

溶解与热对流对固体颗粒运动影响的直接数值模拟^{*}

刘汉涛[†] 全志辉 安 康 马理强

(中北大学机电工程学院, 太原 030051)

(2008 年 10 月 25 日收到, 2009 年 1 月 15 日收到修改稿)

对牛顿流体内溶解与热对流对单颗粒在垂直管道中的沉降运动进行了直接数值模拟. 流体运动由守恒方程计算, 密度和黏性的变化考虑流场温度变化的影响, 通过积分黏性应力和压力获得颗粒的受力跟踪颗粒运动, 溶解引起的相变及其形状的变化由溶解潜热、溶解质量与分散相边界处的温度梯度的关系建立的方程决定. 通过颗粒和流体间相互的作用力和力矩及边界条件的施加实现相间耦合. 分别模拟了颗粒在等温流体、热流体、冷流体及颗粒溶解四种情况下的沉降过程. 结果表明, 在一定雷诺数内, 热对流产生的颗粒尾迹处涡的脱落以及溶解引起的颗粒表面形态的变化引起了颗粒的横向摆动, 并使颗粒沉降速度发生了变化.

关键词: 溶解, 热对流, 颗粒两相流, 直接数值模拟

PACC: 4710, 4755K, 9530L

1. 引 言

颗粒在非等温流体中的运动广泛存在于工业设备中, 但目前对这一现象的系统研究很少, 主要的困难在于这一过程中同时存在着颗粒相和瞬态流动结构之间复杂的相互作用、相变、化学反应、热质传递、热量组分对流、颗粒运动、颗粒形状变化等^[1-3]. 当前对一些流动现象, 如对颗粒的受力和颗粒的热量质量传递, 大多是在单个颗粒或固定颗粒的基础上加以修正而得到的, 许多实验也都是摸索和修正这些经验关系式, 不能正确表征相间速度差引起的阻力以及温差引起的热交换, 更不能刻画流场内部流动的细节能^[4,5]. 由于计算上的困难及研究方法的限制, 对运动颗粒两相流动的研究往往只局限于无热对流的情性颗粒. 靠理论简化分析和利用实验半经验的方法以及引入许多经验关系式的数值模拟方法^[6,7], 也不能正确描述该复杂流动中的颗粒受力、动量能量的相间传递、相间分界面的变化, 影响人们对该流动真实机理的理解和掌握. 因此发展能对传热传质情况下颗粒两相流动的本质特征进行研究的数值方法具有重要的理论意义和工程应用价值. 本文将在应用任意拉格朗日-欧拉(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)方法模拟等温情性颗粒两相流的基础

上^[8,9], 发展在溶解及热对流情况下对颗粒两相流进行直接数值模拟的方法. 应用该方法, 模拟计算在牛顿流体中颗粒的沉降运动, 研究溶解及热对流对其沉降运动的影响和作用. 在介观尺寸上阐明该复杂流动中颗粒的运动规律、相间分界面的移动变形以及传热和流动的相互作用机理.

2. 方程及数值方案

2.1. 问题描述

在有牛顿流体的竖直通道中, 释放一个初始速度为零的固体颗粒, 颗粒由于重力作用开始沉降. 假设颗粒是圆形的, 流体初始温度为 T_0 , 颗粒温度为 T_s . 沉降过程中颗粒温度恒定不变(这样可突出颗粒与流体的温差对流场流动和传热的影响, 如果颗粒温度不固定, 很快就会与流体温度一样, 热效应的影响很快就会消失).

2.2. 控制方程及数值方案

流体的连续性方程、运动方程、能量方程分别为

$$\nabla \cdot v = 0, \quad (1)$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 v + \rho_g, \quad (2)$$

^{*} 山西省青年创新基金(批准号: 2008021004), 中北大学校基金(批准号: 20081002)资助的课题.

