

平流涡度方程及其在 2006 年 Bilis 台风 分析中的应用*

周玉淑[†] 冉令坤

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100029)

(2009 年 4 月 3 日收到; 2009 年 6 月 11 日收到修改稿)

推导得到气压坐标中的动量叉乘形式的垂直涡度方程, 这个动量叉乘形式的涡度方程包含了水平风的平流旋转效应, 可称为平流涡度方程. 由于水平风场的平流作用可由等压面天气图直观分析得到, 因此平流涡度方程可方便用于实际天气分析. 对 2006 年的 Bilis 台风移动过程中由经典涡度方程和平流涡度方程计算得到的垂直涡度倾向进行对比分析发现, 二者计算得到的垂直涡度倾向变化的分布形式接近, 但平流涡度方程计算得到的倾向的数值明显大于经典涡度方程的数值, 正负涡度倾向区也更集中. 对 Bilis 移动过程中的垂直涡度方程和平流涡度方程中各项的计算分析表明, 水平风场的平流旋转作用是 Bilis 发展移动过程中垂直涡度变化的一个主要因素, 是造成垂直涡度增强并发展的主要原因. 因此, 当水平风场平流旋转效应较强时, 平流作用对垂直涡度倾向变化起主导作用, 可直接用平流项来近似分析 Bilis 台风的涡度变化. 而平流涡度方程中地转涡度和散度项的变化趋势与 Bilis 台风的移动路径有较好的一致性, 这一项对台风的移动路径预报有更好的指示意义.

关键词: 平流作用, 涡度方程, 台风

PACC: 9260X, 9260Y, 9260Q

1. 引 言

在流体力学中, 涡度用来表示流体质块的旋转程度和旋转方向, 是流体动力学的一个基本概念^[1]. 而流场中质点的涡度定义为流体质点的旋度, 其表达式为 $\boldsymbol{\zeta} = \nabla \times \mathbf{v}$, 其中 \mathbf{v} 是流体的三维速度. 涡度在大气科学研究中应用广泛, 如 Sherman^[2] 就曾用涡度方程来估算垂直速度, 从而确定暴雨落区; Sundstrom^[3] 用斜压涡度方程讨论了不稳定问题; Grotjahn^[4] 用无摩擦非线性的涡度方程研究了温带气旋中的涡度收支等. 当涡度与其他的气象要素场结合时会形成一些重要的新的物理量, 如位涡、湿位涡、对流涡度矢量及动力涡度矢量等, 在天气系统结构分析、暴雨落区及暴雨系统移动预报等研究中都有重要的指示作用^[5-10]. 虽然涡度有三个分量, 但是在大气运动中, 对于各种尺度天气系统的

发生发展过程, 垂直涡度变化都明显大于水平涡度变化. 而且, 由于大气运动是准水平的, 一般也只讨论水平面上的旋转, 对应的就是涡度的垂直分量 ξ

$$= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}. \text{ 涡度在大气运动中有重要的指示作用,}$$

各种天气系统的生成、发展和减弱均可用其垂直分量的变化加以表述^[11,12]. 因此, 垂直涡度成为天气分析和预报中的一个基本物理量, 垂直涡度方程也成为大气科学和流体力学中的一个基本方程, 被广泛用于天气、气候的分析、预报和理论研究, 一直是大气科学研究中的一个热点问题.

2. 经典涡度方程和全型涡度方程

在气压坐标中, 无摩擦大气的经典垂直涡度方程^[1,13,14]为

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \mathbf{v} \cdot \nabla (\xi + f) - (f + \xi) (\nabla_h \cdot \mathbf{v})$$

* 国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2009CB421505)、国家科技支撑计划 (批准号: 2008BAC37B01)、国家自然科学基金 (批准号: 40975034, 40875032) 和中国气象科学研究院灾害天气国家重点实验室开放基金 (批准号: 2008LASW-A01) 资助的课题.

[†] E-mail: zys@mail.iap.ac.cn

$$-\omega \frac{\partial \xi}{\partial p} + \mathbf{k} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial p} \times \nabla \omega \right) + \beta v,$$

其中, $\mathbf{v} \cdot \nabla(\xi + f)$ 为涡度平流, $(f + \xi)(\nabla_{\mathbf{h}} \cdot \mathbf{v})$ 为水平风场的辐合辐散效应造成的垂直涡度的变化, 称为辐散项, $\omega \frac{\partial \xi}{\partial p}$ 为垂直涡度的垂直输送项, $\mathbf{k} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial p} \times \nabla \omega \right)$ 反映了水平涡度在垂直方向的扭转效应, 称为涡度倾侧项, βv 为 β 效应造成的垂直涡度变化项, 由于影响较小, 实际计算中可以忽略. 关于经典垂直涡度方程中的各项物理意义的讨论, 参见文献[1, 13, 14]. 经典涡度方程在以往的研究中已得到广泛应用, 在推动数值天气预报的发展中起了重要作用. 但是, 天气实践表明^[12, 15], 激烈的天气过程和气候异常往往与大气的稳定性和斜压性的变异紧密相关, 但这些热力因子在该方程中均没有被考虑, 因此经典涡度方程的应用存在局限性.

基于位涡理论, 吴国雄等^[12] 推导得出全型涡度方程为

$$\frac{d\xi}{dt} + \beta v + (f + \xi)(\nabla_{\mathbf{h}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{h}}) = -\frac{1}{\alpha} \frac{d}{dt} \left(\frac{P}{\theta_z} - C_d \right),$$

其中, $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla$ 为全微分, $P = \alpha \xi_s \cdot \nabla \theta$, $\theta_z = \frac{\partial \theta}{\partial z}$ 为静力稳定度, $C_d = \alpha \nabla \times \mathbf{v} \cdot \frac{\nabla_{\mathbf{h}} \theta}{\theta_z} = \frac{\theta_s \xi_s}{\theta_z}$ 为热力学参数. 该方程克服了经典涡度方程中没有包含热力因子的局限, 同时包含了外界动力和热力强迫对涡度变化的影响. 此后, 吴国雄^[16] 继续对全型涡度方程和经典涡度方程进行了系统的比较, 并论述了全型涡度方程新的物理内涵, 认为全型涡度能够准确地表征激烈天气系统的发展过程. 但是, 陈忠明^[17] 通过对经典垂直涡度方程和全型垂直涡度方程的对比分析发现, 由位涡方程出发导出的全型垂直涡度方程也存在着不足: 在中性层结情况下, 方程不适用; 在一般情况下, 全型垂直涡度方程不能准确反映力管项 $-\nabla \alpha \times \nabla p$ 作用对垂直涡度变化的影响; 全型垂直涡度方程高估了倾斜涡度强迫对垂直涡度发展的作用.

