

可听声频段的声学超材料^{*}

丁昌林 赵晓鹏[†]

(西北工业大学应用物理系, 西安 710129)

(2008 年 12 月 10 日收到 2009 年 1 月 5 日收到修改稿)

制作了一维周期排列的亥姆霍兹共振器超材料, 在空气环境下测试了其在可听声频段声学透射行为. 实验结果表明, 在 2.1—3.5 kHz 附近该材料具有透射衰减的吸收峰. 利用声传输线理论(ATLM)计算的透射率和实验结果一致. 同时由计算的等效阻抗分析可知, 实验中出现的吸收峰是由 HRs 共振的回波反射引起的. 另外, 实验测试的样品中透射信号分布进一步验证了材料的共振效应, 也就是会出现与外加激励反相响应. 基于前述的共振模型计算出该材料的等效弹性模量为负.

关键词: 亥姆霍兹共振器, 声传输线, 吸收峰, 等效弹性模量

PACC: 4385D, 6220D, 4390

1. 引言

人工设计的电磁超材料的出现拓宽了材料的应用领域. 将具有负介电常数的金属杆阵列^[1]和负磁导率的开口谐振环^[2]耦合到一起可以实现同时具有负介电常数和负磁导率的左手材料. 该材料具有负折射、完美透镜效应、反常 Doppler 效应和反常的 Cherenkov 辐射等性质^[3-5]. 本课题组提出一种树枝模型, 制备的材料在微波频段同时实现了负介电常数和磁导率, 具有聚焦和负折射性质^[6]. 利用自下向上的化学方法制备的树枝结构在红外、可见光频段可以实现左手行为^[7,8], 还将电流变液用于负磁导率材料的调谐^[9]. 另外, 基于 Bragg 散射机理的光子晶体在实验中也实现了负折射、平板聚焦、隧穿效应等反常现象^[10-13].

由于声波和电磁波的相似性, 声学超材料已经成为目前的研究热点. 与光子晶体类似, 声子晶体也是基于 Bragg 散射机理的超材料. 在 $\lambda \sim a$ 频率范围内具有禁带结构, 在禁带频率附近, 声子晶体具有聚焦成像^[14,15]、负折射^[16-18]和隧穿效应^[19]等行为. 类比于电磁左手材料, 声学双负材料近年来发展迅速. Liu 等制作了局域共振材料, 在双频段得到透射吸收峰^[20]. 理论模型分析该材料具有负动态质量密

度^[21]. Fang 等在超声频段实现了负弹性模量, 该材料具有强烈的透射吸收峰和负的群速度(回波效应)^[22]. 与此同时, 声学双负材料的理论模型认为, 通过选择核壳结构的单极共振器和双极共振器可以得到同时具有负等效弹性模量 E_{eff} 和负等效质量密度 ρ_{eff} 的超材料^[23,24].

以前主要的实验工作是在超声频段水环境下实现负弹性模量、在固体基体中实现负的质量密度. 本文利用局域共振的思想提出一种一维亥姆霍兹共振器(HRs)超材料, 在空气环境下通过实验测试和理论计算得出该材料在可听声频段具有负的弹性模量. 这种声学超材料制备方法简单, 可应用于防噪声、吸声材料、滤波器等, 也为可听声频段的亚波长聚焦成像和声学隐身的实现打下了坚实的基础.

2. 实验

实验样品由周期性排列的亥姆霍兹共振器(HRs)和截面为 15 mm × 15 mm 的传播通道组成. 利用雕刻的方法在两块相同的有机玻璃板上刻上相同尺寸的凹槽, 如图 1(a)所示. 然后将两块雕刻过的有机玻璃板整合在一起组成样品. HRs 阵列的晶格常数 a 为 16.2 mm, 与响应波长满足关系 $a \approx \lambda/6$, 因此该材料具有均匀介质性质. 样品的总长度为 340

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 50632030, 50872113), 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2004CB719805)和国防基础科研项目资助课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: xpzhao@nwpu.edu.cn

mm. 每个 HR 由体积较大的立方体空腔和一侧伸出来短细的孔洞组成. 空腔尺寸为 $l_2 \times w_2 \times d_2 = 10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$, 横截面积 $S_2 = l_2 \times w_2$, 孔洞截面为正方形, 面积 $S_1 = 4 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$, 孔洞的高为 $d_1 = 3 \text{ mm}$.