[†] E-mail: lht@nuc.edu.cn

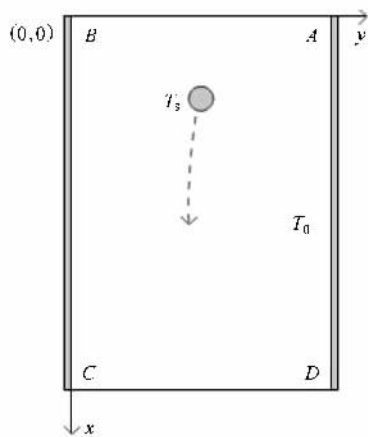


图 1 计算区域示意图

$$\rho_0 c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \nabla T \right) = k \nabla^2 T. \tag{3}$$

在方程 (2) 中, 采用 Boussinesq 假设, 流体密度 ρ 的变化与温度的关系为

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta (T - T_0)], \tag{4}$$

其中 ρ_0 是 T_0 温度时的流体密度, β 是流体的热膨胀系数.

颗粒按如下方程平移和旋转:

$$m_i \frac{dV_i}{dt} = G_i + F_i, \tag{5}$$

$$I_i \frac{d\Omega_i}{dt} = T_i, \tag{6}$$

i 表示第 i 个颗粒, m_i 和 I_i 分别是颗粒的质量和转动惯量, V_i 和 Ω_i 是颗粒的线速度和角速度, G_i , F_i 和 T_i 分别是体积力, 流体对颗粒的作用力和力矩.

颗粒运动和流体流动间耦合通过颗粒和流体间相互的作用力和力矩及边界条件的施加实现. 颗粒的溶解速度由颗粒表面的热流密度决定:

$$\rho_s h_f \frac{dr_n}{dt} = -k \frac{\partial T}{\partial n}, \tag{7}$$

式中, ρ_s 为颗粒密度, h_f 为溶解潜热, r_n 为沿颗粒当地法线方向 n 的颗粒表面坐标. 计算区域四周的边界条件如下:

BC, CD, DA 边上: $v = 0, T = T_0$;

AB 边上: $\tau_{xy} = \tau_{yy} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0$.

τ 表示切应力, 在模拟过程中, 计算区域将随着颗粒的运动而移动, 并在每一时间步内重新定义, 但区域的大小和颗粒在区域中的相对位置不变, 即颗粒在计算区域中与顶端和底端的距离始终不变. 在本文中 m_i 和 I_i 分别为 $\pi \rho_s d^2/4$ 和 $\pi \rho_s d^4/32$.

数值方法上, 在 ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 算法模拟等温惰性颗粒两相流的基础上, 增加对能量方程 (3)、颗粒溶解方程 (7) 的联立求解. 对连续相采用有限元方法对其质量、动量、能量守恒方程进行离散. 通过网格点在每一时间步长随着相间分界面的变化而逐步收缩和外移来处理由于表面溶解和凝聚而产生的形态的改变, 如局部网格发生畸变将重新划分网格. 数值模拟的网格缩小到颗粒尺寸以下, 颗粒占据有限体积, 通过 Delaunay-Voronoi 法生成非结构化的三角形单元网格. 颗粒移动时, 通过求解 Laplace 方程得到网格移动速度, 当单元网格严重变形时网格将重新划分, 以确保网格质量. 颗粒受力方程、扭矩方程和流体的动量方程一起进行有限元的 Galerkin 法推导, 这样颗粒和流体间相互作用的力和扭矩就不必专门加以计算. 颗粒位置的更新将由其速度决定, 时间步长由颗粒的速度和加速度来自动调整, 方程的非线性部分由牛顿迭代求解, 线性部分由 GMRES 算法来求解^[10].

3. 测试算例

为了验证程序对所模拟问题的准确性和有效性, 计算了二个测试算例: 通道中绕圆柱的强制对流、同心圆环之间的自然对流, 并与已有经典算例进行比较, 以验证程序对强制对流、自然对流问题的处理能力, 并为下一步计算颗粒沉降运动打下基础.

