

传统中子幻数稳定性的研究^{*}

丁斌刚^{1)†} 张大立¹⁾ 鲁定辉²⁾

1) 浙江湖州师范学院理学院, 湖州 313000)

2) 浙江大学近代物理中心, 杭州 310000)

(2008 年 4 月 15 日收到, 2008 年 7 月 3 日收到修改稿)

在考虑了 BCS 理论的相对论平均场模型框架内, 通过系统研究 $N = 8, 20, 28, 50, 82$ 和 126 六条同中子素链中每个元素费米面附近的单粒子能级间隔、粒子数占有概率比以及原子核体系的粒子数偏离随质子数的变化规律, 讨论了传统中子幻数的壳结构在从中子滴线区到质子滴线区整个核谱上的稳定性, 预言只有在轻核的丰中子区域, 传统的中子幻数效应才可能消失, 并把计算结果和最近的文献报道作了比较.

关键词: 相对论平均场模型, 能级间隔, 占有概率, 粒子数偏离

PACC: 2160C, 2160E

1. 引言

原子核壳层模型的建立, 是核科学的重大进步, 据此提出的幻数结构, 已成功地解释了大量的核现象. 但是, 壳层模型毕竟是一个唯象模型, 它的实验基础主要来自于自然界存在的元素的丰度值和稳定性. 对于远离稳定区直至滴线区的不稳定核的壳结构描述, 却有待进一步改进. 近年来, 随着实验装置和实验技术的不断进步, 研究不稳定核的性质已变为可能. 所以, 研究原子核不稳定区域传统幻数的消失和新幻数的产生, 目前已成为核结构研究的一个重要分支, 因为它可以从新的角度了解核结构的稳定性随核子比率的变化规律, 进而提取核子间相互作用的重要信息. 国外的许多学者已从实验上对此进行了初步的研究, 如 Iwasaki 等^[1, 2]用放射性束¹²Be 和²⁰⁸Pb, ¹²C 及 $(\text{CH}_2)_n$ 靶的非弹性散射, 测出¹²Be 的 1^- 和 2_1^+ 能级及跃迁概率, 认为在¹²Be 中幻数 $N = 8$ 消失. Kimura 和 Horiuchi^[3]根据原子核的形变认为在³²Mg 和³⁰Ne 核中, $N = 20$ 的壳层已经被破坏. Werner 等^[4], Glasmacher 等^[5]和 Sarazin 等^[6]通过实验预言 $N = 28$ 幻数在丰中子区消失. Ozawa 等^[7]通过调查丰中子 p-sd 和 sd 壳区中子分离能 S_n 和相互作用截面 σ_1 得出近滴线区($T_z \geq 3$)新幻数 $N = 16$ 的存在.

Kanungo 等^[8]研究丰中子核 β 衰变能、单中子分离能和偶偶核第一激发态能量的系统性, 显示在丰中子区幻数 $Z = 16$ 和 $N = 30$ 的存在, 同时再次确认幻数 $N = 16$ 的存在. 但是, 通过实验方法获取不稳定核的相关数据绝非易事, 国内的同类报道还很少见. 所以, 利用现有的核模型, 从理论上研究不稳定核的性质, 验证或预言传统幻数的消失和新幻数的产生, 就成为一项很有意义的工作.

本文的目的是利用考虑了 BCS 理论的相对论平均场(RMF + BCS)模型, 通过系统研究 $N = 8, 20, 28, 50, 82$ 和 126 六条同中子素链中所有元素费米面附近的单粒子能级间隔、粒子数占有概率比以及原子核体系的粒子数偏离随质子数的变化规律, 探讨在原子核不稳定区内传统中子幻数的壳结构稳定性.

