

激光激发黏弹表面波有限元数值模拟^{*}

孙宏祥 许伯强[†] 王纪俊 徐桂东 徐晨光 王 峰

(江苏大学理学院, 镇江 212013)

(2008 年 8 月 7 日收到 2008 年 10 月 24 日收到修改稿)

研究黏弹性材料中激光激发的 Rayleigh 波的传播特征. 考虑到黏弹性材料的黏性特征, 在频域内建立黏弹性材料中激光激发 Rayleigh 波的有限元数值模型. 在验证有限元频域数值模型正确性的基础上, 模拟脉冲激光作用在黏弹性材料上激发出 Rayleigh 波, 进而讨论激光激发的黏弹 Rayleigh 波的传播特征, 并比较黏弹性材料与弹性材料中激光激发的 Rayleigh 波差异, 同时分析了材料的黏性劲度参量变化对 Rayleigh 波特征的影响.

关键词: 表面波, 激光超声, 有限元方法, 黏弹性

PACC: 4337G, 4337D

1. 引言

激光超声技术具有非接触超声激发与探测, 可一次性激发多种超声模式以及宽带的超声波等特点, 在无损检测领域的应用价值越来越受研究者的重视^[1-4]. 近年来, 研究者们致力于将激光超声技术应用于黏弹性材料的性能评价及材料缺陷的无损检测, 这使得黏弹性材料中超声导波的激光激发、传播及其与材料缺陷的相互作用问题成为迫切需要解决的基础性问题, 这些问题的解决将直接促进黏弹性材料的性能评价及缺陷超声检测技术的发展. 到目前为止, 已报道的绝大多数研究集中于黏弹 Lamb 波^[5,6]、黏弹 SH 波^[7,8]等方面的研究, 而对黏弹 Rayleigh 波及其在材料缺陷检测中的应用研究较少. 唯见 Lai 等^[9]采用柯西残数定理求解黏弹 Rayleigh 波传播的复合特征值问题, 得到黏弹 Rayleigh 波の色散和衰减曲线. 韩庆邦^[10]等采用双积分变换法推导出黏弹 Rayleigh 波频率方程及位移表达式, 分析激光激发黏弹 Rayleigh 波的衰减和频散特征. Hosten 等^[11,12]利用压电换能器激发高频超声导波, 采用有限元方法模拟研究黏弹性材料中超声导波的衰减和色散特征. 上述研究表明利用解析法对黏弹性材料中 Rayleigh 波的理论研究已取得初步进展, 而在黏弹性材料的性能检测方面主要采用压电换能

器激发和接收声高频超声导波, 激光激发高频表面波技术检测的理论和实验研究还十分欠缺. 黏弹性材料中超声导波的激光激发、传播及其与材料缺陷的相互作用是一项迫切需要填补的重要内容. 因此, 本文从数值模拟着手研究黏弹性材料中激光激发 Rayleigh 波的传播问题.

激光超声技术在研究黏弹性材料方面是有效的. 脉冲激光作用在黏弹性材料的表面激发出超声导波, 通过对超声导波传播特征的研究, 能够对黏弹性材料进行性能评价. 然而超声导波在黏弹性材料中传播时, 材料的黏性特征引起波的能量耗散, 表现为波的衰减及频散. 由于计算材料黏性特征的复杂性, 要得到相应的解是十分困难. 因此, 在理论研究方面, 黏弹性材料中激光激发超声导波的传播问题采用的方法是双积分变换法^[10,13], 应用时间坐标的拉普拉斯变换和空间坐标的汉克变换将波动方程变换到频率-波数坐标系中求解方程比较容易, 且能考虑材料的黏性特征. 但是, 要得到时间-空间坐标系中的解, 其逆变换需要借助于数值联合拉普拉斯-汉克逆变换, 而数值联合逆变换的操作比较困难. 另外该方法只能处理简单的几何结构, 且只能得到表面的垂直位移场. 与此相比, 有限元数值模拟^[14,15]具有能够灵活处理复杂的几何结构, 并且能够得到全场数值解. 有限元频域算法对时域动力学方程进行傅里叶变换, 将其转化为频域动力学方程进行运

