第 59 卷 第 3 期 2010 年 3 月
1000-3290/2010/59(03)/1403-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 59, No. 3, March, 2010

一类广义非线性扰动色散方程孤立波的近似解*

莫嘉琪[1)3)†]　陈贤峰[2)3)]

1)(安徽师范大学数学系, 芜湖　241000)

2)(上海交通大学数学系, 上海　200240)

3)(上海高校计算科学学院 E-研究院上海交通大学研究所, 上海　200240)

(2009 年 6 月 21 日收到;2009 年 6 月 29 日收到修改稿)

采用了一个简单而有效的技巧, 研究了一类非线性扰动色散方程. 首先引入求解相应典型方程的孤立波解. 然后利用同伦映射方法得到了原非线性扰动色散方程奇异孤立波的近似解.

关键词: 孤立波, 扰动色散方程, 同伦映射

PACC: 0230, 0340

1. 引　　言

孤立波在自然科学中有广泛的应用,诸如化学、生物学、应用数学、流体力学、场论、光学、等离子学等等都有多方面应用[1—8]. 近来研究孤立波解出现了许多新的方法,例如双曲正切法,齐次平衡法,Jacobi 椭圆函数法,辅助函数法等. 许多学者在散射光波、量子力学、大气物理、神经网络等做了许多有关孤立波方面的工作[9—16]. 孤立波和非线性色散方程也有很密切的联系,例如非线性色散 KdV 方程中的紧孤立波[17]等. 近来,求解一类非线性问题的方法不断产生和优化,包括平均法,边界层校正法,匹配法,多重尺度法等等. 同伦映射法[18,19]也是其中一种有效的新方法. 近来许多学者在非线性问题方面做了大量的工作[20—23]. 利用微分不等式等方法,作者等也做了一类反应扩散[24],催化控制系统[25],生态环境[26],激波[27],孤波[28—34],激光脉冲[35,36],海洋科学[37—39]和大气物理[40—42]等问题. 在本文中,我们讨论与近代物理有关的一个非线性扰动色散方程. 利用简单而有效的同伦映射方法得到了相应方程的奇异孤立波解的近似展开式.

2. 非线性扰动色散方程和同伦映射

考虑如下一个广义非线性扰动色散方程:

$$\begin{aligned} u_t - u_{xxt} + 2\omega u_x + \gamma u_{xxx} \\ + auu_x - 2u_x u_{xx} - uu_{xxx} \\ = f(u), \end{aligned} \tag{1}$$

其中 a, ω, γ 为常数, auu_x 为对流项, $-2u_x u_{xx}$ 和 uu_{xxx} 为色散项,而 f 为非线性扰动项,它是关于其变量在对应的区域内为充分光滑的函数.

一般来说,广义非线性扰动色散方程(1)是不能求出其精确解的. 为此,我们来求得方程(1)的孤立波解的近似式. 先引进波速为 c 的行波变换 $\xi = x - ct$, 则方程(1)为

$$\begin{aligned} Nu \equiv (2\omega - c)u_\xi + (\gamma + c)u_{\xi\xi\xi} \\ + auu_\xi - 2u_\xi u_{\xi\xi} - uu_{\xi\xi\xi} \\ = f(u). \end{aligned} \tag{2}$$

考虑与广义色散方程(1)式对应的无扰动项情形

$$Nu = 0. \tag{3}$$

由文献[17],设 $\varphi = \varphi(\xi)$, 满足

$$\varphi' = \varepsilon \sqrt{c_0 + c_1\varphi + c_2\varphi^2},$$

* 国家自然科学基金(批准号:40876010),中国科学院知识创新工程重要方向项目(批准号:KZCX2-YW-Q03-08),公益性行业(气象)科研专项(批准号:GYHY200806010),LASG 国家重点实验室专项经费,上海市教育委员会 E-研究院建设计划项目(批准号:E03004)和浙江省自然科学基金(批准号:6090104)资助的课题.