从全型垂直涡度方程来看, 除了经典涡度方程中讨论的动力项(散度项)、非绝热加热项以及摩擦耗散项外, 静力稳定度变化 $\frac{d\theta_z}{dt}$ 和斜压性改变等热力因子对垂直涡度发展的影响都被考虑了. 当等位温(θ)面水平时, 全型垂直涡度方程与经典涡度方程趋于一致^[16], 但当 θ 倾斜时, 尤其是 θ 接近于垂

直时($\theta_z = \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$), 全型垂直涡度方程不再适用^[17]. 但是, 无论是经典涡度方程还是全型涡度方程, 除了涡度平流的水平和垂直输送外, 动力上主要还包含了散度对垂直涡度变化的影响. 而一个明显的事实是, 大气运动中, 水平风除了有散度效应外, 更显著的是其平流效应, 即水平风场对各个物理量的水平输送, 如温度平流、涡度平流、水汽平流等, 都被广泛用于天气系统发生、发展的分析. 如姚秀萍等^[18] 在分析热带对流层上空东风带影响西太平洋副热带高压活动时, 对垂直涡度方程的分析就表明, 在对涡度倾向变化的贡献中, 水平涡度平流的贡献最大, 而 β 效应的贡献最小. 水平涡度平流的增强对应的是水平风场平流作用的增强, 但经典涡度方程和全型涡度方程中都没有出现水平风场的平流作用对涡度变化的作用. 因此有必要考虑水平风场的平流作用对垂直涡度变化有无直接影响.

此外, 从经典涡度方程和全型涡度方程的各项来看, 散度项在其中都比较重要. 但是, 由于对水平散度的计算误差较大(因为散度计算是两个大量的小差, 实际计算结果总是比尺度分析的结果小一个量级), 最后可影响对垂直涡度变化的计算精度. 从涡度的计算准确性较高(风场的叉乘), 而散度计算误差较大(风场的点乘)可知, 可以把垂直涡度方程中的散度项改写为叉乘的形式来减小计算涡度变化时的误差. 最近, Kirk^[19] 在经典涡度方程的基础上, 得到了动量平流叉乘形式的垂直涡度方程表达式为

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)_c = -\mathbf{k} \cdot \nabla \times [(\mathbf{v}_c \cdot \nabla) \mathbf{v}_c] - \mathbf{k} \cdot \nabla \left(\omega_c \frac{\partial v_c}{\partial p} \right).$$

这个动量平流叉乘形式的垂直涡度方程把涡度方程改写为叉乘的形式, 计算中不再直接涉及散度计算, 从而可减小计算误差. 此方程已成功用于中尺度对流低涡系统涡度变化的诊断分析, 是对涡度方程的一个重要改进. 但是, 这个方程是建立在惯性系中, 坐标以地球球心为原点, 计算所用到的变量都是相对于这个惯性参考系的, 旋转球面上的点相对于坐标原点总是在变化, 对于业务工作中常用的气压坐标并不适用, 在实际计算中很难实现. 那么, 是否在气压坐标中也存在平流叉乘形式的垂直涡度方程? 如果可以得到气压坐标下的平流叉乘形式的垂直涡度方程, 则在减小计算误差的同时, 又

便于在实际业务工作中进行推广,这就是本文想要解决的问题.

3. 气压坐标中的平流涡度方程

在气压坐标中,设水平风矢量为 $\mathbf{V} = (u, v)$, 则有 $\mathbf{V} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$, 其中 u 为纬向风速, v 为径向风速, ω 为垂直速度, ϕ 为位势高度, ρ 为密度; 则必有 $u = u(x, y, p, t)$, $v = v(x, y, p, t)$, $\omega = \omega(x, y, p, t)$, $\phi = \phi(x, y, p, t)$, $\rho = \rho(x, y, p, t)$. 对应的水平动量方程为

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla u + \omega \frac{\partial u}{\partial p} - (f + \beta y)v = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla v + \omega \frac{\partial v}{\partial p} - (f + \beta y)u = -\frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad (1b)$$

静力方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{1}{\rho}, \quad (1c)$$

连续方程为

$$\nabla \cdot \mathbf{V} + \omega \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0. \quad (1d)$$

对方程(1a)取 y 方向的偏导, 对(1b)取 x 方向的偏导, 并做相减运算, 有

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + u \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \\ & + v \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} + \omega \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial p} \\ & + (f + \beta y) \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} \\ & - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} - v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} - \omega \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial p} \\ & + \beta v + (f + \beta y) \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

即

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} \\ & = -\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} - u \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \\ & - v \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} - \omega \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial p} - (f + \beta y) \frac{\partial u}{\partial x} \\ & + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ & + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} + \omega \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial p} - \beta v - (f + \beta y) \frac{\partial v}{\partial y}. \end{aligned}$$

垂直涡度定义为

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (3)$$

对方程(3)分别取时间偏导和 x, y, p 方向的偏导并相加, 有

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} + \omega \frac{\partial \xi}{\partial p} = \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} \\ & + u \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} \right) + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ & + \omega \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial p} - \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial p} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

把(2)式中的 $\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} \right)$ 代入(4)式, 得

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} + \omega \frac{\partial \xi}{\partial p} \\ & = -\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} \\ & - (f + \beta y) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} \\ & - \beta v - (f + \beta y) \frac{\partial v}{\partial y}. \end{aligned} \quad (5)$$

整理合并(5)式, 可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial t} & = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \xi - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) f \\ & - \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} + \beta \right) v - u \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} \\ & - \omega \frac{\partial \xi}{\partial p} - \beta y \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} - \beta y \frac{\partial v}{\partial y}. \end{aligned} \quad (6)$$

对 $-\left[\nabla \cdot \mathbf{V}(\xi + f + \beta y) \right]$ 展开, 可得

$$\begin{aligned} & -\left[\nabla \cdot \mathbf{V}(\xi + f + \beta y) \right] \\ & = -u \frac{\partial \xi}{\partial x} - (\xi + f + \beta y) \frac{\partial u}{\partial x} \\ & - \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} + \beta \right) v - (\xi + f + \beta y) \frac{\partial v}{\partial y}. \end{aligned} \quad (7)$$

把涡度 $\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ 代入(7)式, 有

$$\begin{aligned} & -\left[\nabla \cdot \mathbf{V}(\xi + f + \beta y) \right] \\ & = -u \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + u \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} \\ & - f \frac{\partial u}{\partial x} - \beta y \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ & - \beta v - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} - f \frac{\partial v}{\partial y} - \beta y \frac{\partial v}{\partial y}. \end{aligned} \quad (8)$$

取垂直方向的单位矢量为 $\mathbf{k} = (0, 0, 1)$, 展开 $-\mathbf{k} \cdot \left[\nabla \times \left(\omega \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial p} \right) \right]$ 得

$$\begin{aligned}
 & -\mathbf{k} \cdot \left[\nabla \times \left(\omega \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial p} \right) \right] \\
 & = -\frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} - \omega \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial p} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} + \omega \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial p}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

