区 ($\text{sgn}[\beta_2(z)] = 1, \text{sgn}[\beta_4(z)] = -1$),输入功率 P_0 不同情况下调制不稳定性的增益谱

从图1可以看出,随着输入功率的增加增益谱强度增强,增益谱宽度加宽,并且,增益谱中心频率逐渐离开原始频率 ω_0 ,我们可以利用这一调制不稳定性分离、提取 T 频脉冲。

从奇次超模微扰 b_2 的色散关系(12), $\text{sgn}[\beta_2(z)] = 1, \text{sgn}(\beta_4) = 1$ 时,由

$$\left[\left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - 2\kappa \right) \left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - 2\kappa + \gamma P_0 \right) \right] < 0, \quad (16)$$

当 $-\Omega_2 < \Omega < -\Omega_1, \Omega_1 < \Omega < \Omega_2$ 时,并且要求

$$P_0 > \frac{2\kappa}{\gamma} - \left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2\gamma} + \frac{\beta_4 \Omega^4}{24\gamma} \right), \quad (17a)$$

调制不稳定性存在,其中

$$\Omega_1 = \left\{ -\frac{6\beta_2}{\beta_4} + \left[\frac{36\beta_2^2}{\beta_4^2} + \frac{24(2\kappa - \gamma P_0)}{\beta_4} \right]^{1/2} \right\}^{1/2}, \quad (17b)$$

$$\Omega_2 = \left\{ -\frac{6\beta_2}{\beta_4} + \left[\frac{36\beta_2^2}{\beta_4^2} + \frac{48\kappa}{\beta_4} \right]^{1/2} \right\}^{1/2}. \quad (17c)$$

对应的增益为

$$g(\Omega) = 2 \left| \left[\left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - 2\kappa \right) \times \left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - 2\kappa + \gamma P_0 \right) \right]^{1/2} \right|. \quad (18)$$

从(17b)式可以看出,随着输入功率 P_0 的增加, Ω_1

逐步向中心靠近,当 $P_0 = \frac{2\kappa}{\gamma}$ 时, $\Omega_1 = 0$.

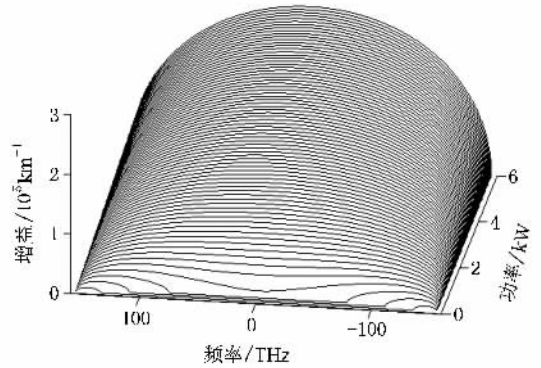


图2 偶次超模被单独激发,对应的奇次超模微扰 b_2 ,在正常色散区 ($\text{sgn}[\beta_2(z)] = 1, \text{sgn}[\beta_4(z)] = 1$),输入功率 P_0 不同情况下调制不稳定性的增益谱

从图2中看出,输入功率 P_0 较小时,增益谱呈现出斯托克斯和反斯托克斯两个分离的增益谱,随着输入功率的逐渐增加,增益谱强度增强,增益谱宽度向中心展宽,当输入功率增强到一定时 ($P_0 = \frac{2\kappa}{\gamma}$),两增益谱在中心会合,以后随着输入功率的增加增益谱强度增强,增益谱宽度基本保持不变。

当 $\text{sgn}[\beta_2(z)] = 1, \text{sgn}(\beta_4) = -1$ 时,由(12)式,

$$\left[\left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} - \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - 2\kappa \right) \left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} - \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - 2\kappa + \gamma P_0 \right) \right] < 0, \quad (19)$$

当 $-\Omega_5 < \Omega < -\Omega_4, -\Omega_{1c} < \Omega < -\Omega_3, \Omega_3 < \Omega < \Omega_{1c}, \Omega_4 < \Omega < \Omega_5$,并且要求

$$P_0 > \frac{2\kappa}{\gamma} + \frac{\beta_4 \Omega^4}{24\gamma} - \frac{\beta_2 \Omega^2}{2\gamma}, \quad (20a)$$