† E-mail: mojiaqi@ mail. ahnu. edu. cn

其中 $\varepsilon=\pm1$,r 为正常数,c_i,$i=0,1,2$ 为任意常数. 不难得到:当 $c_0=c_1^2/4c_2$,$c_2>0$ 时

$$\varphi=-\frac{c_1}{2c_2}+\exp(\varepsilon\sqrt{c_2}\xi). \tag{4}$$

当 $c_0=0$,$c_2<0$ 时

$$\varphi=-\frac{c_1}{2c_2}+\frac{\varepsilon c_1}{2c_2}\cos(\varepsilon\sqrt{-c_2}\xi). \tag{5}$$

令

$$\bar{u}=a_0+a_1\varphi+a_2\varphi^2, \tag{6}$$

其中 a_i,$i=0,1,2$ 为待定常数. 将(6)式代入方程(3),便可分别得到无扰动项色散方程(3)的解为

$$\bar{u}_1=\frac{3c-ac-6\omega-a\gamma}{2a}+a_1\exp\Big(-\sqrt{\frac{a}{3}}|\xi|\Big),\quad a>0, \tag{7}$$

它是尖峰奇异孤立波解和

$$\bar{u}_2=\frac{3c-ac-6\omega-a\gamma}{2a}\pm\frac{3a_1c_1}{2a}\psi(\xi)\cos\Big(\sqrt{-\frac{a}{3}}|\xi|\Big),\quad a<0, \tag{8}$$

其中 $\psi(\xi)=\begin{cases}1, & |\xi|\leqslant\pi/2,\\ 0, & |\xi|>\pi/2,\end{cases}$ 它是紧奇异孤立波解.

为了得到扰动色散方程(2)的近似解析解,我们引入如下的一个同伦映射 $H(u,s):R\times I\to R$[18,19]:

$$H(u,s)=Lu-L\tilde{u}_0+s[L\tilde{u}_0+g(u)-f(u)], \tag{9}$$

其中 $R=(-\infty,+\infty)$,$I=[0,1]$,$\tilde{u}_0$ 为扰动色散方程(2)的初始近似函数,它将在下面确定,而

$$\begin{aligned}g(u)&\equiv\bar{g}(u,u_\xi,u_{\xi\xi},u_{\xi\xi\xi})\\&=auu_\xi-2u_\xi u_{\xi\xi}-uu_{\xi\xi\xi},\\ Lu&=(2\omega-c)u_\xi+(c+\gamma)u_{\xi\xi\xi}.\end{aligned}$$

显然,由关系式(9),$H(u,1)=0$ 与广义扰动色散方程(2)相同. 故方程(2)的行波解 u 就是 $H(u,s)=0$ 的行波解当 $s\to1$ 的情形.

3. 孤立波近似解的计算

令

$$u=\sum_{i=0}^{\infty}u_i(\xi)s^i. \tag{10}$$

将(10)式代入式 $H(u,s)=0$,比较方程 $H(u,s)=0$ 关于 s 的同次幂的系数. 由 s 的零次幂的系数得

$$L(u_0)=L(\tilde{u}_0). \tag{11}$$

取 $\tilde{u}_0$ 为无扰动项的非线性色散方程(3)的尖峰奇异孤立波解 $\bar{u}_1$. 于是由(7),(11)式得到

$$u_0(\xi)=\frac{3c-ac-6\omega-a\gamma}{2a}+a_1\exp\Big(-\sqrt{\frac{a}{3}}|\xi|\Big),\quad a>0. \tag{12}$$

在 $H(u,s)=0$ 中,取关于 s 的一次幂的系数得

$$L(u_1)=f(u_0). \tag{13}$$

不难得到线性方程(13)在 $u_1(0)=0$ 下的解为

$$\begin{aligned}u_1(\xi)=&\frac{1}{\sqrt{(2\omega-c)(\gamma+c)}}\\&\times\int_0^{\xi}\int_0^{\xi_1}f(u_0(\xi_2))\\&\times\sin\Big(\sqrt{\frac{2\omega-c}{\gamma+c}}(\xi_1-\xi_2)\Big)\\&\times d\xi_2d\xi_1.\end{aligned} \tag{14}$$

由(9)式,比较 $H(u,s)=0$ 的 s 的二次幂的系数得

$$L(u_2)=F(u_0,u_1), \tag{15}$$

其中 u_0,u_1 分别由(12),(14)式表示. 而

$$F(u_0,u_1)=\Big[-\frac{\partial}{\partial s}\Big(g\Big(\sum_{i=0}^{\infty}u_is^i\Big)+f\Big(\sum_{i=0}^{\infty}u_is^i\Big)\Big)\Big]_{s=0}. \tag{16}$$