把(7)和(9)式代入(6)式可得

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \xi}{\partial t} = & \{ - [\nabla \cdot \mathbf{V} (\xi + f + \beta y)] \} \\
 & - \mathbf{k} \cdot \left[\nabla \times \left(\omega \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial p} \right) \right], \quad (10)
 \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \xi}{\partial t} = & -u \frac{\partial \xi}{\partial x} - (\xi + f + \beta y) \frac{\partial u}{\partial x} - \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} + \beta \right) v \\
 & - (\xi + f + \beta y) \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} - \omega \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial p} \\
 & + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} + \omega \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial p}. \quad (11)
 \end{aligned}$$

定义两个矢量 \mathbf{F} 和 $\boldsymbol{\eta}$ 分别为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F} & = \left(u - fy - \frac{1}{2}\beta y^2 \right) \mathbf{i} + v \mathbf{j}, \\
 \boldsymbol{\eta} & = \mathbf{V} \cdot \nabla \left(u - fy + \frac{1}{2}\beta y^2 \right) \mathbf{i} + \mathbf{V} \cdot (\nabla v) \mathbf{j},
 \end{aligned}$$

则 $\boldsymbol{\eta}$ 可进一步展开表示为

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\eta} & = \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \left(\frac{\partial u}{\partial y} - f - \beta y \right) \right] \mathbf{i} \\
 & + \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \mathbf{j}. \quad (12)
 \end{aligned}$$

可见, $\boldsymbol{\eta}$ 在 \mathbf{i} 和 \mathbf{j} 方向各自包含了纬向风速 u 和径向风速 v 的平流作用项 $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}$ 和 $u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}$, 尤其是在 \mathbf{j} 方向, 只有纯粹的径向风速 v 的平流.

$\boldsymbol{\eta}$ 的旋度在垂直方向的投影为

$$\begin{aligned}
 & -\mathbf{k} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{\eta}) \\
 & = -\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} - u \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} \\
 & + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + u \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - f - \beta y \right) \\
 & + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \beta \right). \quad (13)
 \end{aligned}$$

(13)与(8)式相差项为 $(f + \beta y) \frac{\partial u}{\partial x}$, 把 \mathbf{F} 和 $\boldsymbol{\eta}$ 代入涡度方程(10)后, 最终的垂直涡度方程就表示为

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \xi}{\partial t} = & -\mathbf{k} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{\eta}) - \mathbf{k} \cdot \left[\nabla \times \left(\omega \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial p} \right) \right] \\
 & - (f + \beta y) \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (14)
 \end{aligned}$$

由于 $\boldsymbol{\eta}$ 中包含了水平风场的平流旋转作用, 在涡度方程(14)中, 右端第一项就包含了水平风场的平流

旋转效应对垂直涡度变化的影响, 因此把这一项称为平流项; 第二项展开后与经典涡度方程中的倾侧项类似, 这里还是称为涡度倾侧项; 第三项与地转涡度和水平散度有关, 称为地转涡度和水平散度项, 与经典涡度方程也是类似的. 但是, 平流项是以往经典垂直涡度方程和全型垂直涡度方程中没有以平流形式表示出的项. 因此, 本文把这一形式的垂直涡度方程称为平流涡度方程.

4. 平流涡度方程在分析 Bilis 台风涡度变化中的应用

由于平流作用在大气运动中无处无时不在, 必然会对涡度输送有所作用. 在上一节中, 从大气运动的水平动量方程出发, 推得了包含水平风场平流旋转效应的平流涡度方程. 但在实际天气系统运动中平流项对涡度变化所起的作用, 还需要用实际个例的诊断分析来证明. 本节将对经典涡度方程的涡度倾向与平流涡度方程的涡度倾向做比较, 并详细分析平流涡度方程中各项对涡度变化的贡献. 由于台风是具有气旋性环流的系统, 且其环流中总是存在明显的平流输送和旋转, 所以本文就以台风系统为例来进行分析, 并可通过分析结果来预测台风移动方向, 为识别台风观测敏感区提供参考. 这里以 2006 年第 4 号台风 Bilis 移动过程中的涡度及其倾向变化为例进行分析, 所用资料为日本气象厅区域谱模式 (RSM) 再分析资料, 空间分辨率为 20 km, 时间分辨率为 6 h.

4.1. Bilis 台风简介

2006 年西北太平洋热带气旋活动频繁, 其中, 4 号台风 Bilis 于 7 月 8 日 (世界协调时, 下同) 下午在菲律宾以东的西北太平洋洋面上生成, 并向西北方向移动. 9 日下午加强为热带风暴, 11 日下午加强为强热带风暴, 并向台湾岛东北沿海靠近, 13 日在宜兰附近登陆, 登陆后向偏西方向移动穿过台湾岛北部, 于 13 日晚进入台湾海峡并继续向福建北部沿海靠近. 14 日在福建霞浦地区再次登陆, 之后向偏西方向移动, 强度逐渐减弱, 当天下午在福建闽侯县境内减弱为热带风暴, 但继续向偏西方向进发. 15 日凌晨进入江西, 下午在江西境内减弱为热带低气压, 随后减弱为低压, 向西偏南方向移动, 在穿越湖南、广西及云南等省区后, 于越南北部地区消亡. 该

强热带风暴减弱成低气压后深入内陆,其生命史之长,降雨强度之大,影响范围之广,在历史上极为少见. Bilis 台风在整个发展过程中,结构松散,中心附近对流不强,没有眼壁和风眼结构,没有统一的台风中心,风力不是特别强,但含水量大,造成南方地区大面积洪涝,以及山体滑坡、泥石流等次生灾害,是近十年来台风灾害导致伤亡人数最多的一次. 图 1 是 Bilis 从生成、发展为强热带风暴到登陆、消亡整个过程的移动路径.

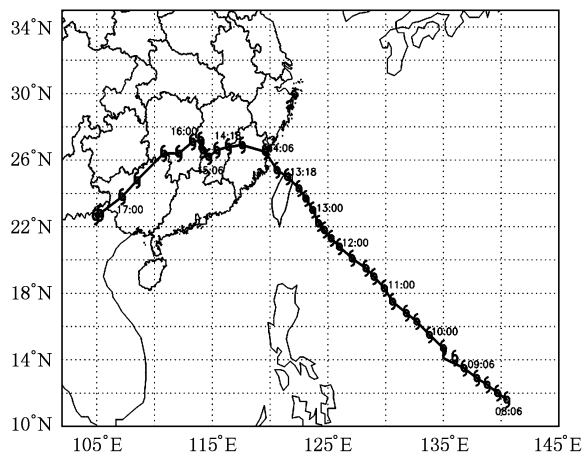


图 1 Bilis 的移动路径

4. 2. Bilis 台风涡度分析

图 2 是 Bilis 在 7 月 12 日 12 时和 13 日 18 时的 850 hPa 等压面上的水平风场的分布. 从图 2 可见, Bilis 的风场有明显的非对称结构, 7 月 12 日 12 时, 风速大值区在 Bilis 南部, 到了 13 日 18 时, 风速大值区则旋转到 Bilis 的东北象限, 移动方向呈偏西北方向. 登陆前 850 hPa 等压面上最大风速也是逐渐增加的, 7 月 12 日 12 时为 32 m/s, 到了 7 月 13 日 18 时增大到 44 m/s (见图 2). 在图 2 中, 除了有较强的水平风速外, 从矢量箭头所表示的水平风矢量分布来看, Bilis 的水平风场还有明显的旋转. 下面我们来研究 Bilis 移动发展中的涡度及其倾向变化, 对上一节推导得到的平流涡度方程右端的各项进行对比, 分析平流项在涡度方程中所起的作用.