2. 理论模型

RMF + BCS 模型考虑了介子自由度, 用介子场的交换势代替了核子间的有效二体相互作用, 自动给出了自旋-轨道耦合和原子核的壳结构, 因而比经典的核模型有更加坚实的理论基础, 它在处理 β 稳定线和远离 β 稳定线区域的原子核性质方面, 都取得了极大的成功^[9, 10], 已成为研究原子核基态性质

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10675046)资助的课题.

[†] E-mail: dingbingang@163.com

的最有力的工具.关于相对论平均场的理论,已有许多文献论述^[11-13],下面仅给出简明的理论框架.

相对论平均场的出发点是一个包含核子和介子场的拉氏密度,即

$$\begin{aligned} L = & \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - M)\psi + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma \\ & - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 - \frac{1}{3}g_2\sigma^3 - \frac{1}{4}g_3\sigma^4 \\ & - \frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu}\Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega^\mu\omega_\mu - \frac{1}{4}R_{\mu\nu}\cdot R^{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_\mu\cdot\rho^\mu - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \\ & + g_\sigma\bar{\psi}\sigma\psi - g_\omega\bar{\psi}\gamma^\mu\omega_\mu\psi - g_\rho\bar{\psi}\gamma^\mu\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\rho}_\mu\psi \\ & - e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\frac{1+\tau_3}{2}\psi, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 ψ 和 M 代表核子场和核子质量,介子场分别为 σ , ω 和 ρ , 相应的质量和耦合常数分别是 m_σ , m_ω , m_ρ 和 g_σ , g_ω , g_ρ . g_2 , g_3 是 σ 介子的自相互作用非线性耦合常数. A^μ 代表光子场, $\boldsymbol{\tau}$ 是同位旋泡利算符, τ_3 是其第三分量.

矢量介子场张量 $\Omega^{\mu\nu}$, $R^{\mu\nu}$ 和电磁场张量取如下形式:

$$\begin{aligned} \Omega^{\mu\nu} &= \partial^\mu\omega^\nu - \partial^\nu\omega^\mu, \\ R^{\mu\nu} &= \partial^\mu\rho^\nu - \partial^\nu\rho^\mu, \\ F^{\mu\nu} &= \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu. \end{aligned} \quad (2)$$

运用变分原理可得出拉格朗日方程,在相对论平均场近似下有核子场满足的 Dirac 方程

$$\begin{aligned} & \{-i\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla + V(\mathbf{r}) \\ & + \beta[M + S(\mathbf{r})]\}\psi_i = \epsilon_i\psi_i, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $V(\mathbf{r})$ 表示矢量势

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}) = & g_\sigma\omega_0 + g_\rho\tau_3\rho_0(\mathbf{r}) \\ & + e\frac{1+\tau_3}{2}A_0(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (4)$$

$S(\mathbf{r})$ 表示标量势

$$S(\mathbf{r}) = g_\sigma\sigma(\mathbf{r}). \quad (5)$$

介子场的 Klein-Gordon 方程和电磁场方程分别为

$$\begin{aligned} & (-\Delta + m_\sigma^2)\sigma(\mathbf{r}) \\ = & -g_\sigma\rho_s(\mathbf{r}) - g_2\sigma^2(\mathbf{r}) - g_3\sigma^3(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (6)$$

$$(-\Delta + m_\omega^2)\omega_0(\mathbf{r}) = g_\omega\rho_v(\mathbf{r}), \quad (7)$$

$$(-\Delta + m_\rho^2)\rho_0(\mathbf{r}) = g_\rho\rho_3(\mathbf{r}), \quad (8)$$

$$-\Delta A_0 = e\rho_c(\mathbf{r}). \quad (9)$$

其中对应的源密度为

$$\rho_s = \sum_i n_i \bar{\psi}_i \psi_i, \quad (10)$$

$$\rho_v = \sum_i n_i \psi_i^\dagger \psi_i, \quad (11)$$

$$\rho_3 = \sum_p n_i \psi_p^\dagger \psi_p - \sum_n n_i \psi_n^\dagger \psi_n, \quad (12)$$