同样,不难得到方程(15)在 $u_2(0)=0$ 下的解为

$$\begin{aligned}u_2(\xi)=&\frac{1}{\sqrt{(2\omega-c)(\gamma+c)}}\\&\times\int_0^{\xi}\int_0^{\xi_1}F(u_0(\xi_2),u_1(\xi_2))\\&\times\sin\Big(\sqrt{\frac{2\omega-c}{\gamma+c}}(\xi_1-\xi_2)\Big)\\&\times d\xi_2d\xi_1.\end{aligned} \tag{17}$$

于是由(10),(12),(14),(17)式,并考虑到行波变换 $\xi=x-ct$,广义非线性扰动色散方程(1)的尖峰奇异孤立波解 $u_{\rm peakon}$ 的二次近似式为

$$\begin{aligned}u_{\rm peakon}(t,x)\approx&\frac{3c-ac-6\omega-a\gamma}{2a}\\&+a_1\exp\Big(-\sqrt{\frac{a}{3}}|x-ct|\Big)\\&+\frac{1}{\sqrt{(2\omega-c)(\gamma+c)}}\end{aligned}$$

$$\times \int_0^{x-ct}\int_0^{\xi_1}\left[f\left(\frac{3c-ac-6\omega-a\gamma}{2a}+a_1\exp\left(-\sqrt{\frac{a}{3}}|\xi_2|\right)\right)+F(u_0(\xi_2),u_1(\xi_2))\right]\times\sin\left(\sqrt{\frac{2\omega-c}{\gamma+c}}(\xi_1-\xi_2)\right)\times d\xi_2 d\xi_1,\quad a>0, \tag{18}$$

其中 u_0,u_1 分别由(12),(14)式表示, F 由(16)式表示.

类似地,取 $\tilde{u}_0$ 为无扰动项的非线性色散方程(3)的紧奇异孤立波解 $\bar{u}_2$. 于是由(8),(11)式得到

$$u_0=\frac{3c-ac-6\omega-a\gamma}{2a}\pm\frac{3a_1c_1}{2a}\psi(\xi)\cos\left(\sqrt{-\frac{a}{3}}|\xi|\right),\quad a<0. \tag{19}$$

以及

$$u_1(\xi)=\frac{1}{\sqrt{(2\omega-c)(\gamma+c)}}\times\int_0^{\xi}\int_0^{\xi_1}f(u_0(\xi_2))\times\sin\left(\sqrt{\frac{2\omega-c}{\gamma+c}}(\xi_1-\xi_2)\right)\times d\xi_2 d\xi_1. \tag{20}$$

同样可得到(10)式中的 u_2. 于是不难得到广义非线性扰动色散方程(1)的紧奇异孤立波解 $u_{\text{compacton}}$ 的二次近似式为

$$u_{\text{compacton}}(t,x)\approx\frac{3c-ac-6\omega-a\gamma}{2a}\pm\frac{3a_1c_1}{2a}\psi(\xi)\cos\left(\sqrt{-\frac{a}{3}}|\xi|\right)+\frac{1}{\sqrt{(2\omega-c)(\gamma+c)}}\times\int_0^{x-ct}\int_0^{\xi_1}\left[f\left(\frac{3c-ac-6\omega-a\gamma}{2a}\pm\frac{3a_1c_1}{2a}\psi(\xi)\cos\left(\sqrt{-\frac{a}{3}}|\xi|\right)\right)+F(u_0(\xi_2),u_1(\xi_2))\right]\times\sin\left(\sqrt{\frac{2\omega-c}{\gamma+c}}(\xi_1-\xi_2)\right)\times d\xi_2 d\xi_1,\quad a<0, \tag{21}$$

其中 u_0,u_1 分别由(19),(20)式表示, F 仍然由(16)式表示.

用同样的方法比较关系式 $H(u,s)=0$ 关于 s 的更高次幂的系数,可得到广义非线性扰动色散方程(1)的更高次尖峰奇异孤立波和紧奇异孤立波的近似解.