3.1. 通道中绕圆柱体的强制对流

图 2、图 3 分别表明了当雷诺数 (Re) 为 20 时, 用本文的方法计算所得到的圆柱体表面的努塞尔数 (Nu) 分布和圆柱体表面的压力系数, 这都与 Dennis 等^[11, 12] 计算的结果相当一致.

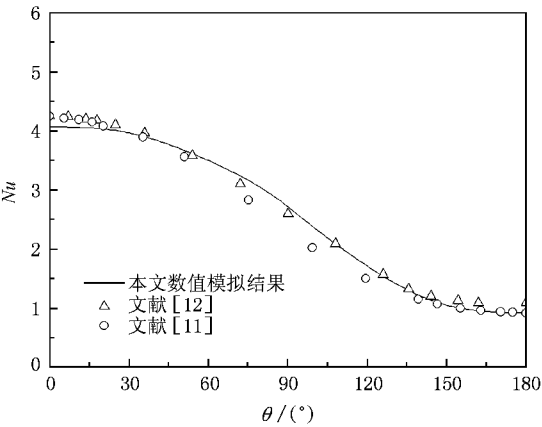


图 2 圆柱体表面的努塞尔数分布 ($Re = 20$)

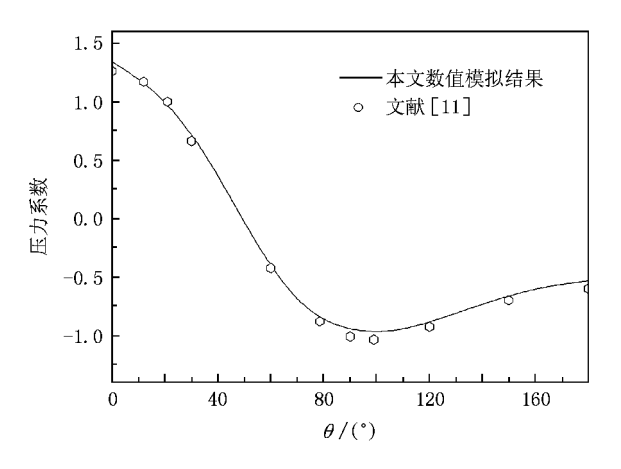


图 3 圆柱体表面的压力系数分布

3.2. 同心圆环之间的自然对流

假设内圆环半径为 R_i ,温度为 T_i ,外圆环半径为 R_o ,温度为 T_o .Kuehn 等^[13]对此问题进行研究时采用的参数为 $R_o/R_i = 2.6$, $Pr = 0.7$, $Ra = 5 \times 10^4$,其特征长度为 $R_o - R_i$.采用本文的方法对相同参数的同心圆环问题进行了数值模拟 ,图 4、图 5 为沿半径上无量纲的温度分布、圆环间等温线的分布 ,本文得到的结果与 Kuehn 等研究得到的结果非常一致 .

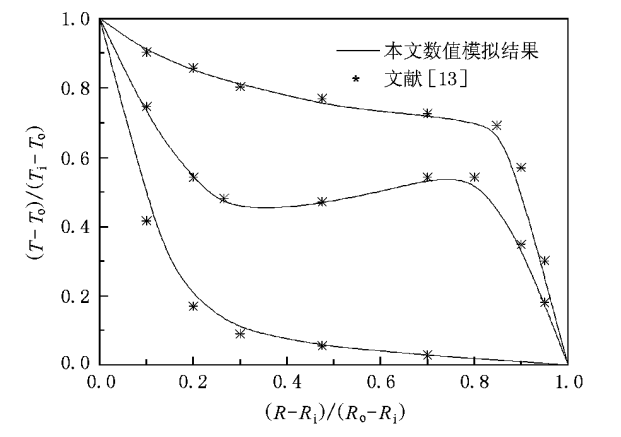


图 4 沿半径无量纲温度分布($\theta = 30$)

4. 固定颗粒的溶解

文献对颗粒溶解的实验及数值计算很少^[14,15] ,也没有严格的理论推导及数值计算结论 .本文首先对固定颗粒的溶解进行了计算 ,一方面验证程序的有效性 ,另一方面为颗粒的沉降计算作准备 .颗粒放