^{*} 江苏省高校自然科学研究项目(批准号: 08KJB140003, 07KJB140019)和江苏大学自然科学基金(批准号: 05JDC007)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: bqxu@ujs.edu.cn

算,从而克服有限元时域算法^[16-19]只能处理弹性材料中激光超声问题的局限性,还能够有效地处理材料的黏性特征引起超声导波能量的耗散问题,且计算内存和时间明显减少.为此,本文在频域内建立黏弹性材料上激光激发 Rayleigh 波的有限元数值模型.在验证有限元频域数值模型正确性的基础上,讨论激光激发的黏弹 Rayleigh 波的传播特征,并比较黏弹性材料与弹性材料中激光激发的 Rayleigh 波差异,同时分析了材料的黏性劲度参量变化对 Rayleigh 波特征的影响.

2. 理论方法和数值模型

脉冲线源激光垂直辐照到具有横观各向同性及线性黏弹性特征的样品表面,如图 1 所示.坐标轴 x_1, x_2, x_3 和样品中心坐标轴重合,其中 x_2 轴垂直于样品表面, x_1 轴和 x_3 轴分别垂直和平行于材料的纤维方向, x_1, x_2, x_3 方向的位移分别用 u, v, w 来表示.假设脉冲线源激光沿着 x_3 轴辐照样品表面,样品沿着 x_1, x_2 方向的平面对称,考虑平面应变条件($\epsilon_{13} = \epsilon_{23} = \epsilon_{33} = 0$),可得 x_3 方向的位移 $w = 0$,则激光激发的超声导波沿着平面 $x_1 x_2$ 传播, $x_1 x_2$ 平面为各向同性平面,如图 2 所示.

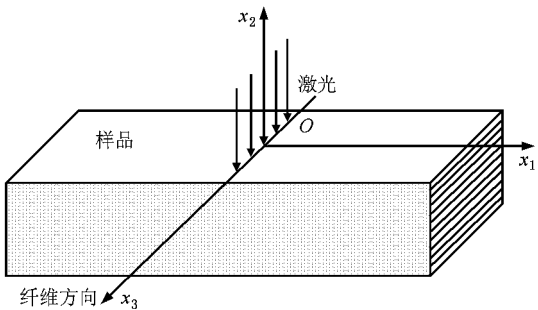


图 1 激光辐照样品几何图

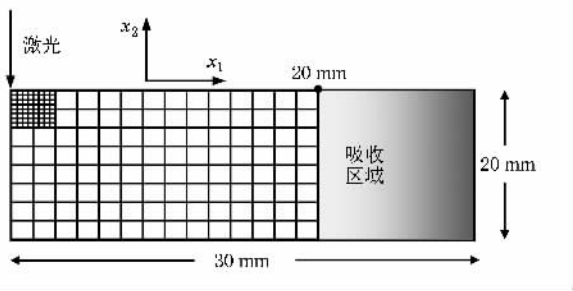


图 2 样品有限元模型

2.1. 有限元方法

时域内二维动力学基本方程可表示为

$$\begin{aligned} C_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + C_{66} \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 v}{\partial x_1 \partial x_2} \\ - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \\ C_{22} \frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} + C_{66} \frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} \\ - \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

式中 ρ 表示材料的密度, $u(x, t)$ 和 $v(x, t)$ 表示时间 t 相关的位移变量. C_{ij} 在(1)式中只能是实数,表示材料的弹性劲度参量,说明时域方程(1)式只适用于弹性材料,无法计算材料的黏性特征.

对(1)式两边进行傅里叶变换,得到频域内二维动力学基本方程,表示如下^[11]:

$$\begin{aligned} C_{11} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x_1^2} + C_{66} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x_2^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial x_1 \partial x_2} \\ + \rho \omega^2 \tilde{u} = 0, \\ C_{22} \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial x_2^2} + C_{66} \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial x_1^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x_1 \partial x_2} \\ + \rho \omega^2 \tilde{v} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $\tilde{u}(x, f)$ 和 $\tilde{v}(x, f)$ 表示频率 f 相关的位移变量. C_{ij} 作为实数或复数代入(2)式都可以进行计算,复数 $C_{ij} = C'_{ij} + iC''_{ij}$ 表示材料的黏弹性劲度参量,实部 C'_{ij} 和虚部 C''_{ij} 分别表示弹性和黏性劲度参量,说明频域方程(2)式不仅适用于弹性材料,还适用于黏弹性材料.