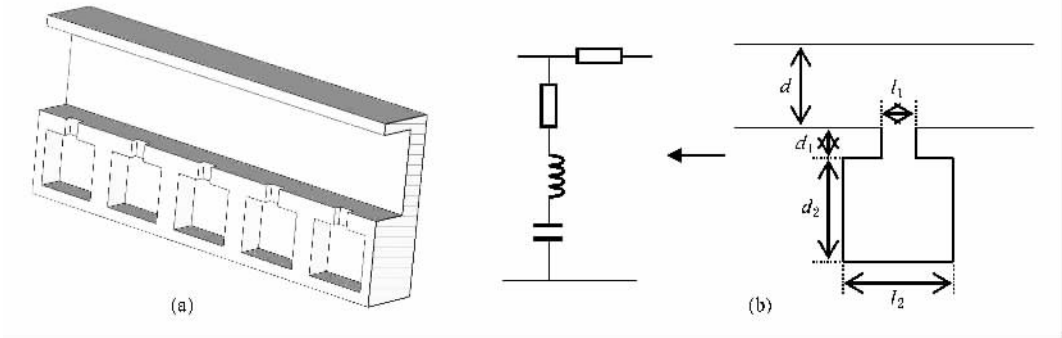


图 1 实验中的样品结构图和等效图 (a) 样品实图 (b) 一个单元的截面和等效图

$$R = R_{\text{viscosity}} + R_{\text{radiation}}$$

$$= d_1 \sqrt{2\eta\omega\rho_0} (\pi \cdot r'^3) + \rho_0 c_0 (kr')^2 / S_1, \quad (1)$$

式中 $R_{\text{viscosity}}$ 表示粘性声阻, $R_{\text{radiation}}$ 为辐射声阻, η 空气为黏性系数, ω 为声波角频率, r' 为小孔洞的等效辐射半径, ρ_0 为空气的质量密度, c_0 为空气中的声速.

此时可以计算出单一的 HR 的等效阻抗

$$Z_{\text{HR}} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right). \quad (2)$$

由于小孔洞中的声辐射会使其等效长度变大, 修正后的颈长 $d_{\text{eff}} = d_1 + 1.7r'$ [26]. HR 单元发生共振的频率

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} = \frac{c_0}{2\pi\sqrt{\frac{S_2 d_2 d_{\text{eff}}}{S_1}}}.$$

本实验的测试装置由声频信号发生器、扬声器、麦克风、示波器组成. 空气介质中, 声频信号发生器产生的电信号通过扬声器转换成声信号, 经过准直入射到样品的传播通道, 在样品的两端口处放置麦克风, 分别测试发射信号和接收信号的声压强度, 并用示波器显示出来, 接收信号与发射信号的强度比即为透射率.

3. 结果与讨论

3.1. 透射实验与模拟结果讨论

一维 HRs 的声波传播性质可以通过声传输线

亥姆霍兹共振腔是一种经典的声学共振器, 可以等效成 L - C 电路, 如图 1(b) 所示, 小孔洞等效为声感 $L = \rho_0 d_1 / S_1$, 大体腔等效为声容 $C = S_2 d_2 / (\rho_0 c_0^2)$ [22]. 考虑到传播通道中的声辐射损耗和流体粘性损耗, 提取声阻为 [25]

理论 (acoustic transmission line method, ATLM) 解释, 与电磁传输线理论类比, 样品中的声波传播通道可以等效成有一定电阻的传输线, 旁边的 HRs 相当于并联接在传输线上的 L - C 电路. 通过计算声传输线的阻抗可以得到声波在其中的透射性质. 首先认为通道的终端为活塞辐射, 其阻抗为 [25]

$$Z_0 = \frac{\rho_0 c_0}{S} \times \left(\frac{k^2 r_0^2}{2} + j \frac{8kr_0}{3\pi} \right), \quad (3)$$

r_0 为辐射活塞的有效半径, S 为传播通道的横截面积, k 为传播波矢. 这里实部表示声波向外的辐射, 虚部表示声波的反射. 类似于电磁传输线, 利用阻抗转移公式 [27] 可以计算最后一个 HR 上端通道的阻抗