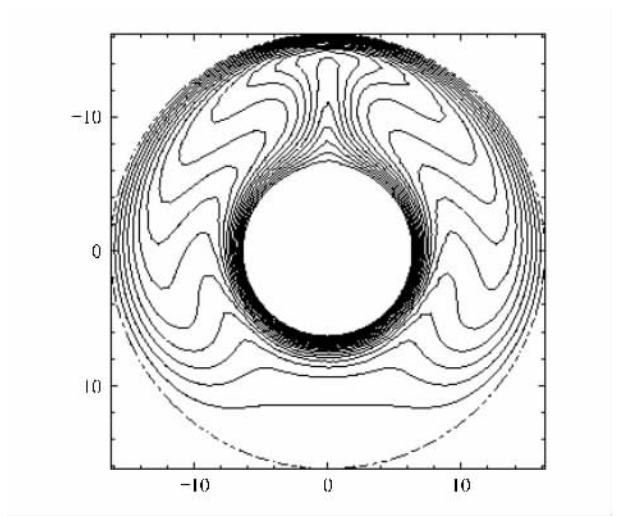


图 5 同心圆环间的等温线

入热流体中 ,流体材料与颗粒相同 ,流体温度高于颗粒的溶解温度 ,考虑热对流的影响 ,而不考虑组分对流 ,计算中瑞利数(Ra)和普朗特数(Pr)分别为 $Ra = 800$, $Pr = 0.7$.

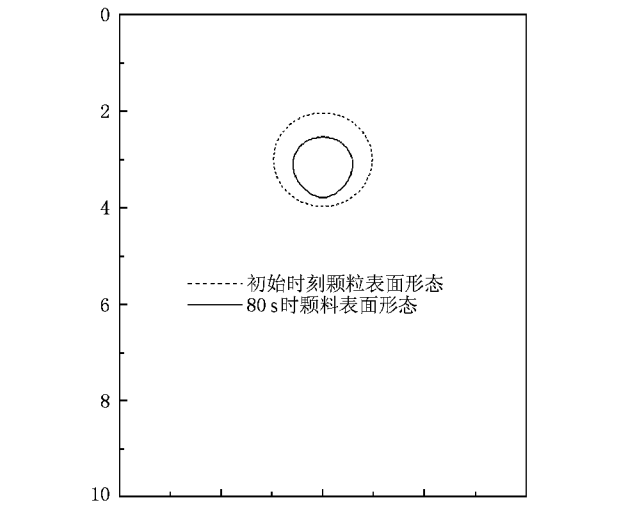


图 6 不同时刻颗粒溶解时表面形态

图 6 中可以明显看出不同时刻固体颗粒表面的形态变化 ,由于颗粒上顶点的溶解速度较中部稍大 ,在 80 s 时颗粒上半部分略扁 ,但仍接近半圆形 ;颗粒下半部形成尖的突起 .显然颗粒表面的溶解速度和热流密度有关 ,而热流密度的大小由颗粒表面的温度梯度决定 .从图 7 颗粒周围的等温线可以看出 ,颗粒上半圆表面温度梯度较大 ,因而热流密度大 ,颗粒上半部溶解较快 ,并且上半部分热流密度大体相当 ,形成了表面为圆形的形态 .下半部的热流密度较小 ,因此溶解速度也较上部慢 ,形成了尖的突起 .