现将(2)式转化为有限元频域控制方程,形式如下):

$$\nabla \cdot (c \nabla \tilde{U}) - a \tilde{U} = 0, \quad (3)$$

式中 ∇, \tilde{U} 分别表示向量微分算符和频率 f 相关的变量,系数 c 是 2×2 矩阵,矩阵的元素分别表示如下:

$$\begin{aligned} c_{11} &= \begin{pmatrix} C_{11} & 0 \\ 0 & C_{66} \end{pmatrix}, c_{12} = \begin{pmatrix} 0 & C_{12} \\ C_{66} & 0 \end{pmatrix}, \\ c_{21} &= \begin{pmatrix} 0 & C_{66} \\ C_{12} & 0 \end{pmatrix}, c_{22} = \begin{pmatrix} C_{66} & 0 \\ 0 & C_{22} \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

系数 a 是 2×2 矩阵,表示如下:

$$a = \begin{pmatrix} -\rho \omega^2 & 0 \\ 0 & -\rho \omega^2 \end{pmatrix}.$$

边界设置为 Neumann 边界条件,频域形式表示如下:

$$\boldsymbol{n} \cdot c \nabla \widehat{U} = g,$$

(4)

式中 \boldsymbol{n} 表示边界的外法向方向,系数 g 表示激光激发源,其他边界设置为自由边界,即无外力约束 $g = 0$. 设样品的各质点初始位移为零,无初始速度和加速度.

2.2. 吸收区域

在频域内利用有限元方法求解超声导波的传播问题,为消除边界处反射波的影响,在有限元频域模型中需设置吸收边界条件. 如图 2 所示,沿吸收区域的起点 $x_1 = 20\text{ mm}$,保持材料的弹性劲度参量 C'_{ij} 不变,逐渐增大黏性劲度参量 C''_{ij} ,确保传输过程中超声导波在声阻抗上匹配,随着吸收区域逐渐加深,超声导波的振幅逐渐减小,直至忽略不计. 吸收区域的黏弹性劲度参量设置如下^[12]:

$$(C_{ij})_{\text{Absorber}} = C'_{ij} \left[1 + iA \left(\frac{x - (L - L_a)}{L_a} \right)^3 \right] + iC''_{ij},$$

$$L - L_a \leq x \leq L,$$

(5)

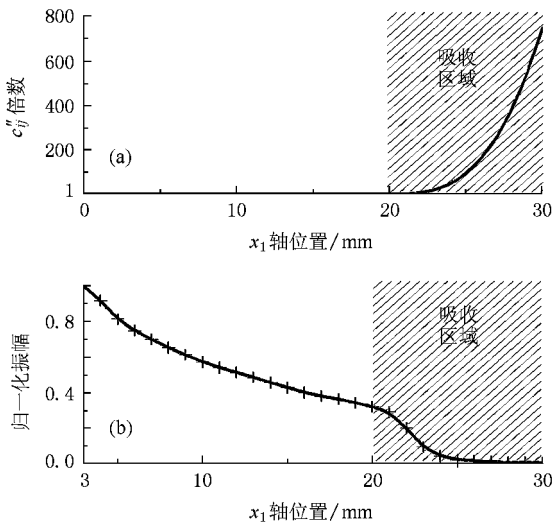


图 3 (a) 吸收区域的黏性劲度参量和 (b) 黏弹 Rayleigh 波的振幅沿着 x_1 方向变化曲线图

式中 $L = 30\text{ mm}$ 表示模型的长度, $L_a = 10\text{ mm}$ 表示吸收区域的长度, x 表示模型在 x_1 轴上的位置, $A = 50$ 表示超声导波反射能量的调节参量,其设置目的是为确保反射能量低于 0.1% . 图 3(a) 和 (b) 分别表示吸收区域的黏性劲度参量 C''_{ij} 及黏弹 Rayleigh 波的振幅沿着 x_1 方向的变化曲线图. 图 3(a) 中吸收区域的黏性劲度参量 C''_{ij} 逐渐增大,其末端 C''_{ij} 是研究

区域 C''_{ij} 的 750 倍. 激光激发的黏弹 Rayleigh 波振幅在吸收区域中急剧减小,直至忽略不计(见图 3(b)).