$$\rho_c = \sum_p n_i \psi_p^\dagger \psi_p. \quad (13)$$

这里只对价核子求和,忽略了负能态和真空极化的贡献. σ_0 , ω_0 , ρ_0 和 A_0 是介子场和光子场的时间分量, τ_3 是同位旋泡利算符第三分量, n_i 是核子的占有数. 粒子数的平均值是

$$\bar{n} = 2 \sum_i v_i^2, \quad (14)$$

其中

$$v_i^2 = \left\{ \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\epsilon_i - \lambda}{\sqrt{(\epsilon_i - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

是粒子在第 i 个能级上被占据的概率,而粒子在第 i 个能级上空着的概率为

$$u_i^2 = \left\{ \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\epsilon_i - \lambda}{\sqrt{(\epsilon_i - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (16)$$

并且满足

$$v_i^2 + u_i^2 = 1. \quad (17)$$

化学势 λ 可由下式确定

$$\sum_i n_i = Z \text{ (或 } N). \quad (18)$$

由上述公式,经过自洽迭代计算,可求得体系的单粒子能级 ϵ_i 和对应的占有概率 v_i^2 .

3. 计算结果和分析

在 RMF + BCS 模型计算中,我们假定原子核有轴对称形变,利用常见的 NL-3^[14] 相互作用参数组,对方程的求解在柱坐标系中采用谐振子展开方法.计算中对费米子波函数选用 12 个谐振子壳层,对玻色子波函数选用 20 个谐振子壳层.输入的形变参数 β 的初值选任意合理的值.经过验算,原子核的单粒子能级 ϵ_i 和占有概率 v_i^2 与能隙参数 Δ 有关,而在程序计算中, Δ 是作为参数预先输入的,故统一取 $\Delta_p = \Delta_n = 1$ MeV 以使计算结果只和壳结构有关(尽管已知在闭壳处 $\Delta_p = \Delta_n = 0$,但为了检测不同原子核的壳效应,必须假定并不知道闭壳在何处).

3.1. 费米面附近单粒子能级间隔的计算

设原子核体系费米面下面的能级为 ϵ_1 ,费米面上的能级为 ϵ_2 ,则定义原子核体系费米面附近的

单粒子能级间隔(以下简称能级间隔) $\Delta E = \epsilon_2 - \epsilon_1$. 而所谓幻数核,或者说稳定核,其本质特征之一就是在体系的费米面附近存在较大的能级间隔.为此,作为例证,我们首先沿核的稳定线,以中子数间隔为4,同时考虑所有中子幻数的方式,计算了整个中子谱上从 $N = 8$ 到 $N = 128$ 元素的能级间隔 ΔE ,结果如图1所示.图1清楚地显示,在所有幻数处,能级间隔都比其他核大,这说明我们采用的方法是有效的.在此基础上,我们系统地计算了 $N = 8, 20, 28, 50, 82$ 和 126 六条同中子素链中从中子滴线到质子滴线所有元素费米面附近的能级间隔 ΔE ,结果如图2所示.