调制不稳定性存在,其中

$$\Omega_5 = \left\{ \frac{6\beta_2}{\beta_4} + \left[\frac{36\beta_2^2}{\beta_4^2} + \frac{24\gamma P_0 - 48\kappa}{\beta_4} \right]^{1/2} \right\}^{1/2}, \quad (20b)$$

$$\Omega_3 = \left\{ \frac{6\beta_2}{\beta_4} - \left[\frac{36\beta_2^2}{\beta_4^2} + \frac{24\gamma P_0 - 48\kappa}{\beta_4} \right]^{1/2} \right\}^{1/2}, \quad (20c)$$

$$\Omega_4 = \left\{ \frac{6\beta_2}{\beta_4} + \left[\frac{36\beta_2^2}{\beta_4^2} - \frac{48\kappa}{\beta_4} \right]^{1/2} \right\}^{1/2}, \quad (20d)$$

$$\Omega_{1c} = \left\{ \frac{6\beta_2}{\beta_4} - \left[\frac{36\beta_2^2}{\beta_4^2} - \frac{48\kappa}{\beta_4} \right]^{1/2} \right\}^{1/2}. \quad (20e)$$

对应的增益为

$$g(\Omega) = 2 \left| \left[\left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} - \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - 2\kappa \right) \times \left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} - \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - 2\kappa + \gamma P_0 \right) \right]^{1/2} \right|. \quad (21)$$

由(20a)和(20c)式,调制不稳定性增益谱中靠近中心部分的斯托克斯和反斯托克斯谱,由于 $\frac{\beta_4 \Omega^4}{24\gamma} - \frac{\beta_2 \Omega^2}{2\gamma} < 0, P_0 < \frac{2\kappa}{\gamma}$,最初不能交叠,随着输入功率的增

大 Ω_3 向中心频率扩展,当 $P_0 = \frac{2\kappa}{\gamma}$ 时, $\Omega_3 = 0$ 斯托克斯和反斯托克斯谱相互交叠,合为一体.对于远离中心频率的斯托克斯和反斯托克斯谱, $\frac{\beta_4 \Omega^4}{24\gamma} - \frac{\beta_2 \Omega^2}{2\gamma} >$

$0, P_0 > \frac{2\kappa}{\gamma}$ 时,靠近中心部分的斯托克斯和反斯托克斯谱已融为一体,远离中心频率的斯托克斯和反斯托克斯增益谱形成.所以,靠近中心部分的斯托克斯和反斯托克斯谱在什么区域交叠,取决于色散常数的、非线性常数的大小、增益谱的频率区间(这由光子晶体光纤的性质决定)以及输入功率决定.

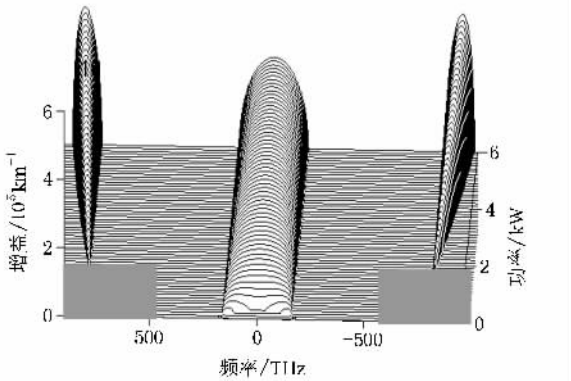


图3 偶次超模被单独激发,对应的奇次超模微扰 b_2 在正常色散区($\text{sgn}[\beta_2(z)] = 1, \text{sgn}[\beta_4(z)] = -1$),输入功率 P_0 不同情况下调制不稳定性增益谱

从图3中显示,当输入功率 P_0 较小时,呈现出一对斯托克斯和反斯托克斯增益谱,随着输入功率 P_0 的逐步增强,增益谱强度增强、宽度加宽两者逐步向中心靠近,当 $P_0 = \frac{2\kappa}{\gamma}$ 时合为一体,以后随着输

入功率 P_0 的增大,又产生远离中心频率的斯托克斯和反斯托克斯增益谱.并且,随着输入功率 P_0 的逐步增强,靠近中心的斯托克斯和反斯托克斯增益谱的强度加强,宽度基本不变.远离中心频率的斯托克斯和反斯托克斯增益谱,强度增强,宽度加宽.