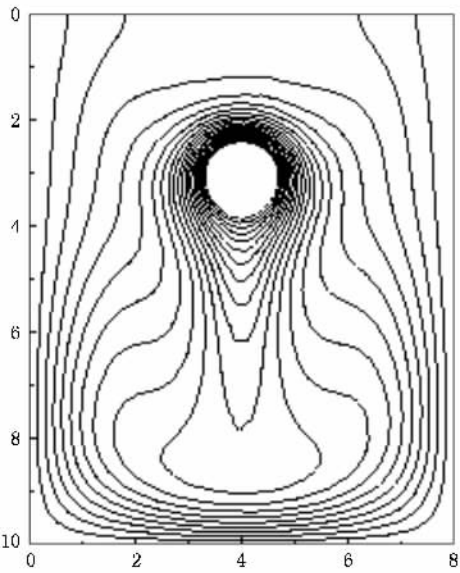


图 7 溶解颗粒周围的等温线

5. 溶解及热对流条件下颗粒沉降

为了阐明热对流及颗粒质量变化对颗粒受力及运动规律的影响,本文分别模拟了 4 种不同情况的颗粒沉降过程:流体和颗粒无温差的等温颗粒沉降、颗粒在热流体和冷流体中的沉降、颗粒溶解时的沉降.颗粒在有温差流场中的运动,热对流既包含了强制对流,又包含了自然对流.

假设直径为 d 的颗粒在宽为 $4d$ 通道的中心线上由静止开始沉降.颗粒密度略大于流体,通过改变颗粒的密度,可控制颗粒 x 方向达到的最终平衡速度.其中颗粒中心与计算区域的顶端和底端的距离均为 $7.5d$,颗粒与流体材料相同,密度比 $\rho_s/\rho_0 = 1.00232$, $Ra = 800$, $Pr = 0.7$.步长为 0.01 s ,计算时间为 60 s .

图 8 显示了不同情况下颗粒沉降速度随时间变化的情况.开始时颗粒速度随时间逐渐增大,经过一段时间后,颗粒速度都达到最大.等温情况下颗粒达到最大速度的时间最长,最终 Re 为 21.1 ,小于在热流体情况中最终的雷诺数,其最终 Re 为 35.7 .热流体情况下颗粒达到最终速度所需时间最短.在冷流体情况下,颗粒速度渐增到最大后又减小,之后也达到平衡,颗粒达到最终雷诺数所需时间最长,最终 Re 为 5.96 .其颗粒沉降速度变大之后又减小的原因是由于热对流引起流体运动的方向与颗粒运动方向

相反,形成了附加阻力.和前述三种情况不同,颗粒在溶解及热对流条件下沉降时,速度达到最大值后便一直下降,这是由于颗粒溶解重力减小大于流体阻力的减少所致.从颗粒受力中(图 9)也可以看出颗粒速度的变化规律.在冷颗粒热流体中,开始时颗粒受力最大,其加速度也最大,因此其达到最终平衡所需的时间最短.可以看出,达到平衡位置时颗粒受力都为 0.

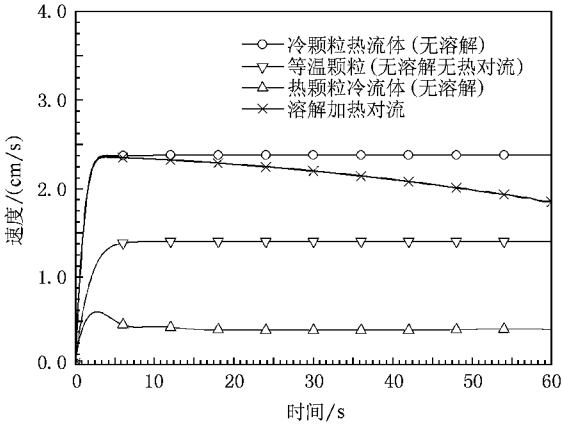


图 8 不同时刻颗粒沉降速度

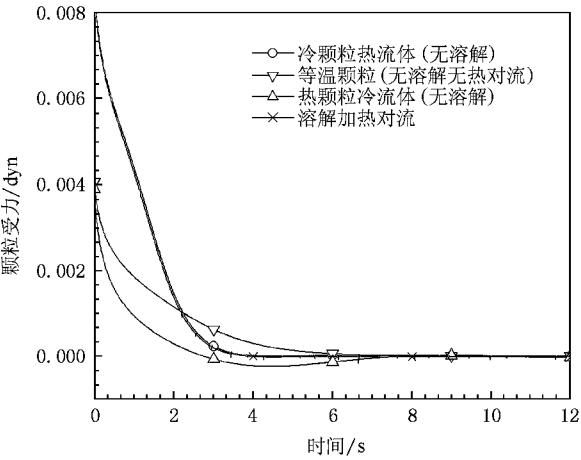


图 9 不同时刻颗粒受力($1\text{ dyn} = 10^{-5}\text{ N}$)