$$Z_1 = Z \times \frac{Z_0 + jZ \tan(k_1 a)}{Z + jZ_0 \tan(k_1 a)}, \quad (4)$$

$Z = \rho_0 c_0 / S$ 为通道的阻抗, a 为样品的晶格常数, 此时通道中的波矢 $k_1 = k - j\alpha$, α 为空气的流体黏性吸声系数. 转移后的阻抗 Z_1 与 HR 的等效阻抗并联得到:

$$Z'_1 = Z_1 \cdot Z_{\text{HR}} / (Z_1 + Z_{\text{HR}}). \quad (5)$$

再利用阻抗转移公式可以计算下一个 HR 上端的等效阻抗, 反复迭代下面的两个公式可以得到接收端的阻抗:

$$Z'_{N-1} = Z'_{N-1} \cdot Z_{\text{R}} / (Z'_{N-1} + Z_{\text{R}}), \quad (6)$$

$$Z_N = Z \times \frac{Z'_{N-1} + jZ \tan(k_1 a)}{Z + jZ'_{N-1} \tan(k_1 a)}. \quad (7)$$

当 $N = 20$ 的时候得到实验样品的等效阻抗 $Z_{\text{eff}} = Z_N$.

利用等效阻抗可以计算通过样品的反射率 $r = (Z_{\text{eff}} - Z) / (Z_{\text{eff}} + Z)$, 声强度的透射率 $T = 1 - r^2$. 由该方法模拟计算的透射结果如图 2 (a) 中的实线所示 . 同时利用 ATLM 计算了不同频段样品的等效阻抗 , 如图 2 (b) 所示 , 实线表示等效阻抗的实部 , 虚线表示其虚部 . 通过实验测试了不同频率的声波经样品透射的性质 , 如图 2 (a) 虚线所示 , 在 2.1—3.5 kHz 处透射率极低 , 其他频段的透射率接近于 1 , 低频附近的透射曲线有较强的波动 .

由图 2 (a) 可知 , 利用 ATLM 计算的透射结果与实验结果一致 . 信号在 HR 的共振频段均具有强烈的衰减 , 说明 ATLM 模型可以很好地解释实验的结果 . 我们知道声波吸收峰产生的原因包括材料的吸收和回波反射 , 强烈的吸收由于声阻即阻抗的实部很大 , 回波反射则是由于声阻抗的虚部很大所致 . 如图 2 (b) 所示 , 根据计算的阻抗结果可知 , 在共振频段 , 样品的等效阻抗实部和虚部都有变化 , $\text{Re}(Z_{\text{eff}})$

有个衰减凹形曲线 , 而 $\text{Im}(Z_{\text{eff}})$ 却突变增强 , 众所周知 $\text{Re}(Z_{\text{eff}})$ 为声阻^[25] , 主要影响材料的吸收 , $\text{Im}(Z_{\text{eff}})$ 为声抗 , 决定材料的反射系数 , $\text{Im}(Z_{\text{eff}})$ 的突变增大导致阻抗不匹配 , 是产生吸收峰的主要原因 . 因此可以确定实验中的吸收峰是由于材料回波反射产生的 . 而在其他频段声阻较大而声抗较小 , 使得声波经样品的透射率较大 , 即为导带 . 然而 ATLM 模拟的透射图在非共振频段不稳定 , 特别在低频 , 有强烈的波动 , 1 kHz 附近透射率的极小值接近于零 , 可以理解为谐振波和传播波之间的相互作用使得输出信号不稳定 . 在该频段实验的结果也有波动 , 但没有模拟结果强烈 , 主要由于实验中存在各种损耗 . 如果选择更多的共振器 ($N = 500$) , 模拟结果 (如图 2 (a) 所示的点线) 显示非共振频段的透射波动会消失 , 透射率均接近于 1 . 因为当 HR 足够多时 , 共振器相互之间能更好地耦合 , 使谐振达到稳定 .