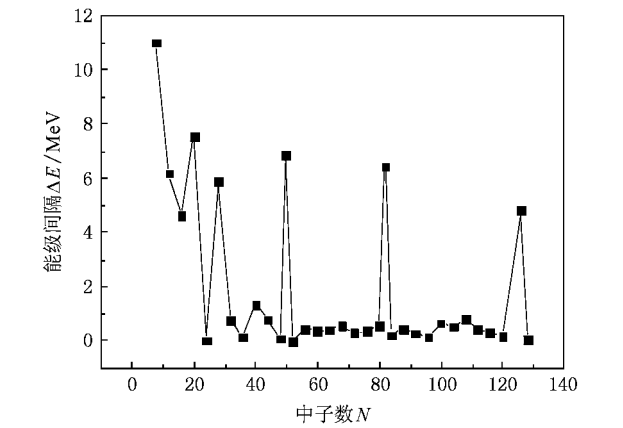


图1 原子核费米面附近单粒子能级间隔 ΔE 随中子数 N 的变化

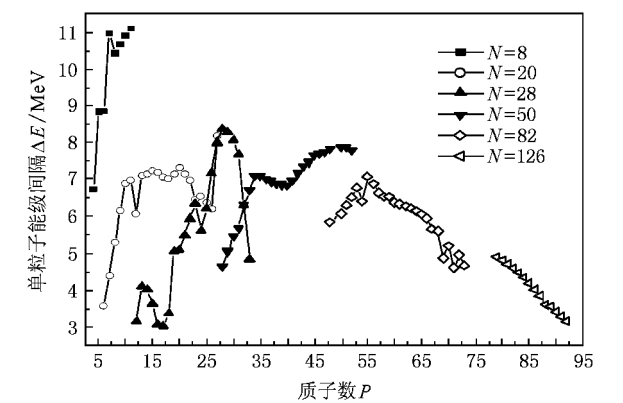


图2 $N = 8, 20, 28, 50, 82, 126$ 六条同中子素链费米面附近单粒子能级间隔随质子数 P 的变化

由图2不难发现,上述六条中子链的能级间隔随质子数的变化具有如下特征:①总体来看, $N = 8$ 链的间隔最大, $N = 20, 28, 50$ 的次之, $N = 126$ 的最小,这个规律和普通核的能级间隔随核子数增加而

下降的趋势是一致的,常见的对能隙经验公式 $\Delta = 11.2/\sqrt{A}$ 就是这种趋势的反映.②每条链的能级间隔变化规律不尽相同,反映了每条链中元素的稳定性各不相同,但 $N = 8, 20, 28$ 和 50 四条链具有共同的特点,即在丰中子区的能级间隔变小,稳定性变差,故在丰中子区的轻核中,传统的幻数有可能消失.③ $N = 82$ 链的能级间隔随质子数的变化不太大,说明该链比较稳定,即使在滴线区,仍能保持幻数核特征.④ $N = 126$ 链和其他四个链的情况相反,它的能级间隔随质子数的增加而减少,预示着仅在质子滴线处才可能出现中子幻数效应的减弱或消失.⑤ $N = 28$ 链中能保持较大能级间隔的元素最少,特别是在 ${}_{16}\text{S}_{28}$ 和 ${}_{17}\text{Cl}_{28}$ 附近,能级间隔出现拐点而达到最小值,预示着中子幻数效应在该处已完全消失,这个结论和 Werner, Glasmacher, Sarazin 等^[4-6]的观点是一致的.⑥对 $N = 20$ 链的计算结果并未显示 Kimura 和 Horiuchi^[3]认为在 ${}^{32}\text{Mg}$ 和 ${}^{30}\text{Ne}$ 核中, $N = 20$ 的壳层已经被破坏的结论.

3.2. 费米面附近单粒子能级占有概率比的计算

幻数核的第二个特征是稳定性,即粒子占据费米面以下能级的概率远大于占据费米面以上能级的概率,自发跃迁到上能级的概率极小.故此,我们同样计算了图1中的元素和上述六条中子链中所有元素费米面附近的单粒子能级占有概率比 $\eta = v_2^2/v_1^2$,其中 v_1^2 和 v_2^2 分别是费米面以下和以上能级的占有概率,计算结果如图3和图4.