2.1.2. 在反常色散区 $\text{sgn}[\beta_2(z)] = -1$

从偶次超模微扰 b_1 的色散关系(11)式可以看出,当 $\text{sgn}[\beta_2(z)] = -1$ 时, $\text{sgn}(\beta_4) = 1$ 时将 $\text{sgn}[\beta_2(z)] = -1, \text{sgn}(\beta_4) = 1$ 代入(11)式得

$$K_P = \frac{\beta_3 \Omega^3}{6} \pm \left[\left(\frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - \frac{\beta_2 \Omega^2}{2} \right) \times \left(\frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - \frac{\beta_2 \Omega^2}{2} + \gamma P_0 \right) \right]^{1/2}.$$

由

$$\left(\frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - \frac{\beta_2 \Omega^2}{2} \right) \left(\frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - \frac{\beta_2 \Omega^2}{2} + \gamma P_0 \right) < 0, \quad (22)$$

当 $-\Omega_{3c} < \Omega < -\Omega_6, \Omega_6 < \Omega < \Omega_{3c}, -\Omega_{2c} < \Omega < \Omega_{2c}$,并且要求

$$P_0 > \frac{\beta_2 \Omega^2}{2\gamma} - \frac{\beta_4 \Omega^4}{24\gamma}, \quad (23a)$$

产生调制不稳定性,其中

$$\Omega_{3c} = \left(\frac{12\beta_2}{\beta_4} \right)^{1/2}, \quad (23b)$$

$$\Omega_6 = \left[\frac{6\beta_2}{\beta_4} + \left(\frac{36\beta_2^2}{\beta_4^2} - \frac{24\gamma P_0}{\beta_4} \right)^{1/2} \right]^{1/2}, \quad (23c)$$

$$\Omega_{2c} = \left[\frac{6\beta_2}{\beta_4} - \left(\frac{36\beta_2^2}{\beta_4^2} - \frac{24\gamma P_0}{\beta_4} \right)^{1/2} \right]^{1/2}. \quad (23d)$$

对应的增益为

$$g(\Omega) = 2 \left| \left[\left(\frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - \frac{\beta_2 \Omega^2}{2} \right) \times \left(\frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - \frac{\beta_2 \Omega^2}{2} + \gamma P_0 \right) \right]^{1/2} \right|. \quad (24)$$

从(23c)式和(23d)式可以看出,随着输入功率 P_0 的增加, Ω_6 逐步向中心靠近, Ω_{2c} 远离中心频率,

当 $P_0 = \frac{3\beta_2^2}{2\gamma\beta_4}$ 时, $\Omega_6 = \Omega_{2c}$.从图4显示,当输入功率 P_0 较小时,增益谱在两侧,呈现出两对斯托克斯和反斯托克斯增益谱,远离中心频率的斯托克斯和反斯托克斯增益谱较强,靠近中心的较弱.随着输入功率 P_0 的逐步增强,两者强度逐渐增强,宽度加宽,并相向对方方向展宽,当输入功率 P_0 达到一定值

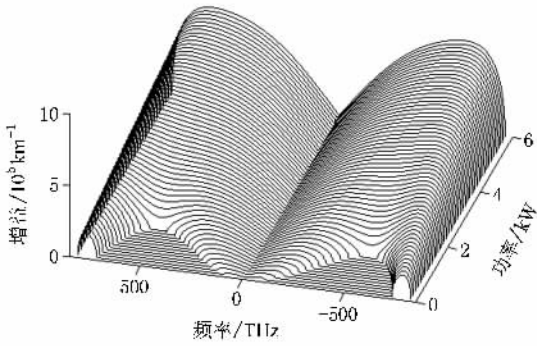


图4 偶次超模被单独激发,对应的偶次超模微扰 b_1 在反常色散区 ($\text{sgn}[\beta_2(z)] = -1, \text{sgn}(\beta_4) = 1$), 输入功率 P_0 不同情况下调制不稳定性的增益谱