2.3. 数值模型

有限元频域数值模型的长度为 30 mm ,厚度为 20 mm . 吸收区域设置在模型的右端,起点距离左边界 20 mm ,长度为 10 mm ,厚度为 20 mm ,如图 2 所示.

频域内有限元数值结果的准确度取决于频率步长和单元长度. 图 4(b) 中脉冲激光等效力源的频谱范围在 $0 \leq f \leq 1\text{ MHz}$ 内,为计算出激光激发的超声导波,需要选择合适的频率步长 Δf . 在保证求解准确度的基础上,模型的频率步长取为 0.005 MHz ,将激发源频谱分成 200 等份. 单元设置采用自由网格,为满足计算中描述激光作用后超声导波传播准确度的要求和足够的空间分辨率,在脉冲激光作用中心,选取最小的网格,其大小为 $5\text{ }\mu\text{m}$,同时利用变网格技术,远离脉冲激光作用中心选取网格大小为 $500\text{ }\mu\text{m}$,具备该条件可以确保脉冲激光激发的超声导波能量在连续的两个节点之间传递. 基于上述设置,模型的自由度个数和单元数分别为 55486,13684. 有限元频域模型采用的计算方法是参量求解法,频率 f 为求解参量,逐一将 200 个频率分量 f_i 代入 (3), (4) 式中进行对应的静态分析运算,即可得到频域的计算结果. 频域的计算结果可以提供几何模型内任意位置的位移频谱波形,其中包含 200 组频率分量 f_i 及其对应的位移频谱分量 $\tilde{v}_i(x, f_i)$ 数据,对位移频谱 $\tilde{v}(x, f)$ 进行快速傅里叶逆变换 (iFFT) 数据处理,即可得到对应的全场时域位移 $v(x, t)$ 波形.

3. 数值模拟结果和讨论

3.1. 材料和激光参量

数值模拟材料是碳纤维/环氧树脂复合材料,该材料具有横观各向同性及线性黏弹性特征. 计算所用的材料参量如表 1 所示^[11].

表 1 碳纤维/环氧树脂材料的黏弹性劲度参量 (GPa)

厚度 h/mm	20	密度 $\rho/(\text{g}/\text{cm}^3)$	1.82
C_{11}	$12 + i0.8$	C_{66}	$3.3 + i0.2$
C_{22}	C_{11}	C_{12}	$C_{11} - 2C_{66}$

脉冲激光作用可以产生谐波^[20],其等效力源可表示为^[21]

$$f(t) = \frac{2}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma^2}\right] \sin(\omega_c t),$$
$$0 \leq t \leq t_d,$$

(6)

式中 σ 表示激光脉冲宽度的控制参数, t_0 表示脉冲的延迟时间, $\omega_c = 2\pi f_c$ 表示脉冲的中心圆频率, 本文分别取 $\sigma = 1.2$, $t_0 = 5 \mu\text{s}$, $f_c = 0.5 \text{ MHz}$. 图4(a)表示脉冲激光等效力源的时域波形, 对 $f(t)$ 进行傅里叶变换, 即可得到对应的激发源频谱波形, 如图4(b)所示.

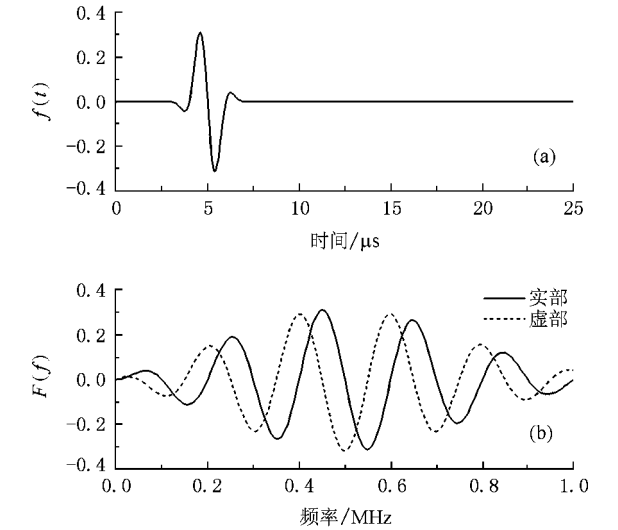


图4 激发源的时域波形(a)和频谱波形(b)