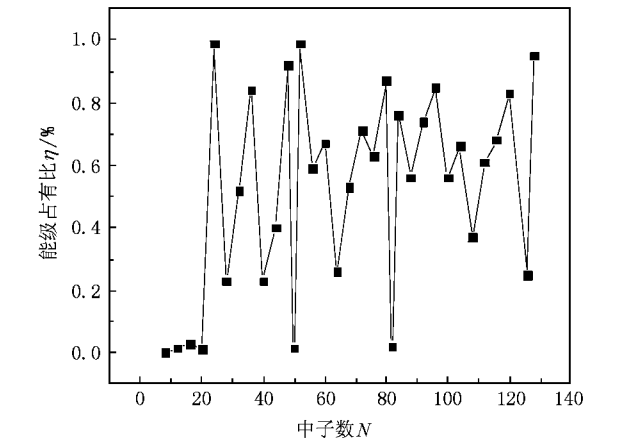


图3 原子核费米面附近单粒子能级占有比 η 随中子数 N 的变化

图3同样显示,在幻数处能级占有比 η 比相邻核要小.而从图4可得到和图2基本符合的结果,即

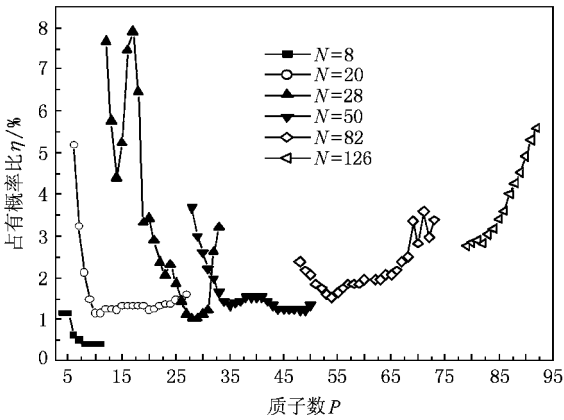


图 4 $N = 8, 20, 28, 50, 82, 126$ 六条同中子素链费米面附近单粒子能级占有概率比随质子数 P 的变化

能级间隔越大,占有概率比越小,进一步证明了我们的上述观点,也验证了我们所应用的 RMF + BCS 模型的计算结果是自洽的,同时,再次确认 $N = 28$ 链中 $^{16}\text{S}_{28}$ 和 $^{17}\text{Cl}_{28}$ 核附近中子幻数已经消失.但 $N = 8$ 链中所有元素的占有概率比特别小,再结合图 2 所示的结果, $N = 8$ 链中 ^{12}Be 的能级间隔仍达到 6.73 MeV.故根据我们的计算,Iwasaki 等^[12]认为在 ^{12}Be 中中子幻数已经消失的观点是值得进一步验证的.而在 $N = 20$ 链中, ^{30}Ne 和 ^{32}Mg 的能级占有比 η 很小,仍和 Kimura 和 Horiuchi^[31]的观点相悖.

3.3. 粒子数偏离的计算

BCS 理论波函数的最大缺陷是不能保证体系的粒子数守恒,尽管在理论计算中, v_i, u_i 和 λ 的选取力图使体系粒子数的平均值 $\bar{n}$ 等于实际的粒子数 n_0 ,但在实际计算中,由于壳层的选取不可能无限多,所以粒子数的偏离仍是不可避免的.我们定义粒子数的偏离是

$$\Delta n = n_0 - \bar{n} = n_0 - 2 \sum_i v_i^2. \quad (19)$$

由于 Δn 和原子核体系的粒子数相关,故以下的计算结果用相对偏离 $\Delta n/n$ (以下简称偏离)表示.按照原子核壳模型的观点,当核子数是幻数时,原子核最稳定,组态最单一,费米面以下的能级基本被占据, v_i^2 近似为 1,在费米面以上的能级基本空着, v_i^2 近似为零, $2 \sum_i v_i^2$ 最接近于 n_0 .所以,根据 (19) 式,相对其他普通核,幻数核的偏离应当是最小的.这也是验证幻数存在与否的一个可靠方法.为此,我们也同样计算了图 1 中的元素和上述六条中子链的中子

数偏离随粒子数的变化,结果如图 5 和图 6 所示.