时 ($P_0 = \frac{3\beta_2^2}{2\gamma\beta_4}$), 合为一体, 以后, 随着输入功率 P_0 的增加, 宽度基本不变, 强度增强。

当 $\text{sgn}[\beta_2(z)] = -1$ 时, $\text{sgn}(\beta_4) = -1$ 时将 $\text{sgn}[\beta_2(z)] = -1, \text{sgn}(\beta_4) = -1$ 代入(11)式得

$$K_P = \frac{\beta_3\Omega^3}{6} \pm \left[\left(-\frac{\beta_4\Omega^4}{24} - \frac{\beta_2\Omega^2}{2} \right) \times \left(-\frac{\beta_4\Omega^4}{24} - \frac{\beta_2\Omega^2}{2} + \gamma P_0 \right) \right]^{1/2}. \quad (25)$$

由 $\left(-\frac{\beta_4\Omega^4}{24} - \frac{\beta_2\Omega^2}{2} \right) \left(-\frac{\beta_4\Omega^4}{24} - \frac{\beta_2\Omega^2}{2} + \gamma P_0 \right) < 0$, 当 $-\Omega_{4c} < \Omega < \Omega_{4c}$, 并且,

$$P_0 > \frac{\beta_4\Omega^4}{24\gamma} + \frac{\beta_2\Omega^2}{2\gamma}, \quad (26a)$$

产生调制不稳定性, 其中

$$\Omega_{4c} = \left[-\frac{6\beta_2}{\beta_4} + \left(\frac{36\beta_2^2}{\beta_4^2} + \frac{24\gamma P_0}{\beta_4} \right)^{1/2} \right]^{1/2}. \quad (26b)$$

对应的增益为

$$g(\Omega) = 2 \left| \left[\left(-\frac{\beta_4\Omega^4}{24} - \frac{\beta_2\Omega^2}{2} \right) \times \left(-\frac{\beta_4\Omega^4}{24} - \frac{\beta_2\Omega^2}{2} + \gamma P_0 \right) \right]^{1/2} \right|. \quad (27)$$

从图5显示, 随着输入功率 P_0 的逐步增强, 斯托克斯和反斯托克斯增益谱的强度加强, 宽度加宽, 增益谱的中心频率逐步远离中心频率。

从奇次超模微扰 b_2 的色散关系(12), 当 $\text{sgn}[\beta_2(z)] = -1$ 时, $\text{sgn}(\beta_4) = 1$ 时, 将 $\text{sgn}[\beta_2(z)] = -1, \text{sgn}(\beta_4) = 1$ 代入(12)式, 当

$$\left[\left(-\frac{\beta_2\Omega^2}{2} + \frac{\beta_4\Omega^4}{24} - 2\kappa \right) \times \left(-\frac{\beta_2\Omega^2}{2} + \frac{\beta_4\Omega^4}{24} - 2\kappa + \gamma P_0 \right) \right] < 0 \quad (28)$$

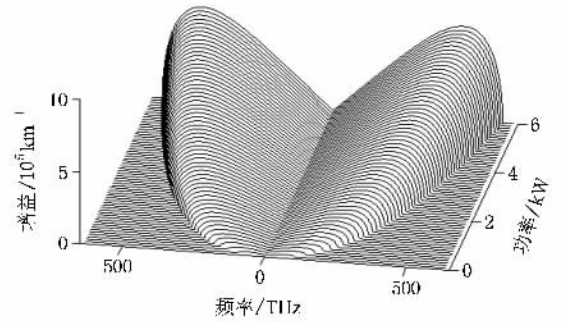


图5 偶次超模被单独激发, 对应的偶次超模微扰 b_1 在反常色散区 ($\text{sgn}[\beta_2(z)] = -1, \text{sgn}(\beta_4) = -1$), 输入功率 P_0 不同情况下调制不稳定性的增益谱