图 3 是 7 月 12 日 18 时 850 hPa 等压面上的涡度场、经典涡度方程计算得到的涡度倾向, 平流涡度方程计算得到的涡度倾向, 以及平流涡度方程右端三项(平流项、涡度倾向项、地转涡度和水平散度项)的分布. 从图 3(a)可见, 7 月 12 日 18 时, 正涡度区主要在 Bilis 环流控制的区域, 涡度中心偏于 Bilis 环流的东部. 经典涡度方程计算得到的涡度倾

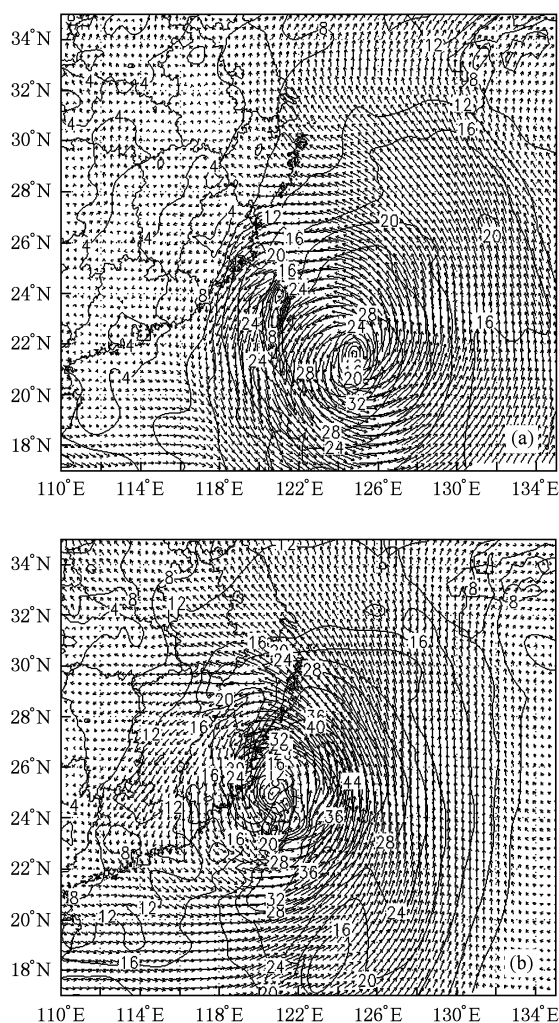


图 2 Bilis 在 850 hPa 等压面上的风场分布 (a) 7 月 12 日 12 时, (b) 7 月 13 日 18 时

向表明(见图 3(b)), Bilis 台风的西南部和东部主要是负涡度倾向区, 而正涡度倾向区则分为断裂的三小块, 主要位于 Bilis 的西部和北部小范围地区, 负涡度倾向的数值明显大于正涡度倾向的数值; 平流涡度方程计算得到的涡度倾向分布(图 3(c))则是明显的正涡度倾向出现在 Bilis 移动前端的西北区域, 而负涡度倾向区域出现在 Bilis 移动路径后端的东北部, 正负倾向的分布形势比较清楚. 虽然两个涡度方程的计算结果量级一致, 反映的趋势也大体一致, 都是西北部为正, 东南部为负, 与台风移动路径大致一致, 但平流涡度方程的大值中心偏于台风移动路径的右侧, 平流涡度方程的计算结果正负变化趋势分布相对简单, 对于判断台风未来的强度变化和移动趋势更清楚一些. 进一步分析平流涡度方程右端三项的分布(见图 3(d), (e), (f)), 可见, 平流项导致的涡度正倾向分布形势与整个涡