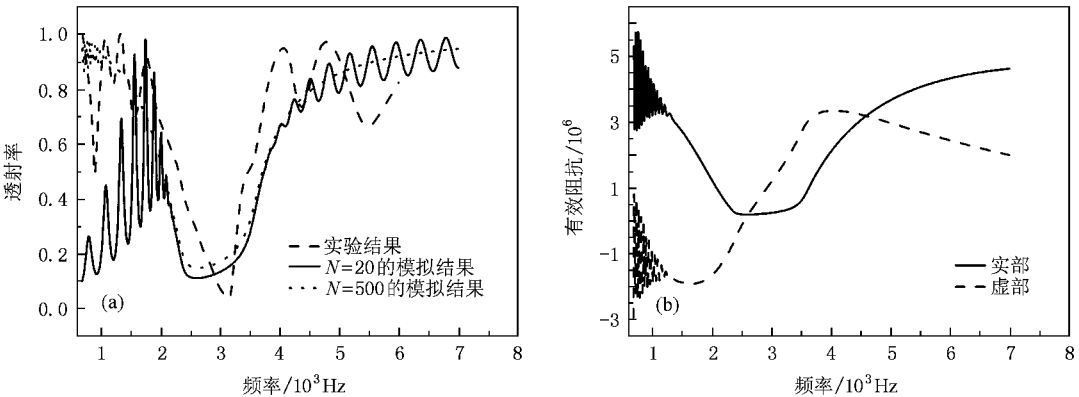


图 2 ATLM 模拟与实验结果图 (a)ATLM 模拟透射率与实验结果 (b)ATLM 计算的阻抗

在截止频率范围内 , 波导管中传播的声波都具有很高的透射率 , 不会出现很强烈的反射 , 而样品中出现强烈的回波反射则是由于 HR 共振的作用 . 为了说明这个问题 , 我们进行了如下的实验 .

3.2. 样品内部不同位置的声学响应行为

为了进一步说明材料的声学响应性质 , 实验测试了样品内部声波信号强度的分布 , 如图 3 所示 .

将样品中 20 个 HRs 从发射端开始按顺序编号 . 图 3 表示在共振频段和非共振频段信号强度在样品通道不同位置处的分布 . 横坐标表示 HR 的编号 . 由图 3 可知 , 在非谐振频段的 3.72 kHz 和 4.14 kHz 时 , 信号强度变化缓慢 , 与声波辐射传播损耗一致 ,

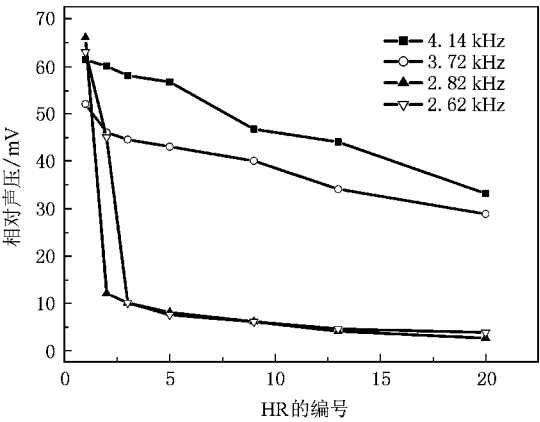


图 3 不同频率声信号在样品中强度分布

产生原因则是声波辐射损耗和流体的黏性损耗,说明信号在样品中并没有发生特殊作用.而在谐振频段,即频率为 2.62 kHz 和 2.82 kHz 时,在前两个 HR 处信号有强烈的突变,而离发射端较远的地方共振器接收信号均较弱,强度变化不大.由此可知信号并没有被吸收,主要被反射了,如果信号被吸收,其强度则是一个渐变的减弱过程,不会出现突变情况.因此可以解释为当信号在样品传播通道中经过前几个 HRs 时,由于 HR 的局域共振效应^[20],其响应与外加激励场不同步,从而使信号全部反射回去,该实验从另一方面说明了样品中 HR 的共振效应.

因此,由亥姆霍兹共振器性质可知,大的体腔的具有存储信号的功能,当声信号达到共振频段时,这些存储信号就会从旁边小孔洞释放出来,且响应非常强烈,共振信号由于强度非常大不会受到激励信号的控制,也就是当激励信号作用在小孔洞的媒质时,由于媒质的强烈共振,不会立即与激励信号的作用同步,从而出现这种情况,当激励信号向上作用媒质时,此时媒质由于共振且向下运动,不能与外部激励同步而保持其向下运动性质,这样会使得共振响应信号的相位与激励信号相反,即在外压力作用下,HR 中的媒质会有相反方向的响应,出现回波反射效应.此时材料的等效弹性模量为负.