4. 举　　例

现讨论一个特殊的广义非线性扰动色散方程,它的扰动项为 $f=r\exp u$, 其中 r 为常数. 这时方程(1)为

$$u_t-u_{xxt}+2\omega u_x+\gamma u_{xxx}+auu_x-2u_xu_{xx}-uu_{xxx}=r\exp u. \tag{22}$$

利用同伦映射方法,由(18)式得到广义非线性扰动色散方程(22)的尖峰奇异孤子波解 $u_{\text{pwakon}}(t,x)$ 的二次近似式为

$$u_{\text{peakon}}(t,x)\approx\frac{3c-ac-6\omega-a\gamma}{2a}+a_1\exp\left(-\sqrt{\frac{a}{3}}|x-ct|\right)+\frac{r}{\sqrt{(2\omega-c)(\gamma+c)}}\times\int_0^{x-ct}\int_0^{\xi_1}\Big[\Big(\exp\Big(\frac{3c-ac-6\omega-a\gamma}{2a}+a_1\exp\left(-\sqrt{\frac{a}{3}}|\xi_2|\right)\Big)\times((1+u_1)-a(u_0u_{1\xi}+u_1u_{0\xi})+2(u_{0\xi}u_{1\xi\xi}+u_{1\xi}u_{0\xi\xi})+(u_0u_{1\xi\xi\xi}+u_1u_{0\xi\xi\xi}))_{\xi=\xi_2}\Big]\times\sin\left(\sqrt{\frac{2\omega-c}{\gamma+c}}(\xi_1-\xi_2)\right)\times d\xi_2 d\xi_1,\quad a>0,$$

其中

$$u_0(\xi)=\frac{3c-ac-6\omega-a\gamma}{2a}+a_1\exp\left(-\sqrt{\frac{a}{3}}|\xi|\right),$$

$$u_1(\xi)=\frac{r}{\sqrt{(2\omega-c)(\gamma+c)}}\times\int_0^{\xi}\int_0^{\xi_1}\exp\left(\frac{3c-ac-6\omega-a\gamma}{2a}+a_1\exp\left(-\sqrt{\frac{a}{3}}|\xi_2|\right)\right)$$

$$\times \sin\left(\sqrt{\frac{2\omega - c}{\gamma + c}}(\xi_1 - \xi_2)\right) \times \mathrm{d}\xi_2\mathrm{d}\xi_1.$$

同样可利用同伦映射方法，由(21)式得到广义非线性扰动色散方程(22)的紧奇异孤子波解 $u_{\mathrm{compacton}}(t,x)$ 的二次近似式为

$$\begin{aligned}u_{\mathrm{compacton}}(t,x) \approx{}& \frac{3c - ac - 6\omega - a\gamma}{2a} \pm \frac{3a_1c_1}{2a}\psi(\xi)\cos\left(\sqrt{-\frac{a}{3}|\xi|}\right) \\ &+ \frac{r}{\sqrt{(2\omega - c)(\gamma + c)}} \times \int_0^{x-ct}\int_0^{\xi_1}\Big[\Big(\exp\Big(\frac{3c - ac - 6\omega - a\gamma}{2a} \pm \frac{3a_1c_1}{2a}\psi(\xi)\cos\left(\sqrt{-\frac{a}{3}|\xi|}\right)\Big)\Big) \\ &\times((1 + u_1) - a(u_0u_{1\xi} + u_1u_{0\xi}) + 2(u_{0\xi}u_{1\xi\xi} + u_{1\xi}u_{0\xi\xi}) + (u_0u_{1\xi\xi\xi} + u_1u_{0\xi\xi\xi}))_{\xi=\xi_2}\Big] \\ &\times \sin\left(\sqrt{\frac{2\omega - c}{\gamma + c}}(\xi_1 - \xi_2)\right) \times \mathrm{d}\xi_2\mathrm{d}\xi_1, \quad a < 0,\end{aligned}$$

其中

$$u_0(\xi) = \frac{3c - ac - 6\omega - a\gamma}{2a} \pm \frac{3a_1c_1}{2a}\psi(\xi)\cos\left(\sqrt{-\frac{a}{3}|\xi|}\right),$$

$$\begin{aligned}u_1(\xi) ={}& \frac{r}{\sqrt{(2\omega - c)(\gamma + c)}} \times \int_0^{\xi}\int_0^{\xi_1}\exp\Big(\frac{3c - ac - 6\omega - a\gamma}{2a} \pm \frac{3a_1c_1}{2a}\psi(\xi)\cos\left(\sqrt{-\frac{a}{3}|\xi|}\right)\Big) \\ &\times \sin\Big(\sqrt{\frac{2\omega - c}{\gamma + c}}(\xi_1 - \xi_2)\Big)\mathrm{d}\xi_2\mathrm{d}\xi_1.\end{aligned}$$

继续利用同伦映射关系式(9)，可以得到非线性扰动色散方程(1)在 $f = r\sin u$ 情况下尖峰奇异孤立波解 $u_{\mathrm{pwakon}}(t,x)$ 和紧奇异孤立波解 $u_{\mathrm{compacton}}(t,x)$ 的任意次近似表示式.