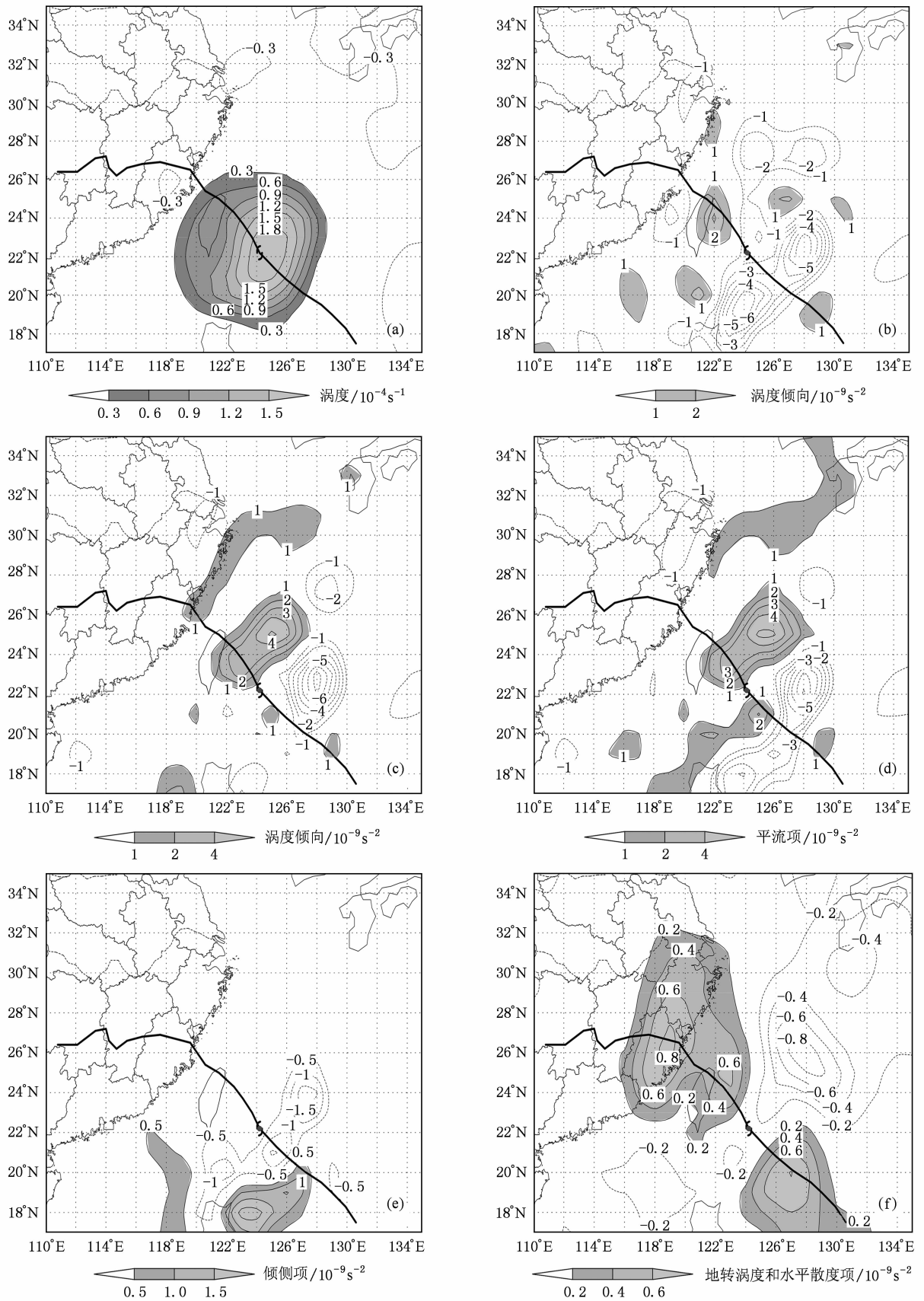


图3 2006年7月12日18时850 hPa等压面上的涡度和涡度倾向分布 图中阴影区为正值区,粗实线是 Bilis 台风的移动路径,台风符号表示当前时刻的台风中心位置。(a) 涡度,(b) 经典涡度方程计算的涡度倾向,(c) 平流涡度方程计算的涡度倾向,(d) 平流涡度方程中的平流项,(e) 平流涡度方程的倾侧项,(f) 平流涡度方程的地转涡度和水平散度项

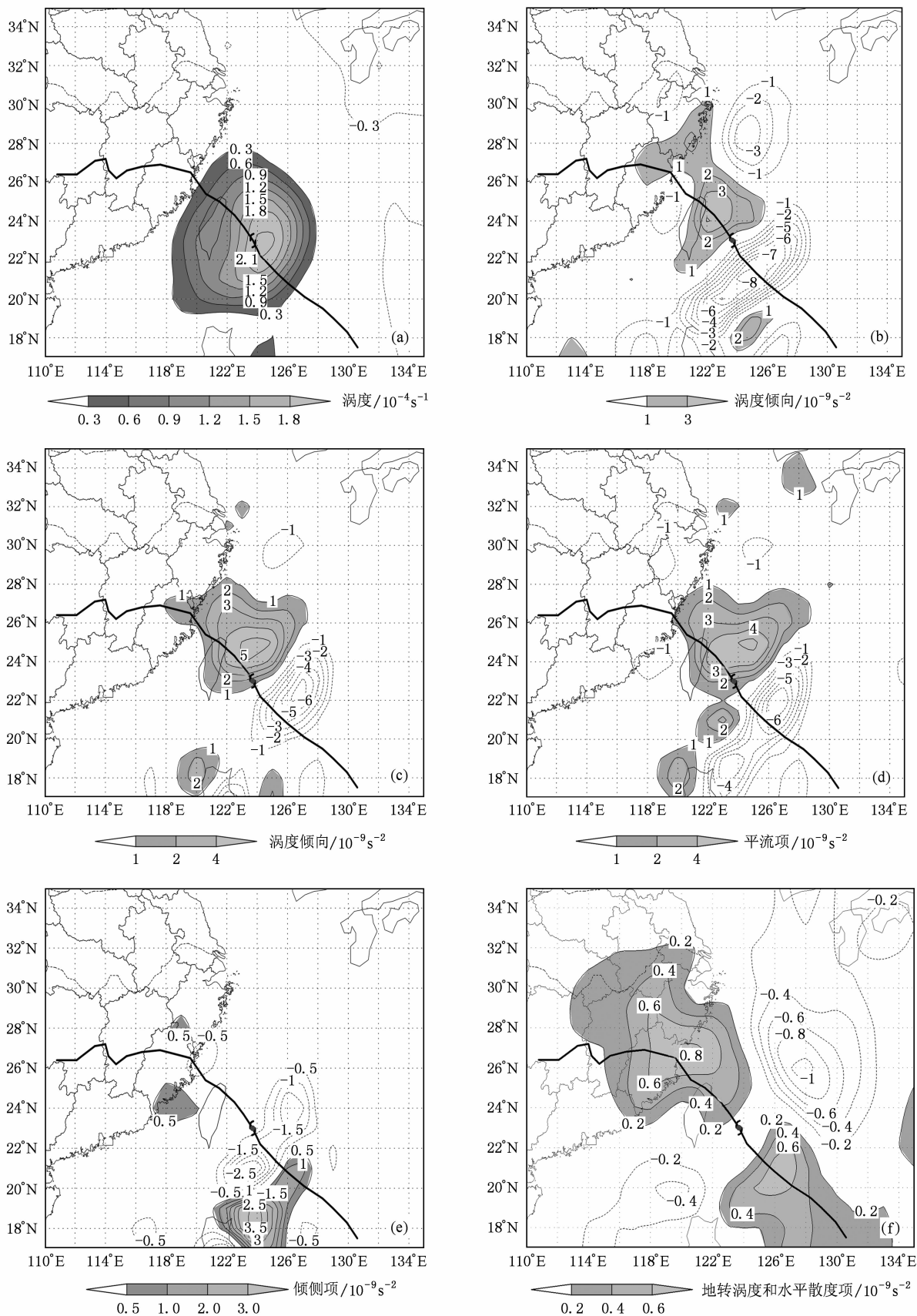


图4 2007年7月13日00时850 hPa等压面上的涡度和涡度倾向分布. 图中阴影区为正值区,粗实线是 Bilis 台风的移动路径,台风符号表示当前时刻的台风中心位置. (a) 涡度, (b) 经典涡度方程计算的涡度倾向, (c) 平流涡度方程计算的涡度倾向, (d) 平流涡度方程中的平流项, (e) 平流涡度方程的倾侧项, (f) 平流涡度方程的地转涡度和水平散度项

度变化的形势基本一致,且正倾向的中心值($5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$)明显大于另外两项(正倾向中心值分别为 $2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-2}$ 和 $0.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-2}$).这说明影响 Bilis 台风涡度变化的主要因素是平流项,这也是平流涡度方程能体现出的平流项的作用,而这个作用在经典涡度方程中没有明显反映出来.在台风移动前方的倾侧项变化(见图 3(e))很小,对台风强度变化及移动指示意义都不明确,而地转涡度和水平散度项虽然量级明显小于平流项,但其变化趋势的正值区及正中心与台风移动路径比较一致,可用来判断台风未来的走向.而平流项的数值明显大于其他两项,可用于近似表示台风的涡度变化.