图 10 和图 11 为颗粒沉降时 y 方向位移及角速度变化情况.等温情况下,颗粒沿中心线垂直沉降,角速度也为 0,不会发生摆动.热颗粒在冷流体中沉降,颗粒摆动幅度较小,是由于热对流和颗粒尾部热膨胀的存在,引起了流场的不对称,导致了颗粒 y 方向的摆动.由于其沉降速度较小,所以摆动频率也较低.冷颗粒在热流体中沉降,由于不均匀的温度场

产生的热膨胀,在颗粒尾部形成了涡的脱落,使颗粒以中心线为对称位置摆动;在溶解及热对流条件下,颗粒溶解速度取决于颗粒表面上的热流密度,由于溶解速度的差异在颗粒不同时刻形成了不同的表面形态,使颗粒受力不对称,颗粒在初始时刻便偏离中心位置,与其他 3 种情况相比,偏离位置最大.

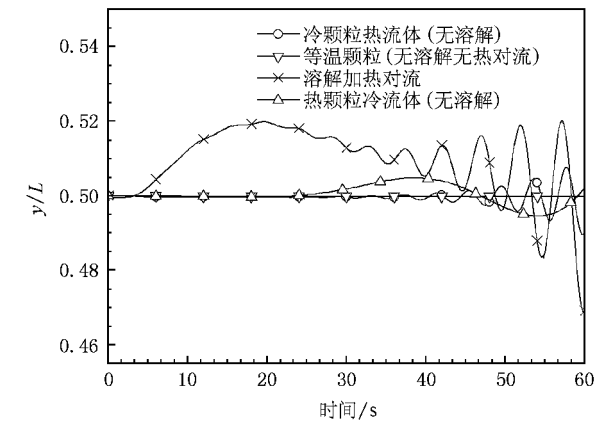


图 10 不同时刻颗粒沉降轨迹

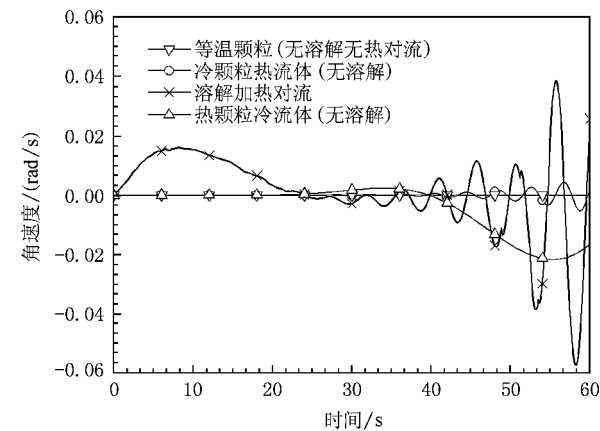


图 11 不同时刻颗粒角速度

图 12 为 4 种情况下颗粒周围流场及温度场,从

图 12(a)到(c),流场和温度场的不对称性逐渐增强.这是由于随着颗粒雷诺数的增大及颗粒溶解使颗粒表面形态发生了变化,颗粒尾部产生了涡的脱落,产生了非对称流场.图 12(b)和(c)的温度场在颗粒尾部也发生了扭曲,是由于热对流引起与颗粒沉降方向相同的流体流动.比较(a)和(d)情况下颗粒尾部区域可以看出,虽然冷流体热颗粒沉降的雷诺数较低,但其尾部的对流强度比等温情况下的强.