5. 近似解的精度

为了说明用同伦映射方法得到的近似解的精度. 我们来考虑非线性扰动色散方程(22). 这里假设 $0 < r \ll 1$.

不难看出，在选定初始近似是对应于无扰动色散方程解的情况下，利用同伦映射关系式(9)及 $L(u) = -\gamma u_{xxx} + auu_x - 2u_xu_{xx} - uu_{xxx} + r\exp u$，可以证明

$$L(u_i(\xi)) = O(r^{i-1}),$$
$$|\xi| \leqslant M, 0 < r \ll 1, i = 2,3,\cdots,$$

其中 M 为足够大的正常数. 于是非线性扰动色散方程(22)的解 $u_{\mathrm{hom}}(\xi)$ 与用同伦方法得到的 m 次近似解 $u_{m\mathrm{hom}}(\xi) = \sum_{i=0}^{m} u_i(\xi)$ 的误差满足

$$L(u_{\mathrm{hom}}(\xi) - u_{m\mathrm{hom}}(\xi)) = \sum_{i=m+1}^{\infty} L(u_i(\xi)) = O(r^m),$$
$$|\xi| \leqslant M, 0 < r \ll 1,$$
$$u_{\mathrm{hom}}(0) - u_{m\mathrm{hom}}(0) = 0.$$

再由极值原理知

$$u_{\mathrm{hom}}(\xi) - u_{m\mathrm{hom}}(\xi) = O(r^m),$$
$$|\xi| \leqslant M, 0 < r \ll 1.$$

由此可知，我们在上节用同伦映射方法得到的非线性扰动色散方程(22)的二次近似孤波解具有 $O(r^2)$，$0 < r \ll 1$ 的精度.

6. 结　论

孤立波理论描述的是一类复杂的自然现象. 我们往往需要将它简化为基本模式并利用近似方法去求解它. 同伦映射方法就是一个简单而有效的方法. 本文用同伦映射方法，选取的初始近似 $u_0(t,x)$ 是采用典型扰动色散方程(3)的奇异孤立波解. 它保证了对应于扰动情形下的孤立波色散方程的解较快地求得的近似解析解. 故所得的结果更加实用、简捷.

[1] McPhaden M J, Zhang D 2002 *Nature* **415** 603

[2] Gu D F, Philander S G H 1997 *Science* **275** 805

[3] Ma S H, Qiang J Y, Fang J P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 620 (in Chinese) [马松华、强继业、方建平 2007 物理学报 **56** 620]

[4] Ma S H, Qiang J Y, Fang J P 2007 *Comm. Theor. Phys.* **48** 662

[5] Loutsenko I 2006 *Comm. Math. Phys.* **268** 465

[6] Gedalin M 1998 *Phys. Plasmas* **5** 127

[7] Parkes E J 2008 *Chaos Solitons Fractals* **38** 154

[8] Wang M L 1995 *Phys. Lett. A* **199** 169

[9] Sirendaoreji J S 2003 *Phys. Lett. A* **309** 387

[10] Yang J R, Mao J J 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 1527

[11] Gao Y, Tang X Y 2007 *Commum. Theor. Phys.* **48** 961

[12] Yang J R, Mao J J 2008 *Chin. Phys.* B **17** 4337

[13] Pan L X, Zuo W M, Yan J R 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1 (in Chinese) [潘留仙、左伟明、颜家壬 2005 物理学报 **54** 1]

[14] Lu D C, Hong B J, Tian L X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5617 (in Chinese) [卢殿臣、烘宝剑、田立新 2006 物理学报 **55** 5617]

[15] Tapgetusang, Sirendaoerji 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2121 (in Chinese) [套格图桑、斯仁道尔吉 2009 物理学报 **58** 2121]

[16] Rosennau P, Hyman M 1933 *Phys. Rev. Lett.* **70** 564

[17] Yin L J, Tian L X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3632 (in Chinese) [殷利久、田立新 2009 物理学报 **58** 3632]