图 4 是 7 月 13 日 00 时 850 hPa 等压面上的涡度场、经典涡度方程计算得到的涡度倾向、平流涡度方程计算得到的涡度倾向、平流项和其他两项的分布.从图 4(a)可见,在 7 月 13 日 00 时,正涡度区仍然主要出现在 Bilis 台风环流控制的区域,涡度中心仍然偏于 Bilis 环流的东部.虽然平流涡度方程计算的涡度正倾向中心值为 $5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (见图 4(c)),而经典涡度方程的计算结果为 $4 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (见图 4(b)),小于平流涡度方程的中心值,但经典涡度方程与平流涡度方程计算得到的涡度倾向分布在这个时刻基本一致,都是在台风的西北部为正,而东南部为负.正负涡度倾向的分布与 Bilis 移动路径基本一致,表明在这个时刻,两个涡度方程都能反映出 Bilis 台风的移动趋势.进一步分析平流涡度方程右端三项的分布(见图 4(d),(e),(f)),仍然可见,平流项导致的涡度正倾向分布形势与整个涡度变化的形势基本一致,且数值明显大于另外两项,也说明平流项是影响 Bilis 台风涡度变化的主要因素.在这个时刻,经典涡度方程及平流涡度方程的变化趋势都能指示出台风涡度变化及移动趋势,而地转涡度和水平散度项的正值区及正中心仍然保持与台风移动路径的高度一致,其与台风路径的一致性好于平流项,而倾侧项仍然对台风移动前方的涡度变化和路径都没有明确的指示意义.

再来看 6 小时后的 7 月 13 日 06 时的各个变量的分布情况.在图 5(a)中,正涡度区较前两个时刻更偏西北方向,涡度中心则随着风场大值区北移而偏于 Bilis 环流的东北部,涡度中心的非对称分布与风场的非对称结构保持一致.经典涡度方程计算得到的涡度倾向(见图 5(b))分布表明,在台湾岛东南部的洋面上有大片的负涡度倾向区,而正涡度倾

向区被分割为零星的 3 小块,但在台风移动路径前方只在台湾岛北部有一小块正涡度倾向区,更明显的正涡度倾向则是在较远处的福建浙江两省交界附近出现.而平流涡度方程计算得到的涡度倾向分布中,从东南沿海、台湾海峡一直到台湾岛中部以北区域呈现出一致的正涡度倾向,说明未来这些地区的涡度将会增强,也表明未来 Bilis 台风将向着东南沿海移动.这个由正涡度倾向位置表示出的移动趋势与 Bilis 的实际移动路径高度一致,因此这个趋势明显好于经典涡度方程计算的结果.这说明当平流作用很强时,没有包含平流旋转作用的经典涡度方程存在的不足,正好可以用平流涡度方程来弥补.同时,从图 5(d),(e),(f)也可以看出,在平流涡度方程中引起涡度变化的三项,仍然是平流项的分布形势(见图 5(d))与整个涡度倾向分布形势(图 5(c))最为接近,都是在 Bilis 台风的西北部为正,东南部为负.在 Bilis 的中心附近,由倾侧项(见图 5(e))及地转涡度项(见图 5(f))造成的涡度变化很小,反而是外围区域的数值要大于近中心区域.但地转涡度项的正倾向及其中心区继续保持在台风移动路径前方,仍然能较准确地指示台风移动路径.同时,平流项的值仍然明显大于倾侧项和地转涡度项,这进一步说明了平流项在 Bilis 台风涡度变化中起主导作用.

以上是对 850 hPa 层面的涡度、经典涡度方程以及平流涡度方程中各项的分析.从其他各层的情况来看,各项的分布在 500 hPa 以下的趋势基本一致,图 6 给出 7 月 12 日 00 时平流涡度方程中右端三项从 1000 hPa 到 500 hPa 等压面的平均分布.与以上 850 hPa 单层上的分布结果类似,平流项的量级大于其余两项,是台风涡度变化的主要决定因素;倾侧项对台风涡度变化及指示移动路径没有明确的贡献;而地转涡度和散度项的正倾向区及其中心位置都位于未来时刻的台风路径上,对预报台风路径有较好的指示作用,实际工作中可作为台风路径预报的参考量之一.因此,除了风场分解揭示的 Saomai 台风中低层无旋风分量表示的水平风辐合的区域外^[20],从 Bilis 台风的涡度倾向分析来看,在实际观测中,由水平风场的平流旋转导致的涡度倾向大值区与地转涡度和散度项正值区构成的区域也可作为参考依据之一来识别台风观测敏感区.