3.3. 超材料等效弹性模量的计算

由于该材料满足 $\lambda \gg a$,具有均匀介质的性质,在共振模型下,利用声波在一维无损材料的方程(具体的推导过程见文献[22])可以推导出

$$\frac{1}{E_{\text{eff}}} = \frac{1}{E_0} \left(\frac{F\omega_0^2}{\omega^2 - \omega_0^2} \right). \tag{8}$$

考虑到材料的损耗,对上述的公式修正,可以得到下面的有效参数的洛伦兹形式^[22]:

$$\frac{1}{E_{\text{eff}}} = \frac{1}{E_0} \left(1 - \frac{F\omega_0^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + j\Gamma\omega} \right), \tag{9}$$

$F = S_2 d_2 \kappa(Sa)$ 为结构参数, $\Gamma = 0.1 \omega$ 为 HR 内部损耗因子.

由图 4(a)所示的等效参数计算的透射曲线可知,在 2.1—3.5 kHz 该材料具有强烈的吸收峰,与实验结果相符,说明修正后的公式是准确的.同时利用该公式计算材料的等效参数随频率的变化,由图 4(b)可知在共振频段时材料的有效弹性模量的实部、虚部为负.因此可以说明 3 kHz 附近材料的等效弹性模量为负,表现出材料的动态响应与外部激励方向相反的性质.有此响应的材料被称为单负的声学超材料.

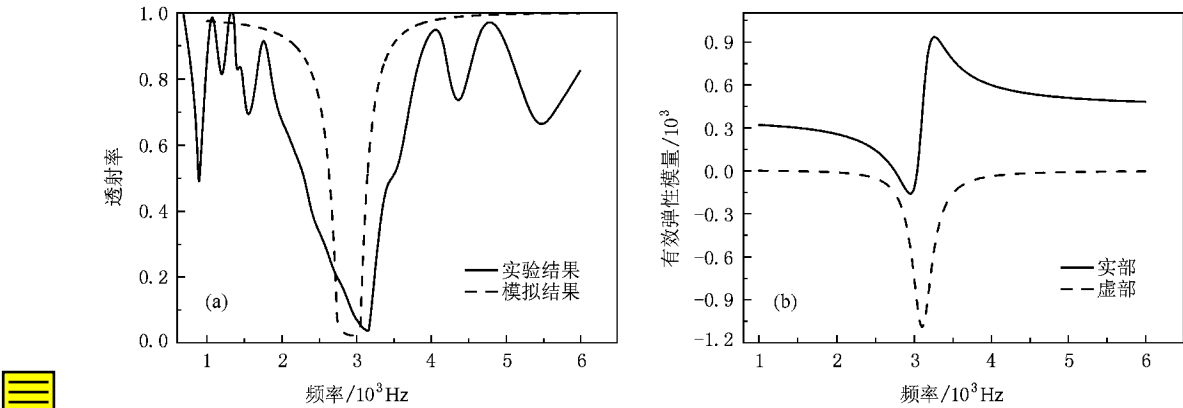


图 4 共振模型计算的透射率和等效弹性模量 (a)共振模型模拟的结果与实验结果对比图 (b)共振模型计算的等效弹性模量

4. 结 论

基于局域共振原理,在有机玻璃基板上制作了一维周期性排列的亥姆霍兹共振器人工声学超材料,测试了其在可听声频段的声学响应性质.实验结果显示在 2.1—3.5 kHz 附近声波具有强烈的吸收峰,利用声传输线理论阻抗转移公式分析的透射性

质与实验结果一致.通过计算该材料的等效阻抗,可以解释实验中出现的吸收峰是由于 HRs 共振回波反射引起.实验测试了不同频段声信号在样品内部的强度分布,结果表明共振频段的信号会在发射端发生突变衰减,材料出现了负响应,即材料的响应与外部作用力不同步.通过共振模型建立的公式计算得到该材料的等效弹性模量为负.