时, 产生调制不稳定性, 对应的增益为

$$g(\Omega) = 2 \left| \left[\left(-\frac{\beta_2\Omega^2}{2} + \frac{\beta_4\Omega^4}{24} - 2\kappa \right) \times \left(-\frac{\beta_2\Omega^2}{2} + \frac{\beta_4\Omega^4}{24} - 2\kappa + \gamma P_0 \right) \right]^{1/2} \right|. \quad (29)$$

由(28)式, 当 $-\Omega_{5c} < \Omega < -\Omega_7, -\Omega_{6c} < \Omega < \Omega_{6c}, \Omega_7 < \Omega < \Omega_{5c}$, 并且,

$$P_0 > \frac{2\kappa}{\gamma} + \frac{\beta_2\Omega^2}{2\gamma} - \frac{\beta_4\Omega^4}{24\gamma}, \quad (30a)$$

产生调制不稳定性, 其中

$$\Omega_7 = \left\{ \frac{6\beta_2}{\beta_4} + \left[\frac{36\beta_2^2}{\beta_4^2} + \frac{48\kappa - 24\gamma P_0}{\beta_4} \right]^{1/2} \right\}^{1/2}, \quad (30b)$$

$$\Omega_{6c} = \left\{ \frac{6\beta_2}{\beta_4} - \left[\frac{36\beta_2^2}{\beta_4^2} + \frac{48\kappa - 24\gamma P_0}{\beta_4} \right]^{1/2} \right\}^{1/2}, \quad (30c)$$

$$\Omega_{5c} = \left\{ \frac{6\beta_2}{\beta_4} + \left[\frac{36\beta_2^2}{\beta_4^2} + \frac{48\kappa}{\beta_4} \right]^{1/2} \right\}^{1/2}. \quad (30d)$$

由(30b)和(30c)式可以看出, 随着输入功率 P_0 的增大, Ω_7 向中心频率靠近, Ω_{6c} 远离中心频率, 当 $P_0 = \frac{3\beta_2^2}{2\gamma\beta_4} + \frac{2\kappa}{\gamma}$ 时, $\Omega_7 = \Omega_{6c}$ 。

图6的变化规律同图4所示相同。

2.2. 奇次超模被单独激发

改变(7)式中 κ 的符号并交换下标 1 和 2, 就得到奇次超模被单独激发时的连续波解。当奇次超模被单独激发时(抽运波初始被耦合进奇次超模中), 重复上面的过程可得到奇次超模微扰 b_2 的色散关系为

$$K_P = \frac{\beta_3\Omega^3}{6} \pm \left[\left(\frac{\beta_2\text{sgn}(\beta_2)\Omega^2}{2} + \frac{\beta_4\text{sgn}(\beta_4)\Omega^4}{24} \right) \times \left(\frac{\beta_2\text{sgn}(\beta_2)\Omega^2}{2} + \frac{\beta_4\text{sgn}(\beta_4)\Omega^4}{24} + \gamma P_0 \right) \right]^{1/2}, \quad (31)$$

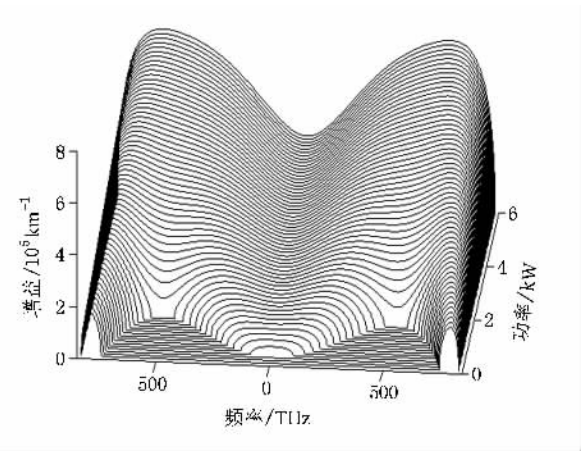


图 6 偶次超模被单独激发,对应的奇次超模微扰 b_2 ,在反常色散区 ($\text{sgn}[\beta_2(z)] = -1, \text{sgn}(\beta_4) = 1$),输入功率 P_0 不同情况下调制不稳定性的增益谱