从以上涡度及其倾向变化来看,平流涡度方程计算的涡度倾向与经典涡度方程的计算结果或是

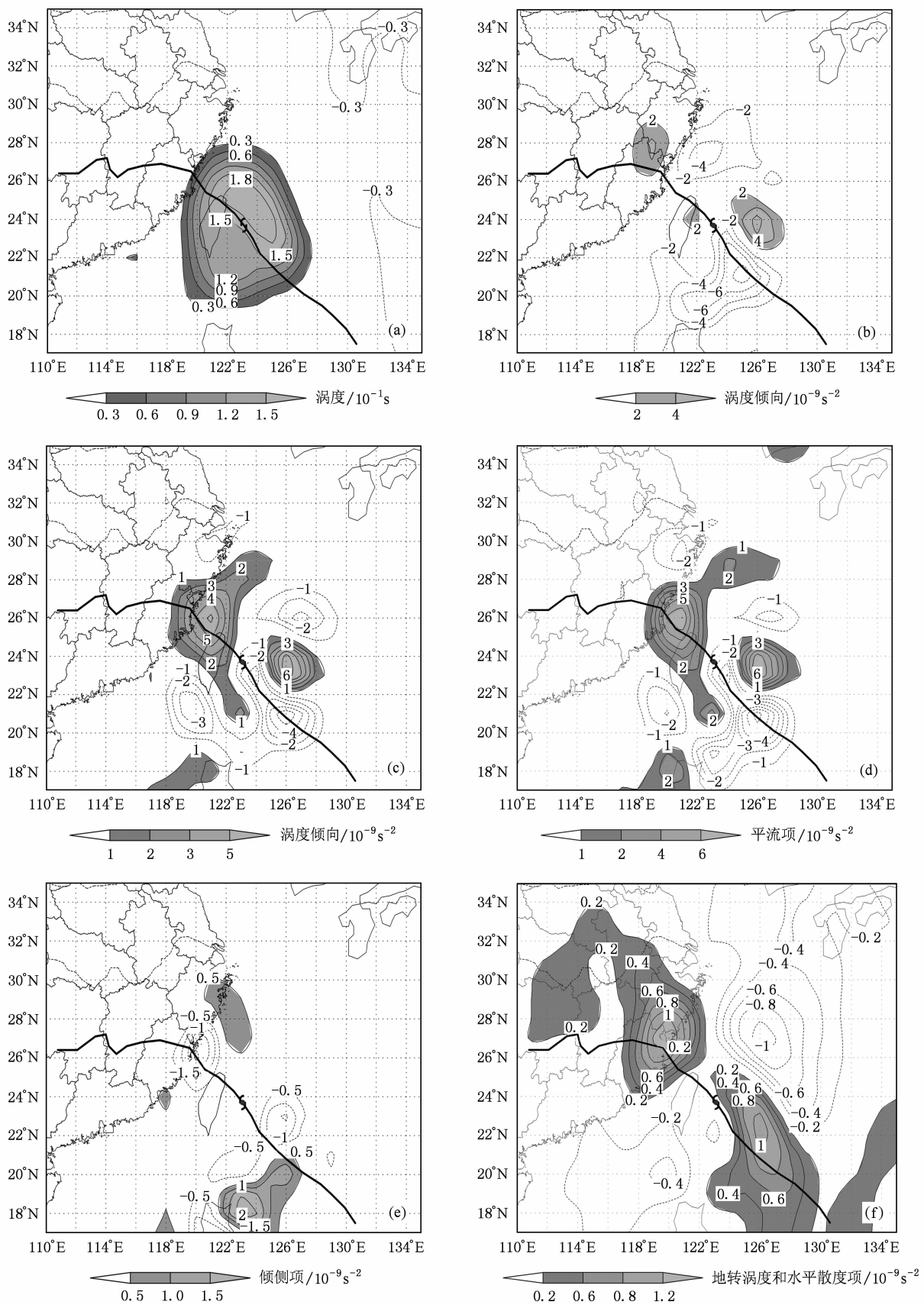


图5 2007年7月13日06时850 hPa等压面上的涡度和涡度倾向分布. 图中阴影区为正值区,粗实线是 Bilis 台风的移动路径,台风符号表示当前时刻的台风中心位置. (a) 涡度, (b) 经典涡度方程计算的涡度倾向, (c) 平流涡度方程计算的涡度倾向, (d) 平流涡度方程中的平流项, (e) 平流涡度方程的倾侧项, (f) 平流涡度方程的地转涡度和水平散度项

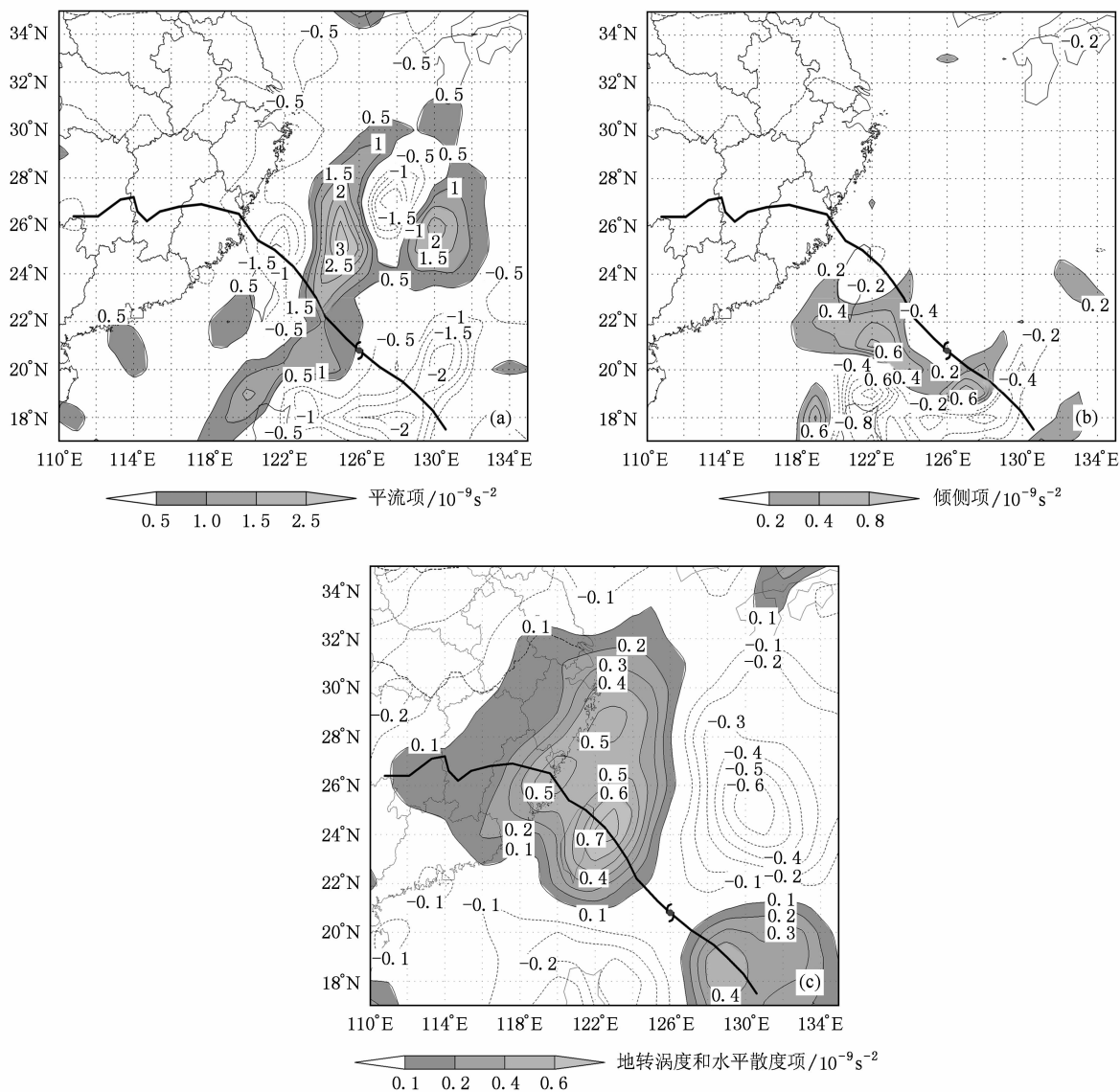


图 6 2006 年 7 月 12 日 00 时平流涡度方程中各项从 1000 hPa 到 500 hPa 等压面的平均分布 图中阴影区为正值区,粗实线是 Bilis 台风的移动路径,台风符号表示当前时刻的台风中心位置。(a) 平流项,(b) 倾侧项;(c) 地转涡度和水平散度项

类似(见图 4(b)和(c)),或是明显好于经典涡度方程的计算结果(见图 3(b),(c)和图 5(b),(c)).平流涡度方程计算的涡度倾向的分布区域比经典涡度方程计算的倾向更集中,更易于判断 Bilis 未来的移动.对影响垂直涡度变化的各项的计算结果表明,地转涡度及散度项虽然量级小,但其正倾向区总是能很好地指示出台风未来的移动路径,这对实际台风路径预报有一定的参考作用.在 Bilis 台风环流中,平流项是其涡度变化的主要影响因子,而这一项的作用在经典涡度方程中没有直接反映出来,所以经典涡度方程的计算结果有时体现不出明显的涡度倾向.当平流旋转作用较强时,平流涡度方

程就具有明显的优越性.以上诊断分析也表明在台风这种高度非地转,而且平流旋转作用强的天气系统中,水平风场的平流旋转效应确实是引起系统垂直涡度发展和变化的一个主要因素,这是对以往经典涡度方程的一个补充.