3.2. 数值结果和讨论

为验证本文所建有限元频域模型的正确性, 本文采用有限元时域模型和频域模型进行数值模拟对比, 利用有限元时域解与频域解的傅里叶逆变换解进行比较, 以此说明有限元频域模型的正确性. 数值模拟材料为弹性材料, 即在计算中忽略碳纤维/环氧树脂材料的黏性特征, 令 $C_{ij}^v = 0$, 将其视作纯弹性材料. 有限元时域及频域数值模拟采用的激发源分别为脉冲激光等效力源的时域和频谱形式, 如图4所示. 两种模型的几何尺寸及其他条件相同. 图5显示 x_1 方向上距离激光激作用中心分别为 6 mm, 8 mm x_2 方向的位移波形, 实线表示有限元频域解的傅里叶逆变换解的波形, 虚线表示有限元时域解的波形, 从图5中可以看到, 首先到达观测点的是掠面纵波(sP), 紧后跟随的是 Rayleigh 波(R). 两种

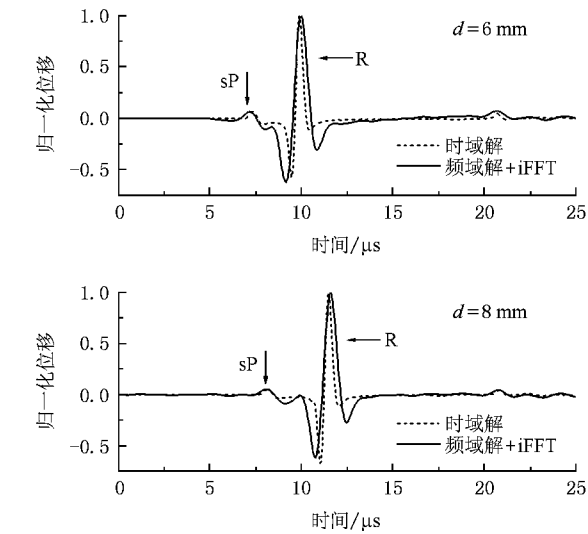


图5 x_1 方向上距离激光激发源分别为 6 mm 8 mm x_2 方向的位移

数值模型计算所得的瞬态波形相比, 无论是波形的特征, 还是不同模态波的到达时间及位移相对幅值都基本一致, 这充分说明有限元频域模型的正确性, 且频域模型运算减少了大量的反复迭代次数, 所需的计算内存和时间明显减少.

图6显示 x_1 方向上距离激光作用中心分别为 5 mm, 10 mm, 15 mm, 20 mm x_2 方向的位移波形. 图6中(—)表示黏弹性材料中瞬态波形, (---)表示忽略黏性劲度参量, 纯弹性材料中瞬态波形, 两者其他数值计算条件相同. 从图6可以看出, 黏弹性材料中瞬态波形的轮廓与纯弹性材料中波形的轮廓类似, 能清晰分辨出掠面纵波及 Rayleigh 波的波形. 掠面纵波和 Rayleigh 波在近场相互耦合在一起(见图6中 $d = 5 \text{ mm}$), 随着接收距离的增加, 掠面纵波和 Rayleigh 波逐渐分开(见图6中 $d = 10 \text{ mm}$), 该现象由于 Rayleigh 波速度小于掠面纵波速度. 随着接收距离的增大, 两种波形明显分开, 在图6($d = 15 \text{ mm}$)中能够清楚地看到这两个波形.