6. 结 论

本文对通道中一定雷诺数范围内的颗粒的沉降过程进行了直接数值模拟,分别模拟了流场和颗粒等温条件下不考虑热对流的颗粒沉降、在热流体和冷流体中考虑热对流的颗粒沉降、考虑热对流和颗粒溶解的沉降过程.模拟结果表明:

1)与等温颗粒相比,热对流引起了非等温颗粒沉降的发展进程和摆动幅度、沉降雷诺数的变化,且沉降雷诺数较低时,热对流使颗粒产生水平方向偏移.

2)冷颗粒在热流体中沉降,热对流引起流体流动的方向与颗粒沉降方向相同,尾部形成涡脱落,颗粒沉降发展进程加快,摆动幅度和沉降雷诺数增大;热颗粒在冷流体中沉降,热对流引起流体流动的方向与颗粒沉降方向相反,颗粒沉降发展进程减慢,摆动幅度和沉降雷诺数减小;颗粒在溶解条件下沉降,速度达到最大值后便逐渐降低,由于颗粒表面形态的变化,使颗粒偏离中心位置运动.

与以往研究等温惰性颗粒的运动规律相比,本文研究了溶解及热对流对颗粒运动的影响,在介观尺寸上阐明了该复杂流动中颗粒的运动规律、相间分界面的移动变形以及传热和流动的相互作用机理,得到了颗粒运动规律的新特性.