[18] Liao S J 2004 *Beyond Perturbation: Introduction to the Homotopy Analysis Method* (New York, CRC Press Co)

[19] He J H 2002 *Approximate Analytical Methods in Engineering and Sciences* (Shengzhou: Henan Science and Technology Press) (in Chinese) [何吉欢 2002 工程和科学计算中的近似分析方法 (郑州 河南科学技术出版社)]

[20] Hovhannisyan G., Vulanovic R 2008 *Nonlinear Stud.* **15** 297

[21] Graef J R, Kong L 2008 *Math. Proc. Camb. Philos. Soc.* **145** 489

[22] Barbu L, Cosma E 2009 *J. Math. Anal. Appl.* **351** 392

[23] Ramos M 2009 *J. Math. Anal. Appl.* **352** 246

[24] Mo J Q 1989 *Science in China* Ser A **32** 1306

[25] Mo J Q, Lin W T 2008 *J. Sys. Sci. & Complexity* **20** 119

[26] Mo J Q, Wang H 2007 *Acta Ecologica Sinica* **27** 4366

[27] Mo J Q, Zhu J, Wang H 2003 *Prog. Nat. Sci.* **13** 768

[28] Mo J Q, Zhang W J, He M 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1843 (in Chinese) [莫嘉琪、张伟江、何 铭 2006 物理学报 **56** 1843]

[29] Mo J Q, Zhang W J, Chen X F 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6169 (in Chinese) [莫嘉琪、张伟江、陈贤峰 2007 物理学报 **56** 6169]

[30] Mo J Q, Yao J S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7419 (in Chinese) [莫嘉琪、姚静荪 2008 物理学报 **57** 7419]

[31] Mo J Q 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 010204-1

[32] Mo J Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 695 (in Chinese) [莫嘉琪 2009 物理学报 **58** 695]

[33] Mo J Q 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 060202-1

[34] Mo J Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2930 (in Chinese) [莫嘉琪 2009 物理学报 **58** 2930]

[35] Mo J Q 2009 *Science in China, Ser. G* **52** 1007

[36] Mo J Q, Zhang W J, He M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3233 (in Chinese) [莫嘉琪、张伟江、何 铭 2006 物理学报 **55** 3233]

[37] Mo J Q, Lin W T, Wang H 2008 *Chin. Geographical Sci.* **18** 193

[38] Mo J Q, Lin W T, Wang H 2007 *Prog. Nat. Sci.* **17** 230

[39] Mo J Q, Lin W T, Lin Y H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3127 (in Chinese) [莫嘉琪、林万涛、林一骅 2007 物理学报 **56** 1843]

[40] Mo J Q, Lin W T, Wang H 2007 *Chin. Phys.* **16** 951

[41] Mo J Q, Lin W T 2008 *Chin. Phys.* B **17** 370

[42] Mo J Q, Lin W T 2008 *Chin. Phys.* B **17** 743

Approximate solution of solitary wave for a class of generalized nonlinear disturbed dispersive equation*

Mo Jia-Qi[1)3)†] Chen Xian-Feng[2)3)]

1)(*Department of Mathematics, Anhui Normal University, Wuhu* 241000, *China*)

2)(*Department of Mathematics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai* 200240, *China*)

3)(*Division of Computational Science, E-Institutes of Shanghai Universities, at Shanghai Jiaotong University, Shanghai* 200240, *China*)

(Received 21 June 2009; revised manuscript received 29 June 2009)

Abstract

The approximate solution for a class of nonlinear disturbed dispersive equation is considered using a simple and valid technique. We first introduce the solitary wave solution of the corresponding typical differential equation, and then the approximate solution of the singular solitary wave for an original nonlinear disturbed dispersive equation is obtained using the homotopic mapping method.

Keywords: solitary wave, disturbed dispersive equation, homotopic mapping

PACC: 0230, 0340

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40876010), the Knowledge Innovation Project of Chinese Academy of Sciences (Grant No. KZCX2-YW-Q03-08), the R & D Special Fund for Public Welfare Industry (Meteorology) (Grant No. GYHY200806010), the LASG State Key Laboratory Special Fund, in Part by E-Institutes of Shanghai Municipal Education Commission (Grant No. E03004) and the Natural Science Foundation of Zhejiang Province (Grant No. 6090104).

† E-mail: mojiaqi@mail.ahnu.edu.cn