比较图6中黏弹性瞬态波形和弹性瞬态波形可以看出, 两种情况下掠面纵波和 Rayleigh 波的传播速度相等, 这主要由于材料的黏性特征对波的传播速度没有影响. 此外, 随着接收距离的增加, 黏弹性材料中 Rayleigh 波的振幅不断减小, 频散特征逐渐缓慢增强, 而纯弹性材料中 Rayleigh 波的振幅和频散特征几乎没有变化. 该现象的物理原因是材料的线性黏性特征引起 Rayleigh 波的能量持续耗散, 从而表现为波形的振幅衰减增大及频散特征增强. 说明超声导波在线性黏弹性材料中的传播距离越远,

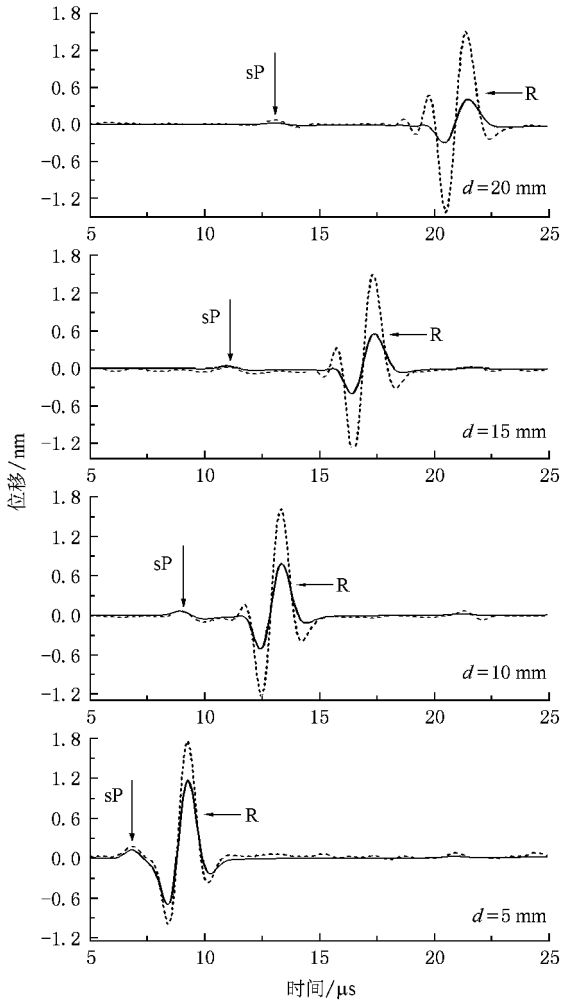


图 6 (—)黏弹性材料 (---)纯弹性材料中 x_1 方向上距离激光激发源分别为 5 mm, 10 mm, 15 mm, 20 mm x_2 方向的位移

波的能量耗散越多,波形的衰减越大(见图3(b)),频散特征越强.

材料的黏弹性劲度参量表示为 $C_{ij} = C'_{ij} + iC''_{ij}$, 现保持弹性劲度参量 C'_{ij} 不变,将黏弹性劲度参量设置为 $C_{ij} = C'_{ij} + (mC''_{ij})$, 系数 m 表示黏性劲度参量的倍数. 改变系数 m 值,研究材料的黏性劲度参量变化对瞬态波形特征的影响. 图 7 表示黏性劲度参量倍数 m 分别为 0, 0.05, 1.5, 3 时,沿着 x_1 方向距离激光作用中心为 16 mm x_2 方向的位移波形.

1) 图 7 中随着系数 m 值逐步增大, Rayleigh 波的振幅逐渐减小,频散特征逐渐增强. 说明黏弹 Rayleigh 波的振幅衰减及频散特征和材料的黏性劲度参量相关. 材料的黏性劲度参量越大,波的能量耗散越多,表现为波形的振幅衰减增大及频散特征增强.