5. 结 论

推导了平流涡度方程,此方程中包含了以往经典垂直涡度方程和全型垂直涡度方程中直接表示出的水平风场的平流旋转作用.当水平风场的平流作用对垂直涡度倾向变化起主导作用时,平流涡度

方程对分析天气系统垂直涡度及其变化过程有明显的优越性. 对 2006 年 Bilis 台风移动发展过程的涡度及其倾向变化的诊断分析也表明, 水平风场的平流作用确实是其垂直涡度变化的一个重要原因, 是造成垂直涡度增强并发展的主要因子, 平流涡度方程能够体现平流作用较强时其旋转效应对垂直涡度的影响. 平流涡度方程弥补了以往涡度方程中没有直接表示出的水平风场的平流作用项, 是对涡

度方程的一个补充. 此外, 平流涡度方程中的地转涡度及散度项, 虽然量级小, 但其正倾向区总是能很好地指示出台风未来的移动路径, 这对实际台风路径预报有一定的参考价值. 因此, 从 Bilis 台风的涡度倾向分析来看, 由水平风场的平流旋转导致的涡度倾向大值区与地转涡度和散度项正值区可作为识别台风观测敏感区的参考依据之一.

- [1] Holton J R 2004 *An Introduction to Dynamic Meteorology* (4th Ed.) (Missouri: Elsevier) p535
- [2] Sherman L 1953 *J. Atmos. Sci.* **10** 399
- [3] Sundstrom A 1969 *Mon. Wea. Rev.* **97** 340
- [4] Grotjahn R 1996 *Mon. Wea. Rev.* **114** 2843
- [5] Haynes P H, McIntyre M E 1987 *J. Atmos. Sci.* **44** 828
- [6] Gao S T, Lei T, Zhou Y S, Dong M 2002 *Journal of Applied Meteorological Sciences* **13** 662 (in Chinese) [高守亭、雷霆、周玉淑、董敏 2002 应用气象学报 **13** 662]
- [7] Gao S, Wang X, Zhou Y 2004 *Geophys. Res. Lett.* **31** L12113
- [8] Gao S T, Zhou Y S, Lei T, Sun J H 2005 *Sci. China Ser. D* **48** 128
- [9] Gao S, Cui X, Zhou Y, Li X 2005 *J. Geophys. Res.* **110** D17104
- [10] Zhou Y S, Cao J, Wang D H 2007 *Journal of Applied Meteorological Sciences* **18** 755 (in Chinese) [周玉淑、曹洁、王东海 2007 应用气象学报 **18** 755]
- [11] Ye D Z, Li C Y, Wang B K 1988 *Dynamical Meteorology* (Beijing: Science Press) p340 (in Chinese) [叶笃正、李崇银、王毕魁 1988 动力气象学 (北京: 科学出版社) 第 340 页]
- [12] Wu G X, Liu H Z 1999 *Acta Meteor. Sin.* **57** 1 (in Chinese) [吴国雄、刘还珠 1999 气象学报 **57** 1]
- [13] Yang D S, Liu Y B, Liu S K 1980 *Dynamical Meteorology* (Beijing: Meteorological Press) pp187—188 (in Chinese) [杨大升、刘玉滨、刘式适 1980 动力气象学 (北京: 气象出版社) 第 187—188 页]
- [14] Wu R S, Dang R Q, Yu Z H 1983 *Dynamical Meteorology* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Publishers) pp24—32 (in Chinese) [伍荣生、党人庆、余志豪 1983 动力气象学 (上海: 上海科学技术出版社) 第 24—32 页]
- [15] Tao S Y 1980 *Torrential Rain in China* (Beijing: Science Press) p225 (in Chinese) [陶诗言 1980 中国之暴雨 (北京: 科学出版社) 第 225 页]
- [16] Wu G X 2001 *Acta Meteor. Sin.* **59** 385 (in Chinese) [吴国雄 2001 气象学报 **59** 385]
- [17] Chen Z M 2008 *Journal of Nanjing University (Natural Sciences)* **42** 535 (in Chinese) [陈忠明 2008 南京大学学报 (自然科学版) **42** 535]
- [18] Yao X P, Wu G X, Liu Y M, Liu H Z 2007 *Acta Meteor. Sin.* **65** 198 (in Chinese) [姚秀萍、吴国雄、刘屹岷、刘还珠 2007 气象学报 **65** 198]
- [19] Kirk J R 2007 *Mon. Wea. Rev.* **125** 801
- [20] Zhou Y S, Cao J, Gao S T 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6654 [周玉淑、曹洁、高守亭 2008 物理学报 **57** 6654]

Advective vorticity equation and its application to the vorticity variation of typhoon Bilis in 2006^{*}

Zhou Yu-Shu[†] Ran Ling-Kun

(*Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*)

(Received 3 April 2009; revised manuscript received 11 June 2009)

Abstract

The vorticity equation in the form of momentum cross multiplication is derived in pressure coordinate, in which the divergence term in the classic vorticity equation (CVE) does not appear. This vorticity equation in momentum cross multiplication form involves the rotation effect of the horizontal wind advection, which can be called the advective vorticity equation (AVE). Because the rotational effect of horizontal wind advection can be directly analyzed on the synoptic charts, this equation is easily applied to operational weather analysis. The vorticity and its tendency of typhoon Bilis occurred in July 2006, it is analyzed and the results show that the distributions of the vertical vorticity tendencies from the two equations are similar except that the values of AVE is larger than that of CVE, and positive vorticity tendency from AVE is more concentrated than that of CVE. The detailed analyses of the three terms on the right hand side of AVE indicated that the advective term is a leading factor in determining the change of vertical vorticity for the development of the typhoon Bilis. When the vorticity induced by the rotational effect of horizontal wind advection plays a dominant role, AVE shows advantages for the diagnosis and analysis of synoptic systems. Thus, the AVE is useful for analysis of the change of vorticity and diagnosis of the movement for typhoon Bilis. Furthermore, the tendency of the term related to geostrophic vorticity and divergence always accords with the track of Bilis, which means this term can be used as an indicator for track prediction of typhoon.

Keywords: advection effect, vorticity equation, typhoon

PACC: 9260X, 9260Y, 9260Q

^{*} Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2009CB421505), the National Key Technology Research and Development Program of the Ministry of Science and Technology of China (Grant No. 2008BAC37B01), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 40975034, 40875032), and the Opening Foundation of the State Key Laboratory of Severe Weather, Chinese Academy of Meteorological Sciences, China (Grant No. 2008LASW-A01).

[†] E-mail: zys@mail.iap.ac.cn