其形式与偶次超模被单独激发时,偶次超模微扰 b_1 的色散关系相同.其产生调制不稳定性的区域,对应的增益同(11)式讨论相同.同理可得奇次超模被单独激发时对应的偶次超模微扰 b_1 的色散关系为

$$K_p = \frac{\beta_3 \Omega^3}{6} \pm \left[\left(\frac{\beta_2 \text{sgn}(\beta_2) \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \text{sgn}(\beta_4) \Omega^4}{24} + 2\kappa \right) \right]$$

$$\times \left(\frac{\beta_2 \text{sgn}(\beta_2) \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \text{sgn}(\beta_4) \Omega^4}{24} + 2\kappa + \gamma P_0 \right)^{1/2}. \tag{32}$$

利用(32)式的色散关系,可以正常色散区 $\text{sgn}[\beta_2(z)] = 1$ 和反常色散区 $\text{sgn}[\beta_2(z)] = -1$ 进行类似偶次超模被单独激发的情况讨论,在这里不再论述.

3. 结 论

对于对称型光子晶体光纤耦合器,当输入条件使偶奇超模之一被单独激发时,偶奇超模微扰都有调制不稳定性产生.当偶次或奇次超模被单独激发时,对应的偶次或奇次超模微扰不仅在反常色散区而且在正常色散区有调制不稳定性产生.并且,偶奇超模在正常色散区和反常色散区产生的调制不稳定性增益谱的形态和增益的区间仅与二阶色散和四阶色散项有关,而与三阶色散项无关.所以,在不同的色散区 ($\text{sgn}[\beta_2(z)] = \pm 1, \text{sgn}[\beta_4(z)] = \pm 1$),不同的功率区域,调制不稳定性增益谱有不同的特征.我们可以在特定的色散区,特定的功率区域,提取 T 频脉冲.

[1] Li C F, Alireza B 2004 *Chinese Phys. Lett.* **21** 90

[2] Li J Q, Li L, Zhao J Q, Li C F 2004 *Chinese Phys. Lett.* **21** 2205

[3] Agrawal G P 2001 *Nonlinear Fiber Optics & Applications of nonlinear Fiber Optics*. third Edition (Boston: Academic Press)

[4] Harvey J D, Leonhardt R, Coed S *et al* 2003 *Optics Letters* **28** 2225

[5] Chen J S Y, Wong G K L, Murdoch S G *et al* 2006 *Optics Letters* **31** 873

[6] Trillo S, Wabnitz S 1988 *Opt. Soc. Am. B* **6** 889

[7] Wabnitz S, Wright E M, Seaton C T *et al* 1986 *Appl. Phys. Lett.* **49** 838

[8] Jia W G, Shi P M, Yang X Y *et al* 2006 *Acta Phys. Sin.* **55**, 4575 (in Chinese) [贾维国、史培明、杨性愉等 2006 物理学报 **55** 4575]

[9] Jia W G, Shi P M, Yang X Y *et al* 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5281 (in Chinese) [贾维国、史培明、杨性愉等 2007 物理学报 **56** 5281]

Scalar modulation instability in photonic crystal fiber couplers^{*}

Jia Wei-Guo^{1)†} Zhou Yan-Yong¹⁾ Han Yong-Ming²⁾ Bao Hong-Mei¹⁾ Yang Sheng-Ji¹⁾

1) (*School of Physical Science and Technology, Inner Mongolia University, Hohhot 010021, China*)

2) (*The Institute of Products Quality Inspection, Inner Mongolia, Hohhot 010010, China*)

(Received 27 July 2008 ; revised manuscript received 8 January 2009)

Abstract

The nonlinear coupled-mode equations are rewritten by even and odd modes. We study modulation instability of photonic crystal fiber couplers when either even or odd mode is launched alone. The result shows that there are new types of modulation instability in both the normal and the anomalous-dispersion regimes. Modulation instability is related with four phase dispersion and has no relation with three phase dispersion. The gain spectra have been given as function of input power in various dispersion regimes. Quasi-cw can be changed into pulse array under certain conditions, and we can extract super-short pulses from it.

Keywords : photonic crystal fiber couplers, odd mode, even mode, scalar modulation stability

PACC : 4281M, 4230L, 4280S

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60468001).

[†] E-mail : jwg1960@163.com