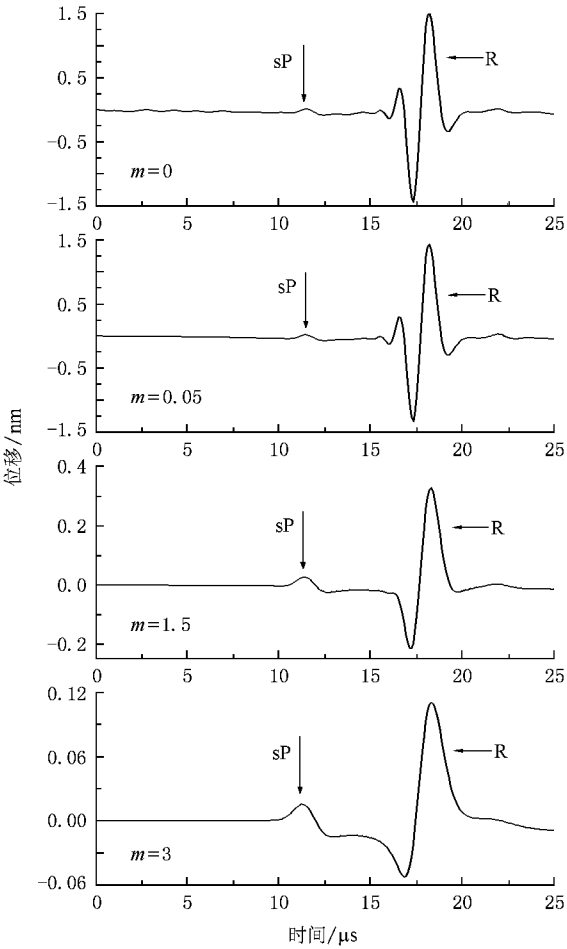


图 7 黏性劲度参量倍数 m 分别为 0, 0.05, 1.5, 3 时,沿着 x_1 方向距离激光激发源 16 mm x_2 方向的位移

2) 比较弹性材料 $m = 0$ 和弱黏弹性材料 $m = 0.05$ 可以看出, Rayleigh 波的频散特征和振幅衰减几乎没有变化,因此,在处理弱黏弹材料的激光超声问题,可近似将其看作弹性材料.

3) 从图 7 可以看出,随着系数 m 值的逐步增大,掠面纵波的振幅衰减幅度小于 Rayleigh 波的振幅衰减幅度. 图 8 表示掠面纵波和 Rayleigh 波的振幅和系数 m 值的关系曲线图,图 8 中也可以明显看出掠面纵波的振幅衰减幅度小于 Rayleigh 波的振幅衰减幅度,与图 7 观察到的特征一致,说明不同模态波的衰减(因子)不同.

4. 结 论

本文在频域内利用有限元数值模拟研究脉冲激光在黏弹性材料中激发产生 Rayleigh 波及其传播的过程,得到黏弹性材料中 Rayleigh 波的频散和衰减

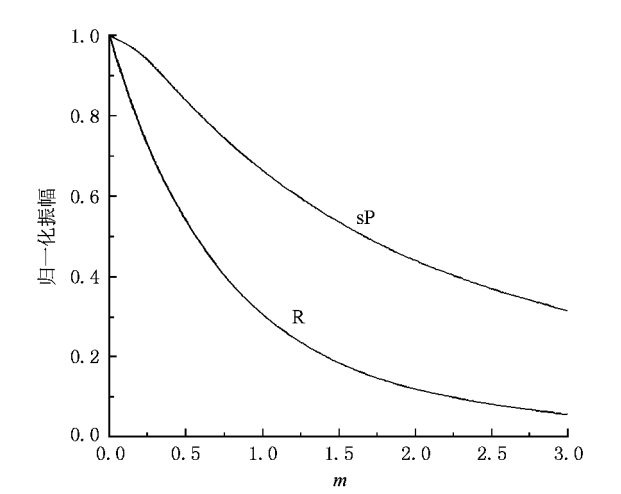


图 8 掠面纵波(sP)和 Rayleigh 波(R)的振幅和黏性劲度参量倍数 m 的关系曲线

特征,同时分析了材料的黏性劲度参量变化对 Rayleigh 特征的影响.数值结果表明:1)通过和有限元时域模型进行数值模拟对比,说明有限元频域模型能有效地计算和分析黏弹性材料中激光激发 Rayleigh 波及其传播问题;2)Rayleigh 波在黏弹性材料中传播距离越远,波的能量耗散越多,从而表现为波的振幅衰减增大及频散特征增强;3)随着材料黏性劲度参量逐步增大,在同一观察点的波的振幅衰减增大,频散特征增强,但对于弱黏弹性材料,在处理激光超声问题可近似将其看作弹性材料;4)在相同的黏弹性材料中,不同模态的超声导波的衰减(因子)不同.本研究将为进一步研究复杂结构的黏弹性材料及黏弹性材料缺陷检测提供一定的理论基础.