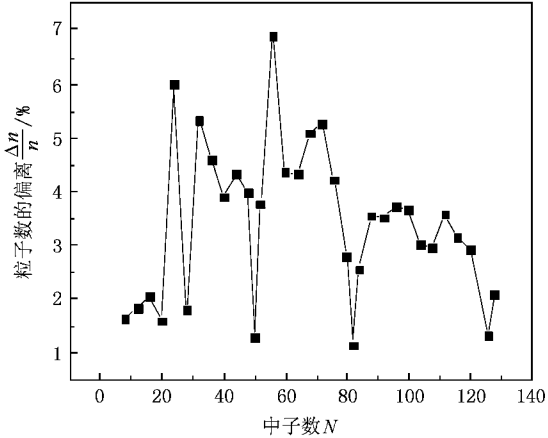


图 5 原子核的粒子数偏离 $\Delta n/n$ 随中子数 N 的变化

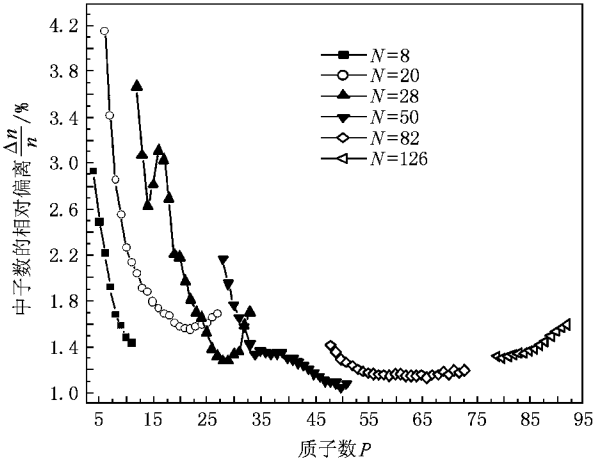


图 6 $N = 8, 20, 28, 50, 82, 126$ 五条同中子素链的中子数偏离 $\Delta n/n$ 随质子数 P 的变化

图 5 显示在幻数处,粒子数的偏离比相邻核要小,证明我们用粒子数偏离的大小检验幻数的方法也是有效的.图 6 同样显示了在轻核的丰中子区,粒子数的偏离比较大,并且在 $N = 28$ 链的 $^{16}\text{S}_{28}$ 和 $^{17}\text{Cl}_{28}$ 核附近粒子数偏离突然增大.而在 $N = 50$ 链的丰质子区和 $N = 82, 126$ 链,粒子数的偏离均比较小,再次证明这些元素仍是稳定核.和图 4 有差别的是,图 6 中在 $N = 8$ 滴线区的粒子数偏离并非很小,而 $N = 20$ 链的滴线区的粒子数偏离比 $N = 28$ 链的要大,这是因为图 6 计算的是粒子数的相对偏离.根据 BCS 理论,体系的粒子数越多,粒子数的相对偏离就越小,故我们认为图 6 显示了和图 2 和图 4 相似的结果.另外,还要注意 $N = 20$ 链,从图 2, 4, 6 均能发现越靠近中子滴线,核的稳定性越差,尽管从计算结果

并不能得出 Kimura 和 Horiuchi^[3]认为的³⁰Ne 和³²Mg 核的壳层已经被破坏的结论,但在极度丰中子区,粒子数偏离确实特别大,在这些核中幻数消失的可能性仍然存在.甚至我们可以设想由于实验条件的限制, Kimura 和 Horiuchi 无法对质子数比³⁰Ne 更少的 $N = 20$ 链中的其他核进行操作.