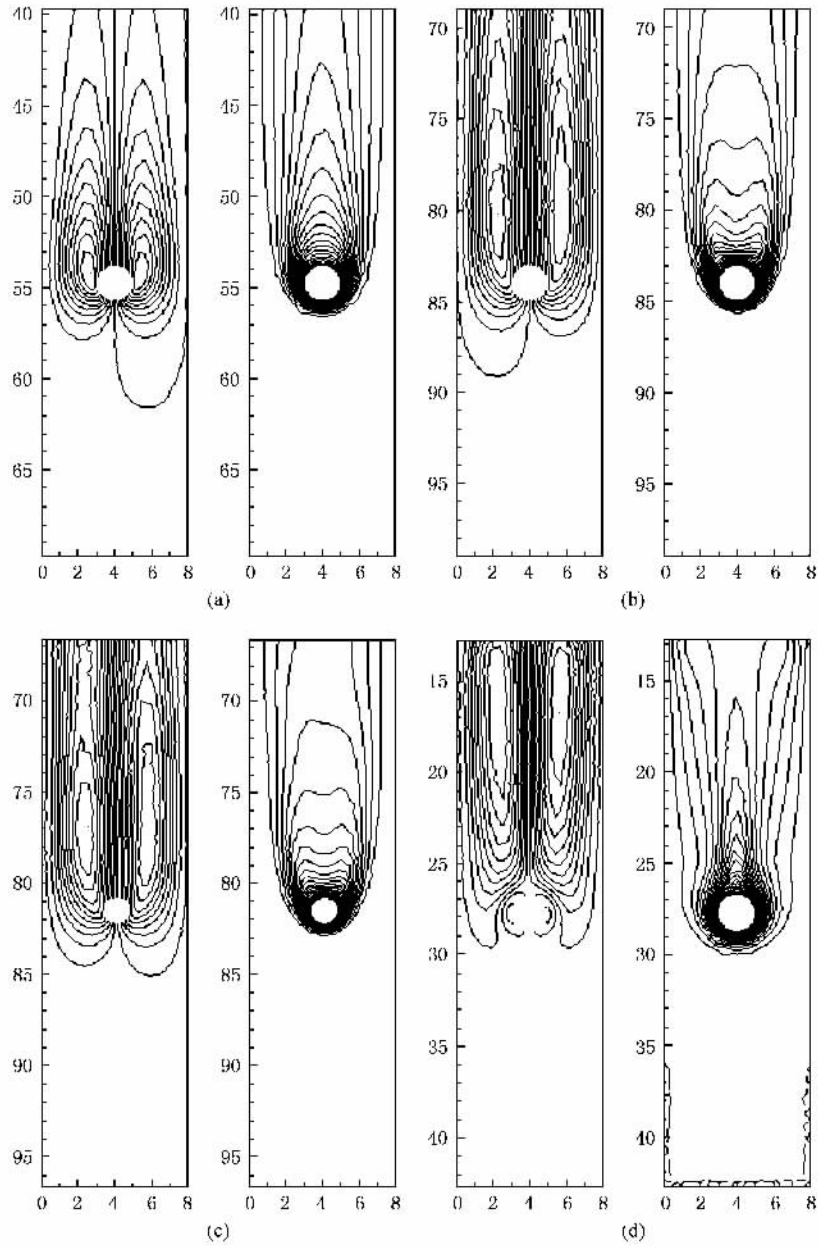


图 12 不同情况下两相流流场的流线和等温线 (a) 等温颗粒沉降流线和等温线 (b) 冷颗粒热流体流线和等温线 ; (c) 溶解及热对流流场的流线和等温线 (d) 热颗粒冷流体流场的流线和等温线

[1] Mezhericher M , Levy A , Borde I 2008 *Chem . Eng . Sci .* **63** 12

[2] Zhao S Y , Xue M S , Anthony W 2006 *J . Comput . Phys .* **217** 424

[3] Hao Y , Prosperetti A 1998 *APS/DFD Annual Meeting* , Philadelphia AA.03

[4] McLeod P , Riley D S , Sparks R S J 1996 *J . Fluid Mech .* **327** 303

[5] Shigeo A , Hideo I 2001 *Int . J . Therm . Sci .* **40** 724

[6] Juric D , Tryggvason G . 1998 *Int . J . Multiphase Flow .* **24** 387

[7] Guardo A , Coussirat M , Recasens F 2007 *Chem . Eng . Sci .* **62** 5503

[8] Feng J , Hu H H , Joseph D D 1994 *J . Fluid Mech .* **261** 95

[9] Hu H H , Joseph D D 1992 *Comput . Fluid Dyn .* **3** 285

[10] Gan H , Chang J Z , Feng J , Hu H H 2003 *J . Fluid . Mech .* **481** 385

[11] Chang , Finlayson 1987 *Numer . Heat Transfer .* **12** 179

[12] Dennis , Chang G Z 1970 *J . Fluid Mech .* **42** 471

[13] Kuehn , Goldstein 1976 *J . Fluid Mech .* **74** 695

[14] McLeod P , Riley D S 1996 *J . Fluid Mech .* **327** 393

[15] Kerr R C 1994 *J . Fluid Mech .* **280** 255

Direct simulation of the influence on the motion of particles in a Newtonian fluid by melting and convection^{*}

Liu Han-Tao[†] Tong Zhi-Hui An Kang Ma Li-Qiang

(*School of Mechatronice Engineering , North University of China , Taiyuan 030051 , China*)

(Received 25 October 2008 ; revised manuscript received 15 January 2009)

Abstract

The influence on the motion of single solid particles in a Newtonian fluid by melting and convection was directly simulated. The fluid motion was computed from the conservation laws. Density and viscosity change with the fluid temperature, the particles move according to the equations of motion of a rigid body under the action of gravity and hydrodynamic forces arising from the motion of the fluid. In the process of melting, a distinctive morphology develops due to the different heat flux around the particle's surface, and the thermal gradient determines the melting rate. The phases were coupled by the fluid-particle mutual force, force moment and the boundary conditions. In our study four different situations were considered, namely the sedimentation in isothermal fluid without thermal convection and melting, sedimentation in cool fluid and hot fluid without melting, and sedimentation with thermal convection and melting. The results showed that the vortex shedding arising from the natural convection changes the sedimentation velocity and induces horizontal oscillating.

Keywords : melting, thermal convection, two-phase flows, direct numerical simulation

PACC : 4710, 4755K, 9530L

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation for Young Scientists of Shanxi Province, China (Grant No. 2008021004), and the Fondation of North University of China (Grant No. 20081002).

[†] E-mail : lht@nuc.edu.cn