[1] Zhang S Y 1992 *Applied Acoustics* **11** 1 (in Chinese) [张淑仪 1992 应用声学 **11** 1]

[2] Kawald U , Desmet C , Lauriks W , Glorieux C , Thoen J 1996 *J. Acoust. Soc. Am.* **99** 926

[3] Han Q B , Qian M L , Zhu C P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 313 (in Chinese) [韩庆邦、钱梦 、朱昌平 2007 物理学报 **56** 313]

[4] Cao Y , Yang K Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1984 (in Chinese) [曹禹、杨孔庆 2003 物理学报 **52** 1984]

[5] Chan C W , Cawley P 1998 *J. Acoust. Soc. Am.* **104** 874

[6] Zhu Z M , Wu J R 1995 *J. Acoust. Soc. Am.* **98** 1057

[7] Yew C H , Weng X W 1985 *J. Acoust. Soc. Am.* **77** 1813

[8] Vardoulakis I , Georgiadis H G 1997 *Journal of Elasticity* **47** 147

[9] Lai C G , Rix G J 2002 *Bull. Seism. Soc. Amer.* **92** 2297

[10] Han Q B , Qian M L 2007 *Acta Acustica* **32** 338 (in Chinese) [韩庆邦、钱梦 2007 声学学报 **32** 338]

[11] Hosten B , Castaings M 2006 *NDT&E International* **39** 195

[12] Hosten B , Castaings M 2004 *J. Acoust. Soc. Am.* **117** 1108

[13] Wang H , Qian M L , Liu W 2006 *Ultrasonics* **44** 1349

[14] Zhou W M , Wang C Y , Chen Y H , Wang Z G 2006 *Chin. Phys.* **15** 1315

[15] He S L , Zhang H W , Rong C B , Chen R J , Shen B G 2005 *Chin. Phys.* **14** 1055

[16] Xu B Q , Wang F , Feng J , Wang J J , Sun H X , Luo Y 2009 *Sci. China Ser. E-Tech. Sci.* **52** 566

[17] Xu B Q , Feng J , Xu G D , Wang J J , Sun H X , Cao G R 2008 *Applied Physics A: Materials Science and Processing* **91** 173

[18] Zhao Y , Shen Z H , Lu J , Ni X W 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 321 (in Chinese) [赵 艳、沈中华、陆 建、倪晓武 2007 物理学报 **56** 321]

[19] Yuan L , Shen Z H , Ni X W , Lu J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 7059 (in Chinese) [袁 玲、沈中华、倪晓武、陆 建 2007 物理学报 **56** 7059]

[20] Hernandez C M , Murray T , Krishnaswamy S 2002 *Appl. Phys. Lett.* **80** 691

[21] Mukdadi O M , Datta S K 2004 *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation* **23** 238

Numerical simulation of laser-generated Rayleigh wave by finite element method on viscoelastic materials^{*}

Sun Hong-Xiang Xu Bai-Qiang[†] Wang Ji-Jun Xu Gui-Dong Xu Chen-Guang Wang Feng

(*School of Science, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China*)

(Received 7 August 2008 ; revised manuscript received 24 October 2008)

Abstract

The propagation of laser-generated Rayleigh wave in the viscoelastic material are studied theoretically. Taking account of the viscosity characteristic of the viscoelastic material, a numerical model for simulating laser-generated Rayleigh wave in the viscoelastic material is developed in the frequency domain. Based on the correctness of the finite element numerical model in the frequency domain, the laser generation of Rayleigh wave in the viscoelastic material is simulated. And then, the propagation characteristics of laser-generated Rayleigh wave are discussed and the difference of Rayleigh waves in the viscoelastic material and the elastic material are compared. The effect of different viscosity modulus to the characteristic of Rayleigh wave is analyzed in detail.

Keywords : surface wave, laser ultrasonic, finite element method, viscoelasticity

PACC : 4337G, 4337D

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of the Jiangsu Higher Education Institutions of China (Grant Nos. 08KJB140003, 07KJB140019) and the Natural Science Foundation of Jiangsu University, China (Grant No. 05JDC007).

[†] Corresponding author. E-mail : bqxu@ujs.edu.cn