- [1] Pendry J B 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 4773
- [2] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, Stewart W J 1999 *IEEE Trans. Microwave Theory. Tech.* **47** 2075
- [3] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. Usp.* **10** 509
- [4] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 *Science* **292** 77
- [5] Pendry J B 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966
- [6] Zhou X, Fu Q H, Zhao J, Yang Y, Zhao X P 2006 *Opt. Express* **14** 7188
- [7] Liu H, Zhao X P, Yang Y, Li Q W, Lv J 2008 *Adv. Mater* **20** 2050
- [8] Liu B Q, Zhao X P, Zhu W R, Luo W, Cheng X C 2008 *Adv. Funct. Mater.* **18** 3523
- [9] Wang L S, Luo C R, Huang Y, Zhao X P 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3571 (in Chinese)[王连胜、罗春荣、黄勇、赵晓鹏 2008 物理学报 **57** 3571]
- [10] Parimi P V, Lu W T, Vodo P, Sokoloff J, Derov J S, Sridhar S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 127401
- [11] Cubukcu E, Aydin K, Ozbay E, Foteinopoulou S, Soukoulis C M 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 207401
- [12] Lu Z L, Murakowski J A, Shuetz C A, Shi S, Schneider G J, Prather D W 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 153901
- [13] Steinberg A M, Kwiat P G, Chiao R Y 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 708
- [14] Sukhovich A, Li J, Page J H 2008 *Phys. Rev. B* **77** 014301
- [15] Yang S X, Page J H, Liu Z Y, Cowan M L, Chan C T, Sheng P 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 024301
- [16] Zhang X D, Liu Z Y 2004 *Appl. Phys. Lett.* **85** 341
- [17] Feng L, Liu X P, Lu M H, Chen Y B, Chen Y F, Mao Y W, Zi J, Zhu Y Y, Zhu S N, Ming N B 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 014301
- [18] Lu M H, Zhang C, Feng L, Zhao J, Chen Y F, Mao Y W, Zi J, Zhu Y Y, Zhu S N, Ming N B 2007 *Nat. Mater.* **6** 744
- [19] Wang W G, Liu Z Y, Zhao D G, Ke M Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4744 (in Chinese)[王文刚、刘正猷、赵德刚、柯满竹 2006 物理学报 **55** 4744]
- [20] Liu Z Y, Zhang X X, Mao Y W, Zhu Y Y, Yang Z Y, Chan C T, Sheng P 2000 *Science* **289** 1734
- [21] Liu Z Y, Chan C T, Sheng P 2005 *Phys. Rev. B* **71** 014103
- [22] Fang N, Xi D, Xu J, Ambati M, Srituravanich W, Sun C, Zhang X 2006 *Nat. Mater.* **5** 452
- [23] Ding Y Q, Liu Z Y, Qiu C Y, Shi J 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 093904
- [24] Li J, Chan C T 2004 *Phys. Rev. E* **70** 055602
- [25] Cheng Y, Xu J Y, Liu X J 2008 *Phys. Rev. B* **77** 045134
- [26] Kinsler L E 1982 *Fundamentals of Acoustic*, 3rd ed. (New York : Wiley Press)
- [27] Du G H, Zhu Z M, Gong X F 2001 *Fundamentals of Acoustic* (Nanjing : Nanjing University Press) p254 (in Chinese)[杜功焕、朱哲民、龚秀芬 2001 声学基础 (南京 : 南京大学出版社) 第 254 页

Audible sound metamaterial^{*}

Ding Chang-Lin Zhao Xiao-Peng[†]

(Department of Applied Physics , Northwestern Polytechnical University , Xi'an 710129 , China)

(Received 10 December 2008 ; revised manuscript received 5 January 2009)

Abstract

We fabricated a kind of 1D metamaterial which consists of periodic array of Helmholtz resonators and tested its acoustic transmission at audible sound frequency in air. The experimental results show that a transmission dip appears at the frequency range of 2.1—3.5 kHz. The transmission ratio simulated by acoustic transmission line method(ATLM) is in accordance with the experimental results. From the effective impedance calculated by ATLM , the transmission dip is ascribed to the backward wave reflection of HRs' resonance. Furthermore , the transmission pressure distribution measurement of the inner sample clearly demonstrates the resonance effect in the metamaterial , in which there is an out-of-phase response to the driving field. The value of effective modulus is calculated to be negative based on the resonant model mentioned before.

Keywords : Helmholtz resonators , ATLM , transmission dip , effective modulus

PACC : 4385D , 6220D , 4390

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 50632030 50872113), the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2004CB719805) and the Defense Basic Research Program of China.

[†] Corresponding author. E-mail : xpzhaol@nwpu.edu.cn