4. 小 结

原子核稳定的壳结构来自于两种核子数量的精确比率,而当这个比率发生变化时,原子核原有的稳定的幻数壳结构就会消失而变得不稳定,这是十分容易理解的,但这个原因至今仍不清楚.这个问题的最终解决,本质上涉及对核力的了解,这是核科学研究的首要任务.本文在 RMF + BCS 模型框架内,通过

能级间隔、占有概率比和粒子数偏离三个方面对六条幻数中子链进行了系统的研究(这三个方面本质上都是原子核体系的单粒子能级分布的表现),计算结果得到了比较一致的结论,即只有在轻核的丰中子区,中子幻数核的稳定性下降,幻数效应有可能消失.之所以有这种现象,我们认为主要在轻核的丰中子区,中子和质子的比例大于中、重核,比如,取上述六条链的中子滴线边缘第一个核,其中子和质子数的比分别为 2.33, 2.33, 1.79, 1.71 和 1.59,而在丰质子区,除 $N = 126$ 链上,其他链不可能出现中子幻数消失的现象,而且上述三个方面的计算都指明在 $N = 28$ 链中³⁰Ne 和³²Mg 核的中子幻数已经消失.另外,在图 3 和图 5 中, $N = 12$ 和 16 处的占有比 η 和粒子数偏离 $\Delta n/n$ 均十分小,也预示着即使在稳定的轻核中,中子能级也具有和一般核不同的性质.

- [1] Iwasaki H ,Motobayashi T ,Akiyoshi H 2000 *Phys. Lett. B* **491** 8
- [2] Iwasaki H ,Motobayashi T ,Akiyoshi H 2002 *Eur. Phys. J. A* **13** 55
- [3] Kimura M ,Horiuchi H 2002 *Prog. Theor. Phys.* **107** 33
- [4] Werner T R ,Sheikh J A ,Nazarewicz W 1994 *Phys. Lett. B* **333** 303
- [5] Glasmacher T ,Brown B A ,Chromik M J 1997 *Phys. Lett. B* **395** 163
- [6] Sarazin F ,Savajols H ,Mittig W 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 5062
- [7] Ozawa A ,Kobayashi T ,Suzuki T 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 5493
- [8] Kanungo R ,Taniguchi I ,Ozawa A 2002 *Phys. Lett. B* **528** 58
- [9] Geng L S ,Toki H ,Meng J 2005 *Prog. Theor. Phys.* **113** 785

- [10] Nerlo-Pomorska B ,Pomorski K ,Bartel J ,Dietrich K 2002 *Phys. Rev. C* **66** 051302
- [11] Gambhir Y K ,Ring P ,Thimet A 1990 *Ann. Phys.* **198** 132
- [12] Ring P ,Gambhir Y K ,Lalazissis D A 1997 *Comput. Phys. Commun.* **105** 77
- [13] Ding B G ,Lu D H ,Zhang D L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6905 (in Chinese) [丁斌刚、鲁定辉、张大立 2007 物理学报 **56** 6905]
- [14] Suk-Joon Lee ,Fink J ,Balantekin A B ,Strayer M R , Umar A S , Reinhard P G ,Maruhn J A ,Greiner W 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 2916

Stability of traditional neutron magic numbers^{*}

Ding Bin-Gang^{1†} Zhang Da-Li¹⁾ Lu Ding-Hui²⁾

¹ *X College of Science ,Huzhou Teachers College ,Huzhou 313000 ,China)*

² *X Institute of Modern Physics ,Zhejiang University ,Hangzhou 310000 ,China)*

(Received 15 April 2008 ; revised manuscript received 3 July 2008)

Abstract

By systematically analyzing the single particle level and the occupation probability near the Fermi surface ,and the rule of nuclear particle number deviations with proton numbers for $N = 8, 20, 28, 50, 82, 126$ neutron chains within the relativistic mean-field model with BCS theory ,we have discussed the stability of the shell structure for the traditional neutron magic in the whole range of nuclear spectrum from neutron line to proton line ,and predicted that traditional neutron magic number effect shall possibly disappear only in light neutron-rich nuclei . Our results are also compared with the results of other recent reports .

Keywords : relativistic mean-field model , energy level interval , occupation probability , particle number deviations

PACC : 2160C , 2160E

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10675046).

[†] E-mail :dingbingang@163.com